

Расчет линейных однофазных электрических цепей синусоидального тока

1. Расчет неразветвленной электрической цепи

Постановка задачи

1. Составить эквивалентную схему замещения заданной электрической цепи. Изобразить сопротивления нагрузки в виде заданных пассивных элементов.

2. Записать мгновенное значение тока в цепи, при этом учесть, что начальная фаза тока равна нулю ($\psi_i = 0$). Перевести мгновенное значение тока в алгебраическую форму записи комплексного числа. Определить показания амперметра A .

3. Определить полное сопротивление цепи.

4. Определить напряжение цепи и показания вольтметра V . Расчет выполнить в алгебраической форме записи комплексного числа. Записать мгновенное значение напряжения цепи.

5. Определить показания вольтметров V_1 и V_2 . Расчет выполнить в алгебраической форме записи комплексного числа.

6. Определить полную мощность цепи и показания ваттметра W .

7. Построить диаграммы сопротивлений, мощностей и векторную диаграмму напряжения.

8. В одной системе координат построить временные диаграммы тока и напряжения цепи.

Исходные данные для решения задачи

Параметры для заданной электрической цепи (рис. 1):

f , Гц	I_m , А	\underline{Z}_1		\underline{Z}_2	
		R_1 , Ом	L_1 , Гн	R_2 , Ом	C_2 , мкФ
50	2,82	6	0,0255	3	796

Анализируем исходные данные:

1. Задано амплитудное значение тока цепи.
2. Сопротивление Z_1 имеет в себе активную и индуктивную составляющую, следовательно, Z_1 – это реальная катушка индуктивности.
3. Сопротивление Z_2 имеет в себе активную и емкостную составляющую, следовательно, Z_2 – это реальный конденсатор.

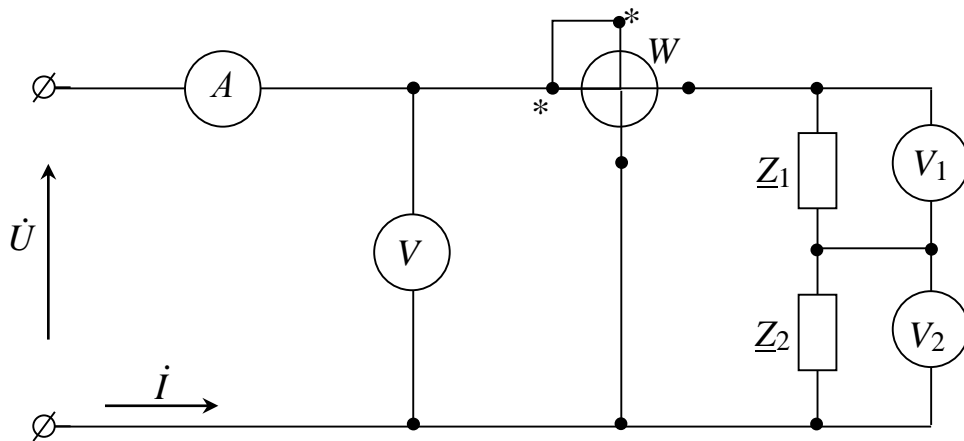
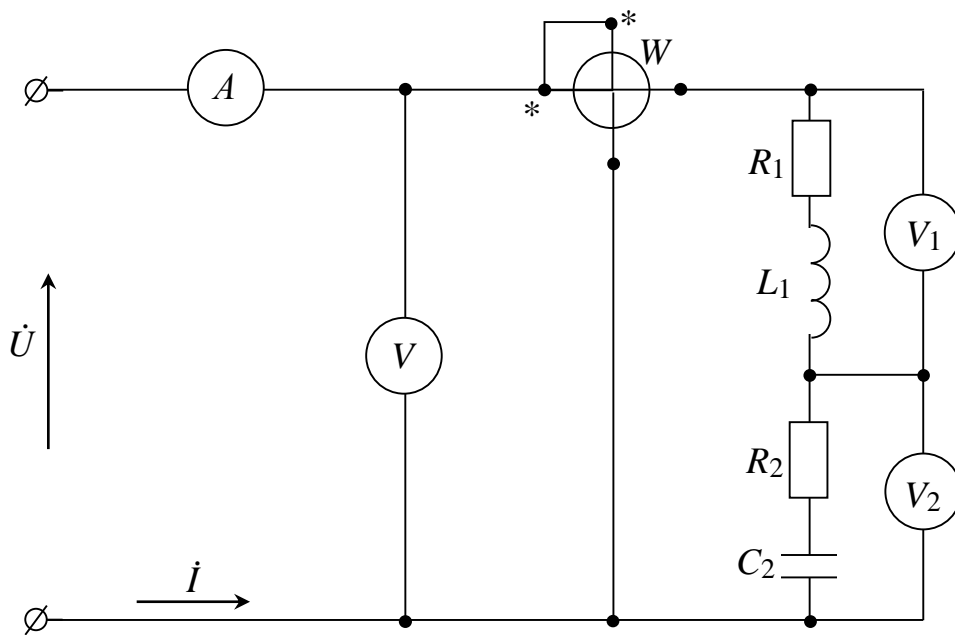


Рис. 1. Схема для расчета электрической цепи переменного тока при последовательном соединении элементов

Решение поставленной задачи

1. Составляем эквивалентную схему замещения элементов цепи:



Эквивалентная схема замещения заданной электрической цепи.

2. Записываем уравнение мгновенного значения тока цепи:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с};$$

$$i = 2,82 \sin 314t;$$

$$\dot{I} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos \psi_i + j \frac{I_m}{\sqrt{2}} \sin \psi_i = \frac{2,82}{\sqrt{2}} \cos 0^\circ + j \frac{2,82}{\sqrt{2}} \sin 0^\circ = 2 \text{ А.}$$

Показание амперметра A : $I = 2 \text{ А.}$

3. Рассчитываем индуктивное и емкостное составляющие сопротивлений:

$$X_{L_1} = \omega L_1 = 2\pi f \cdot L_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,0255 = 8 \text{ Ом};$$

$$X_{C_2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2\pi f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 796 \cdot 10^{-6}} = 4 \text{ Ом};$$

Составляем комплексное уравнение сопротивлений:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = R_1 + jX_{L_1} + R_2 - jX_{C_2} = 6 + j8 + 3 - j4 = 9 + j4 \text{ Ом};$$

$$Z = \sqrt{9^2 + 4^2} = 9,85 \text{ Ом}.$$

4. Составляем комплексное уравнение напряжения, приложенного к цепи:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{I} \underline{Z} = \dot{I}(R_1 + jX_{L_1} + R_2 - jX_{C_2}) = \\ &= 2(6 + j8 + 3 - j4) = 12 + j16 + 6 - j8 = 18 + j8 \text{ В}; \end{aligned}$$

$$U = \sqrt{18^2 + 8^2} = 19,7 \text{ В}.$$

Показание вольтметра V : $U = 19,7 \text{ В}$.

5. Составляем комплексное уравнение напряжения, приложенного к элементу Z_1 :

$$\dot{U} = \dot{I} \underline{Z}_1 = \dot{I}(R_1 + jX_{L_1}) = 2(6 + j8) = 12 + j16 \text{ В};$$

$$U = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20 \text{ В}.$$

Показание вольтметра V_1 : $U_1 = 20 \text{ В}$.

6. Составляем комплексное уравнение напряжения, приложенного к элементу Z_2 :

$$\dot{U} = \dot{I} \underline{Z}_2 = \dot{I}(R_2 - jX_{C_2}) = 2(3 - j4) = 6 - j8 \text{ В};$$

$$U = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ В}.$$

Показание вольтметра V_2 : $U_2 = 10 \text{ В}$.

7. Составляем комплексное уравнение полной мощности цепи:

$$\underline{S} = \dot{U} \dot{I} = 2(12 + j16 + 6 - j8) = 24 + j32 + 12 - j16 = 36 + j16 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$S = \sqrt{36^2 + 16^2} = 39,4 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Показание ваттметра W :

$$P = I^2 \cdot R_{\Sigma} = I^2 \cdot (R_1 + R_2) = 2^2(6 + 3) = 4 \cdot 9 = 36 \text{ Вт}.$$

8. Записываем уравнение мгновенного значения напряжения цепи:

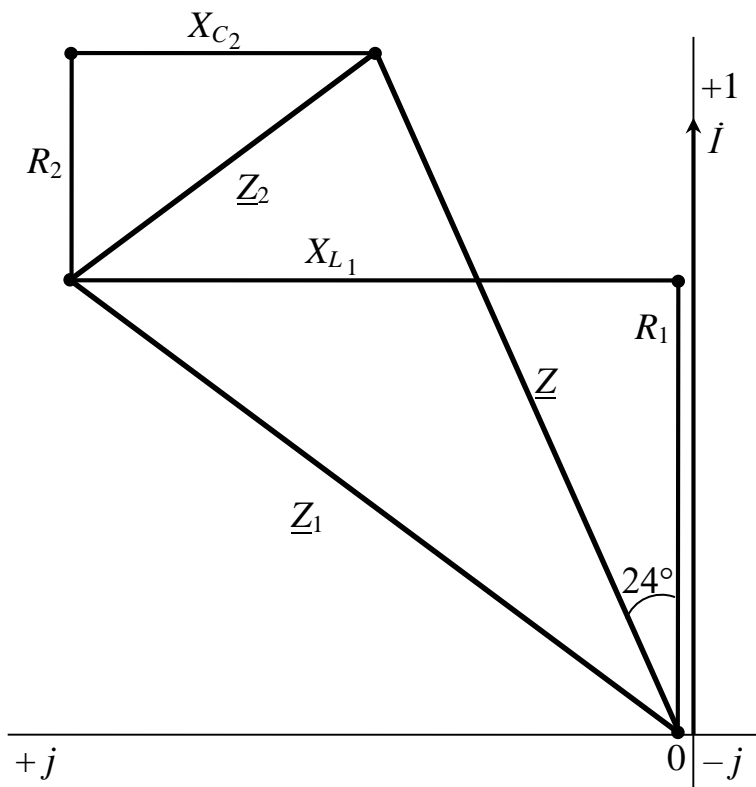
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

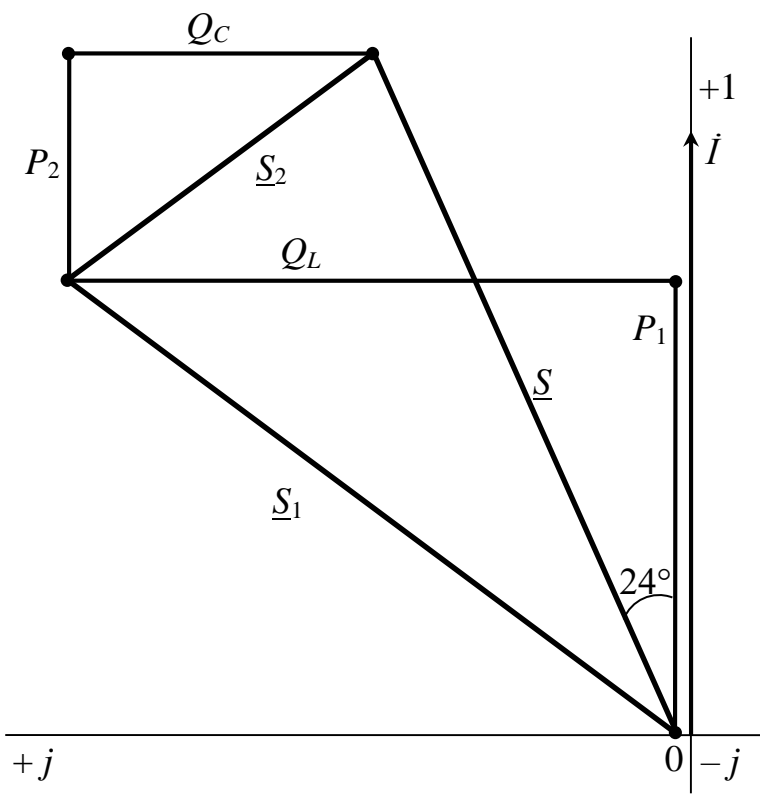
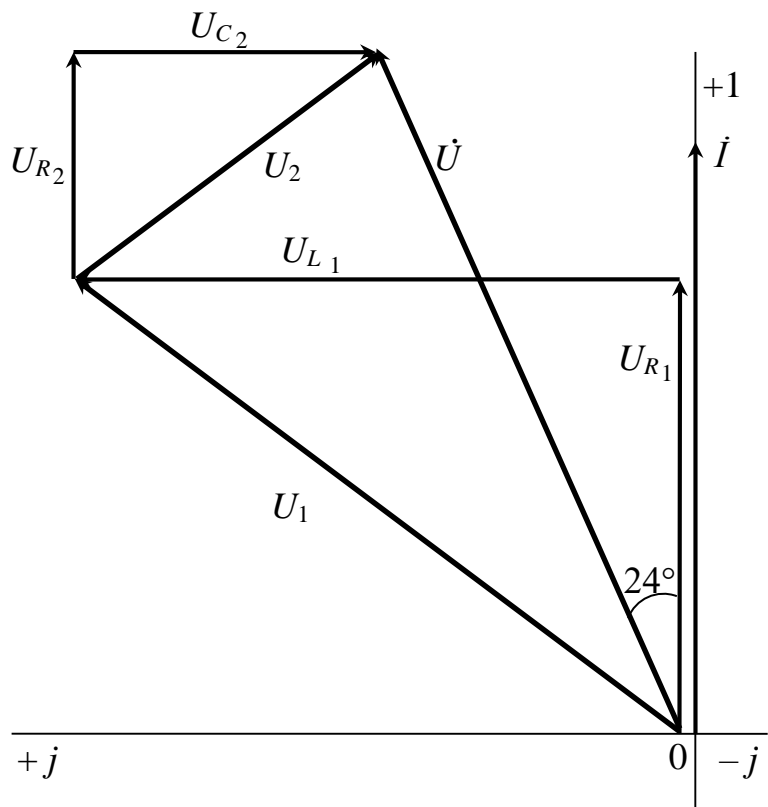
$$U_m = U \cdot \sqrt{2} = 19,7 \cdot \sqrt{2} = 27,86 \text{ В};$$

$$\psi_u = \arctg \frac{U''}{U'} = \arctg \frac{8}{18} = 24^\circ;$$

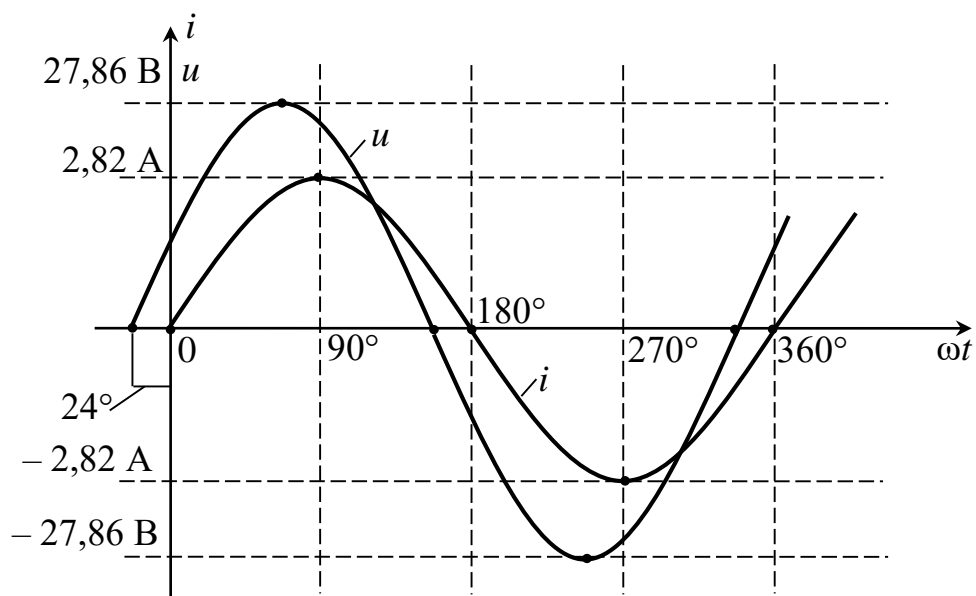
$$u = 27,86 \sin(314t + 24^\circ).$$

9. Диаграммы сопротивлений мощностей и векторная диаграмма напряжения.





10. Временная диаграмма тока и напряжения цепи.



Исходные данные к расчетно-графической работе 1

Вариант	f , Гц	I_m , А	Z_1		Z_2			
			R_K , Ом	L_2 , Гн	R_K , Ом	L_2 , Гн	R_2 , Ом	C , мкФ
1	60,00	2,12	15,00	0,06	-	-	-	159,00
2	50,00	2,12	9,00	0,03	-	-	-	221,00
3	60,00	2,83	12,00	0,04	-	-	-	379,00
4	50,00	2,83	6,00	0,02	-	-	-	221,00
5	60,00	4,24	3,00	0,01	6,00	0,03	-	-
6	50,00	2,83	6,00	0,03	9,00	0,04	-	-
7	60,00	2,83	12,00	0,05	-	-	-	455,00
8	50,00	2,83	15,00	0,03	12,00	0,03	-	-
9	60,00	2,12	6,00	0,01	-	-	8,00	-
10	50,00	2,12	9,00	0,04	-	-	6,00	-
11	60,00	2,12	12,00	0,04	-	-	15,00	-
12	50,00	2,12	3,00	0,01	-	-	6,00	-
13	60,00	4,24	6,00	0,01	9,00	0,02	-	-
14	50,00	4,24	15,00	0,06	12,00	0,05	-	-
15	60,00	4,24	9,00	0,03	12,00	0,04	-	-
16	50,00	2,12	9,00	0,02	6,00	0,01	-	-
17	60,00	4,24	3,00	0,01	6,00	0,03	-	-

Вариант	f , Гц	I_m , А	Z_1		Z_2			
			R_k , Ом	L_2 , Гн	R_k , Ом	L_2 , Гн	R_2 , Ом	C , мкФ
18	50,00	2,12	6,00	0,02	-	-	9,00	-
19	60,00	2,12	6,00	0,01	-	-	12,00	-
20	50,00	2,83	15,00	0,06	-	-	10,00	-
21	60,00	2,83	12,00	0,04	-	-	8,00	-
22	50,00	2,12	6,00	0,03	-	-	-	199,00
23	60,00	4,24	9,00	0,02	-	-	-	227,00
24	50,00	4,24	12,00	0,03	-	-	-	166,00
25	60,00	2,83	6,00	0,03	-	-	-	379,00
26	50,00	2,12	12,00	0,05	-	-	-	221,00
27	60,00	2,12	15,00	0,03	6,00	0,03	-	-
28	50,00	2,83	6,00	0,01	9,00	0,04	-	-
29	60,00	2,83	9,00	0,04	-	-	-	455,00
30	50,00	4,24	12,00	0,04	12,00	0,03	-	-
31	60,00	2,83	3,00	0,01	-	-	8,00	-
32	50,00	2,83	6,00	0,01	-	-	6,00	-
33	60,00	2,83	15,00	0,06	-	-	15,00	-
34	50,00	2,12	9,00	0,03	-	-	6,00	-
35	60,00	2,12	9,00	0,02	9,00	0,02	-	-
36	50,00	2,12	3,00	0,01	12,00	0,05	-	-
37	60,00	2,12	6,00	0,02	12,00	0,04	-	-
38	50,00	4,24	6,00	0,01	6,00	0,01	-	-
39	60,00	4,24	15,00	0,06	6,00	0,03	-	-
40	50,00	4,24	12,00	0,04	-	-	9,00	-

2. Расчет разветвленной электрической цепи

Постановка задачи

1. Составить эквивалентную схему замещения заданной электрической цепи. Изобразить нагрузки в виде заданных пассивных элементов.
2. Записать мгновенное значение напряжения в цепи, при этом учесть, что начальная фаза напряжения равна нулю ($\psi_i = 0$). Перевести мгновенное значение напряжения в алгебраическую форму записи комплексного числа. Определить показания вольтметра V .
3. Определить полную проводимость цепи.
4. Определить полный ток в цепи и показания амперметра A . Расчет выполнить в алгебраической форме записи комплексного числа. Записать мгновенное значение тока цепи.
5. Определить показания вольтметров A_1 и A_2 . Расчет выполнить в алгебраической форме записи комплексного числа.
6. Определить полную мощность цепи и показания ваттметра W .
7. Построить диаграммы проводимостей, мощностей и векторную диаграмму тока.
8. В одной системе координат построить временные диаграммы тока и напряжения цепи.

Исходные данные для решения задачи

Параметры для заданной электрической цепи (рис. 2):

$f, \text{Гц}$	$U_m, \text{А}$	\underline{Y}_1		\underline{Y}_2	
		$g_1, \text{См}$	$b_{L1}, \text{См}$	$g_2, \text{См}$	$b_{C1}, \text{См}$
50	14,1	0,08	0,06	0,06	0,08

Анализируем исходные данные:

4. *Задано амплитудное значение напряжения цепи.*
5. *Сопrotивление \underline{Y}_1 имеет в себе активную и индуктивную составляющую, следовательно, \underline{Y}_1 – это реальная катушка индуктивности.*
6. *Сопrotивление \underline{Y}_2 имеет в себе активную и емкостную составляющую, следовательно, \underline{Y}_2 – это реальный конденсатор.*

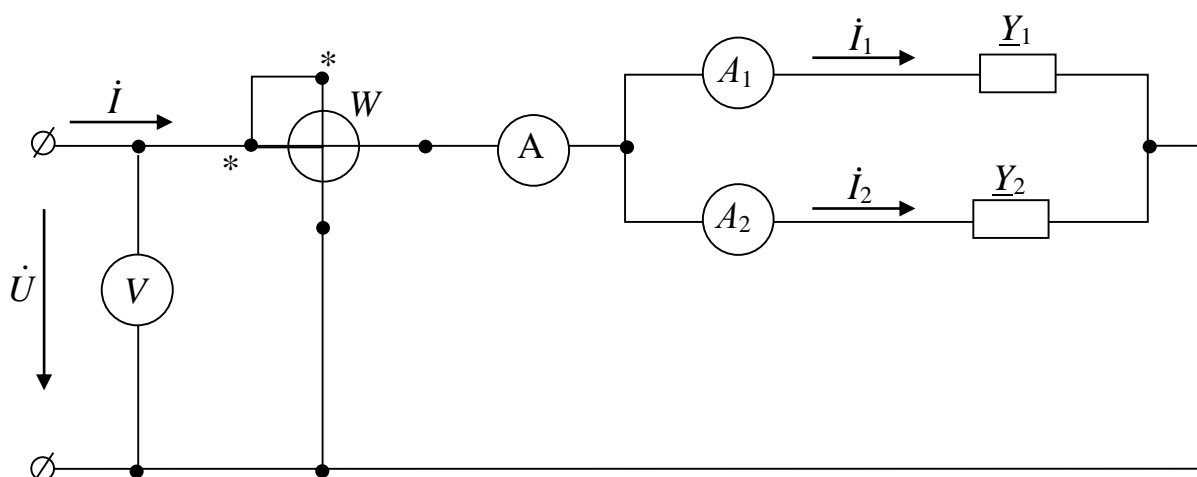
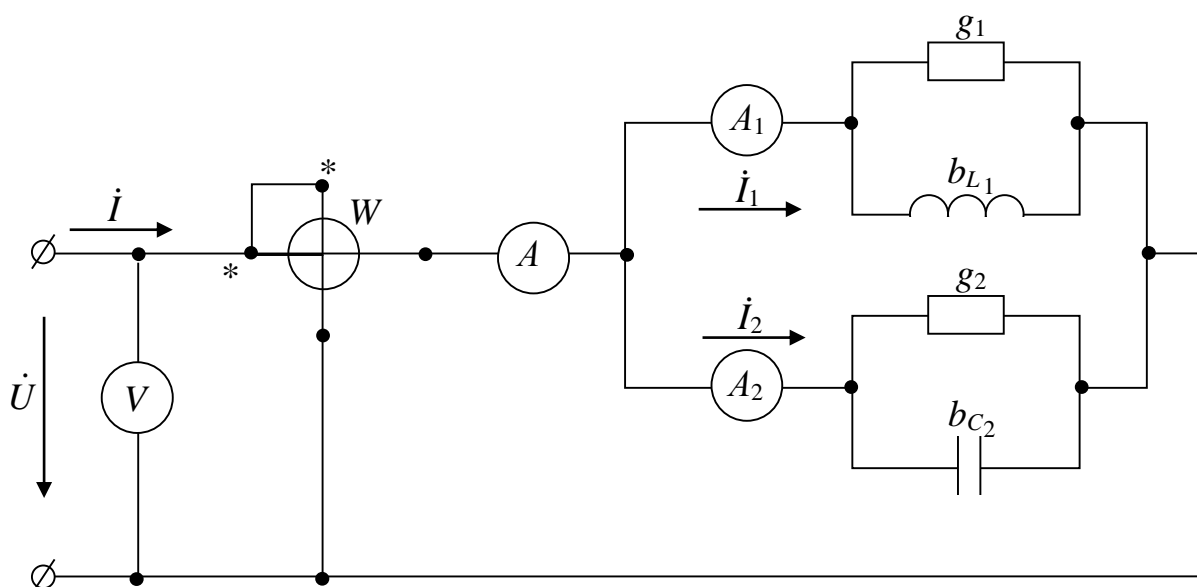


Рис. 2. Схема для расчета электрической цепи переменного тока при параллельном соединении элементов

Решение поставленной задачи

1. Составляем эквивалентную схему замещения элементов цепи:



Эквивалентная схема замещения заданной электрической цепи.

2. Записываем уравнение мгновенного значения напряжения цепи:

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u);$$

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 = 314 \text{ рад/с};$$

$$u = 14,1 \sin 314t;$$

$$\dot{U} = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cos \psi_u + j \frac{U_m}{\sqrt{2}} \sin \psi_u = \frac{14,1}{\sqrt{2}} \cos 0^\circ + j \frac{14,1}{\sqrt{2}} \sin 0^\circ = 10 \text{ В.}$$

Показание вольтметра V: $U = 10 \text{ В.}$

3. Составляем комплексное уравнение проводимости цепи:

$$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 = g_1 - jb_{L_1} + g_2 + jb_{C_2} = \\ = 0,08 - j0,06 + 0,06 + j0,08 = 0,14 + j0,02 \text{ См};$$

$$Y = \sqrt{0,14^2 + 0,02^2} = 0,141 \text{ См}.$$

4. Составляем комплексное уравнение тока цепи:

$$\dot{I} = \dot{U}\underline{Y} = \dot{U}(g_1 - jb_{L_1} + g_2 + jb_{C_2}) = \\ = 10(0,08 - j0,06 + 0,06 + j0,08) = 1,4 + j0,2 \text{ А};$$

$$I = \sqrt{1,4^2 + 0,2^2} = 1,41 \text{ А}.$$

Показание амперметра A : $I = 1,41 \text{ А}$.

5. Составляем комплексное уравнение тока, протекающего по элементу Y_1 :

$$\dot{I}_1 = \dot{U}\underline{Y}_1 = \dot{U}(g_1 - jb_{L_1}) = 10(0,08 - j0,06) = 0,8 + j0,6 \text{ А};$$

$$I_1 = \sqrt{0,8^2 + 0,6^2} = 1 \text{ А}.$$

Показание амперметра A_1 : $I_1 = 1 \text{ А}$.

6. Составляем комплексное уравнение тока, протекающего по элементу Y_2 :

$$\dot{I}_2 = \dot{U}\underline{Y}_2 = \dot{U}(g_2 + jb_{C_2}) = 10(0,06 + j0,08) = 0,6 + j0,8 \text{ А};$$

$$I_2 = \sqrt{0,6^2 + 0,8^2} = 1 \text{ А}.$$

Показание амперметра A_2 : $I_2 = 1 \text{ А}$.

7. Составляем комплексное уравнение полной мощности цепи:

$$\underline{S} = \dot{U}\dot{I}^* = 10(0,8 + j0,6 + 0,6 - j0,8) = 8 + j6 + 6 - j8 = 14 + j2 \text{ В} \cdot \text{А};$$

$$S = \sqrt{14^2 + 2^2} = 14,1 \text{ В} \cdot \text{А}.$$

Показание ваттметра W :

$$P = U^2 \cdot g_{\Sigma} = U^2 \cdot (g_1 + g_2) = 10^2(0,08 + 0,06) = 100 \cdot 0,14 = 14 \text{ Вт}.$$

8. Записываем уравнение мгновенного значения тока цепи:

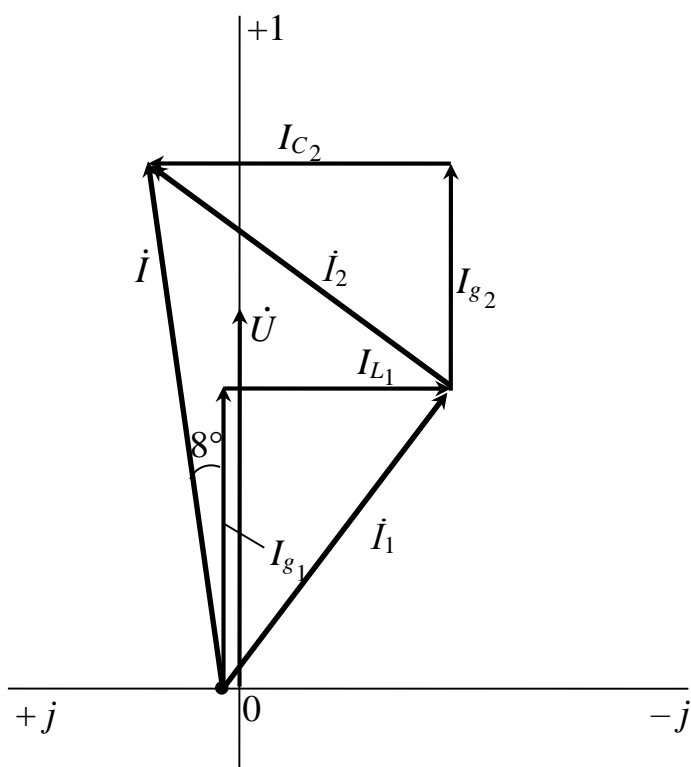
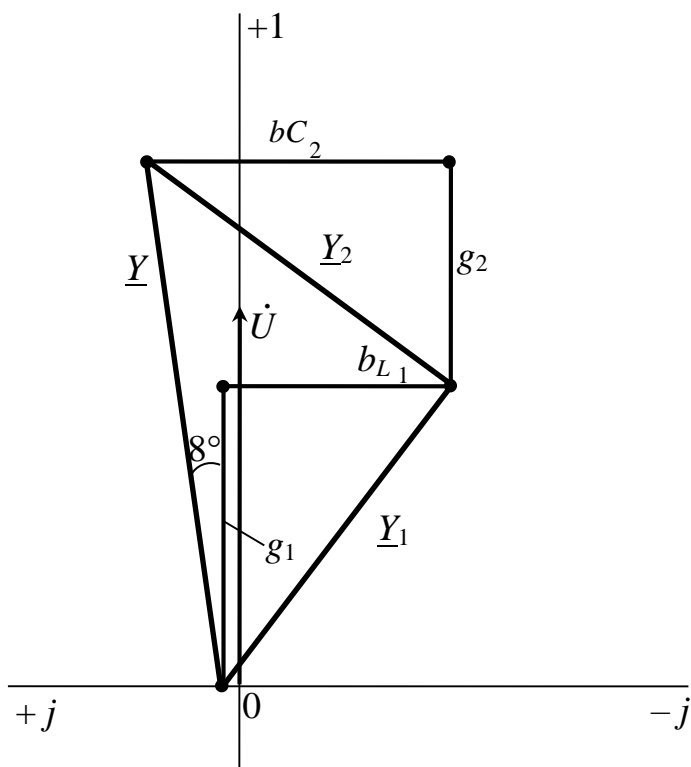
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i);$$

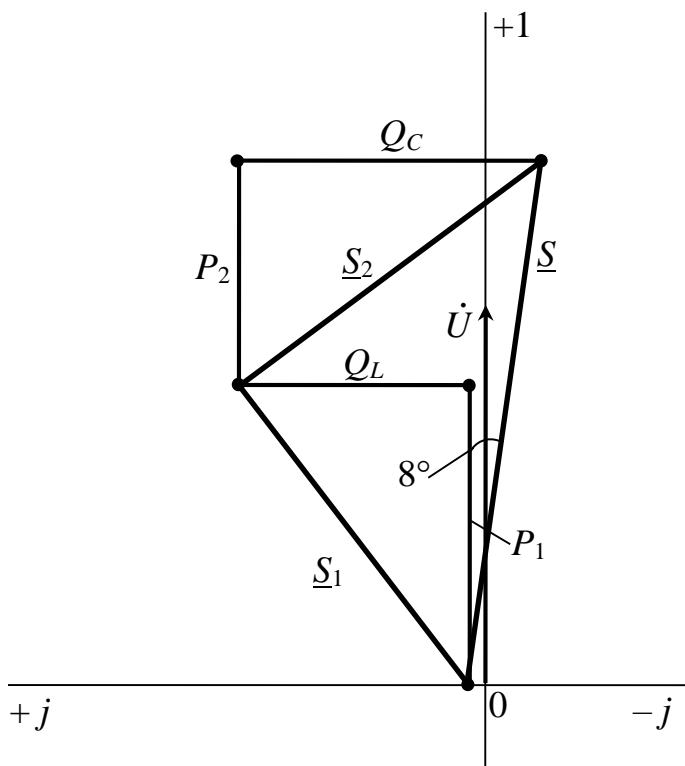
$$I_m = I \cdot \sqrt{2} = 1,41 \cdot \sqrt{2} = 2 \text{ В};$$

$$\psi_i = \arctg \frac{I''}{I'} = \arctg \frac{0,2}{1,41} = 8^\circ;$$

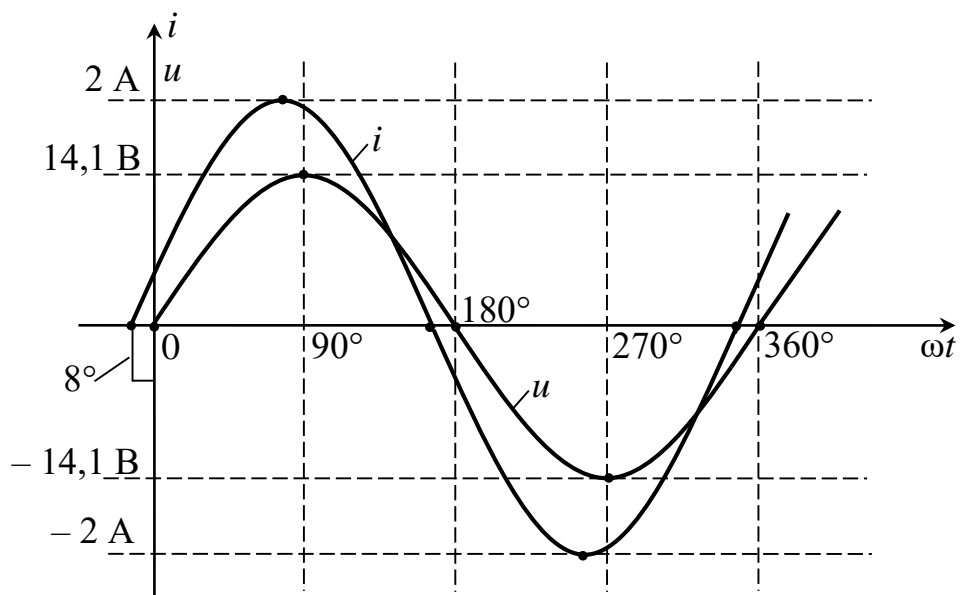
$$i = 2 \sin(314t + 8^\circ).$$

9. Диаграммы проводимостей, мощностей и векторная диаграмма тока.





10. Временная диаграмма тока и напряжения цепи.



Исходные данные к расчетно-графической работе № 2

Вариант	f , Гц	U_m , В	Y_1		Y_2		
			g_1 , См	b_{L1} , См	g_2 , См	b_{L2} , См	b_C , См
1	50	28,3	0,03	0,04	0,06	0,08	-
2	60	14,1	0,16	0,12	0,08	-	0,06
3	60	28,3	0,04	0,03	0,08	0,16	-
4	60	35,4	0,03	0,04	0,03	-	0,04
5	100	42,4	0,06	0,08	-	-	0,16
6	100	56,6	0,03	0,04	-	-	0,03
7	50	14,1	0,06	0,08	-	-	0,08
8	50	28,3	0,04	0,03	0,08	0,16	-
9	50	35,4	0,12	0,16	0,12	-	0,16
10	60	14,1	0,12	0,16	-	-	0,08
11	60	28,3	0,03	0,04	0,03	-	-
12	60	42,4	0,15	0,2	0,09	0,12	-
13	100	42,4	0,12	0,16	0,15	0,2	-
14	100	14,1	0,16	0,12	-	-	0,24
15	100	28,3	0,12	0,16	-	-	0,08
16	50	35,4	0,12	0,16	0,08	-	-
17	50	42,4	0,06	0,08	0,1	-	-
18	50	14,1	0,16	0,12	-	-	0,12
19	60	28,3	0,15	0,2	0,09	0,12	-
20	60	35,4	0,06	0,08	0,08	-	0,08
21	60	56,6	0,15	0,2	0,15	-	-
22	100	56,6	0,09	0,12	0,15	0,2	-
23	100	35,4	0,06	0,08	0,04	-	-
24	100	28,3	0,03	0,04	-	-	0,08
25	50	56,6	0,16	0,12	-	-	0,03
26	50	14,1	0,03	0,04	-	-	0,08
27	60	28,3	0,16	0,12	0,08	0,16	-
28	60	35,4	0,04	0,03	0,12	-	0,16
29	60	14,1	0,03	0,04	-	-	0,08
30	100	28,3	0,06	0,08	0,03	-	-

Вариант	f , Гц	U_m , В	Y_1		Y_2		
			g_1 , См	b_{L1} , См	g_2 , См	b_{L2} , См	b_C , См
31	100	42,4	0,03	0,04	0,09	0,12	-
32	50	42,4	0,06	0,08	0,15	0,2	-
33	50	14,1	0,04	0,03	-	-	0,24
34	50	28,3	0,12	0,16	-	-	0,08
35	60	35,4	0,12	0,16	0,08	-	-
36	60	42,4	0,03	0,04	0,1	-	-
37	60	14,1	0,15	0,2	-	-	0,12
38	100	28,3	0,12	0,16	0,09	0,12	-
39	100	35,4	0,16	0,12	0,08	-	0,08
40	100	56,6	0,12	0,16	0,15	-	-