

## **ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ № 1**

### **Тема: ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ И КОСВЕННЫХ ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ**

#### **Предисловие**

В лекциях по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация» рассматриваются теоретические вопросы и даются сведения описательного характера, значительно меньше внимания уделяется применению полученных знаний для решения практических вопросов, связанных с использованием методов и средств измерений в области технических измерений и лабораторного практикума.

Решение задач способствует лучшему усвоению и закреплению теоретического материала по определению метрологических характеристик средств измерения, развитию навыков выбора методов обработки результатов измерений.

Настоящее практическое занятие посвящено решению указанных вопросов и предусмотрено в соответствии с рабочими программами специальностей изучающих дисциплину «Метрология, стандартизация и сертификация».

В настоящих учебно-методических указаниях рассматриваются вопросы оценки инструментальных и методических погрешностей при прямых и косвенных однократных измерениях параметров электрических цепей.

В начале учебно-методических указаний в минимальном объеме даются теоретические сведения и основные формулы и определения, необходимые для решения задач по рассматриваемой теме. В конце приведен справочный материал, который используется при решении задач.

Решение задач рекомендуется проводить в Международной системе единиц СИ. Наиболее часто используемые единицы этой системы, их размерность, названия и определяющие приведены в Приложении 1.

Числовые значения окончательных результатов расчетов погрешностей следует округлять, используя стандартные правила округления, которые приведены в Приложении 2.

Результаты расчетов могут быть представлены не только в целых единицах, но и дольных и кратных, которые приведены в Приложении 3.

#### **Цель работы**

Овладение методикой обработки результатов прямых и косвенных однократных измерений.

#### **Порядок выполнения практической работы**

1. Ознакомиться с теоретическим материалом.
2. Выполнить индивидуальные задания и оформить отчет в соответствии с едиными требованиями к оформлению текстовых и графических документов.

#### **Указания к выполнению индивидуальных заданий**

В заданиях каждый студент после ознакомления с теоретическим материалом должен решить задачи в соответствии с номером своего варианта (таблица 1).

Номер варианта индивидуального задания соответствует порядковому номеру студента в списке группы.

Отчёт по практической работе должен содержать решения задач в соответствии с номером своего варианта. Образец оформления решения задачи приведен в Приложении 6). Отчёт оформляют на листе формата А4 (по возможности с использованием оформления ПЭВМ).

Таблица 1

### Задачи к индивидуальным заданиям

Вариант	Номера задач	
	Задание 1	Задание 2
1	2	3
1	1	31
2	27	2
3	3	48
4	29	4
5	5	35
6	31	6
7	7	41
8	33	23
9	9	40
10	35	10
11	11	26
12	37	12
13	13	46
14	39	14
15	15	45
16	41	32
17	17	9
18	43	7
19	19	42
20	45	5
21	21	44
22	47	15
23	23	13
24	49	47
25	25	3

## I. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРЯМЫХ ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

### I.1. Основные определения и формулы оценки инструментальной составляющей погрешности

Измерением какой-либо физической величины называется опытом (операцией, экспериментом), в результате которой мы узнаем, во сколько раз измеряемая величина больше или меньше соответствующей величины, принятой за единицу.

Например, за единицу длины принят метр, и в результате измерения некоторой

длины  $l$  мы узнаем, сколько метров содержится на протяжении этого отрезка. В основе таких измерений лежит эталон метра – расстояние между штрихами, нанесенными на стержне из особо– стойкого сплава.

При практических измерениях никогда не пользуются сравнением измеряемых величин с основными эталонами, которые хранятся в специальных государственных метрологических учреждениях. Вместо эталонов пользуются измерительными приборами, которые тем или иным способом сверены с эталонами.

Результат любых измерений не является абсолютно точным, а только определенным образом приближается к действительному значению измеряемой физической величины.

Показателем точности измерений, отражающим степень близости результата измерений к действительному значению измеряемой величины, является погрешность измерения  $\Delta x$ , определяемая следующим образом:

$$\Delta x = X_{\text{рез}} - X_{\text{ист}}, (1)$$

где  $X_{\text{рез}}$  - результат измерения;

$X_{\text{ист}}$  - истинное значение измеряемой величины.

Выражение (1) является краеугольным камнем метрологии и носит теоретический характер, поскольку истинное значение измеряемой величины  $X_{\text{ист}}$  неизвестно.

В практической метрологии, вводится понятие о действительном значении измеряемой величины  $X_{\text{дейст}}$  и выражение (1) заменяется следующим выражением:

$$\Delta x \cong X_{\text{рез}} - X_{\text{дейст}} \cdot (2)$$

Измерения, которые были произведены при сравнении измерительных приборов с эталонами, такжеотяжены ошибкой. Измеряя с помощью такого прибора некоторую величину, мы, как правило, не можем сделать ошибки меньше, чем та, которая определяется погрешностью измерительного прибора. Например, если мы измеряем длину линейкой, имеющей погрешность 0,1%, т.е. точностью до 1 мм при метровой длине линейки, то используя её нельзя пытаться измерить длину с точностью до 0,01%.

В задачу измерений входит не только нахождение самой физической величины, но и оценка допущенной при измерении погрешности.

Различают три источника возникновения погрешности при измерении физической величины:

- *средство измерения*, определяющее инструментальную составляющую погрешности, зависящую от свойств измерительных приборов, условий их применения, их износа и т.п. Эта погрешность определяет класс точности средства измерения;

- *метод измерения*, обуславливающий методическую составляющую погрешности, определяемую методом измерения, схемой включения измерительных приборов, округлением результатов измерений и использованием расчетных формул;

- *субъект*, обуславливающий субъективную составляющую погрешности, зависящую от физиологических и психических особенностей человека.

Кроме перечисленных источников возникновения погрешности измерения, могут возникать дополнительные погрешности, зависящие от внешних условий эксплуатации измерительных приборов, отличных от условий при их градуировке.

Названные источники вызывают два вида основных составляющих погрешности систематическую  $\Delta x_{\text{сист}}$  и случайную  $\Delta x_{\text{сл}}$

$$\Delta x = \Delta x_{\text{сист}} + \Delta x_{\text{сл}}, (3)$$

которые в результате измерений присутствуют одновременно и находятся в различных

соотношениях.

Систематическая и случайная составляющие погрешности различаются причинами возникновения и характером проявления.

Систематическая погрешность, это составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно меняющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

В некоторых случаях систематические погрешности могут быть определены и исключены введением поправки  $C$ , т.е. чтобы получить исправленный результат  $X_{\text{испр}}$  измеряемой физической величины, необходимо учесть эту поправку, прибавив к полученному результату (или вычтя из него):

$$X_{\text{испр}} = X_{\text{рез}} \pm C \quad (4)$$

Если этого не делать, то результат измерения будет отягчен систематической ошибкой.

Случайная погрешность, это составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом, как по знаку так и по величине, в серии повторных измерений одного и того же размера физической величины, проведенных с одинаковой тщательностью, в одних и тех же условиях. Случайные погрешности возникают как следствие одновременного действия многих взаимно не связанных факторов и проявляются в том, что при многократном повторном измерении одной и той же неизменной физической величины получают несколько отличающиеся друг от друга результаты. Случайная погрешность не может быть исключена из результата измерений, но может быть уменьшена статистической обработкой совокупности наблюдений.

Кроме указанных составляющих погрешности могут появляться очень большие или малые грубые погрешности (промахи). Грубые погрешности возникают в основном по субъективным причинам. Например, неправильный отсчет показаний прибора, описка при записи результата измерения, неправильно собранная схема измерительной установки, неисправность прибора и т.п. Так как иногда весьма трудно определить присутствие промахов в ряду результатов измерения, то введены несколько критериев, позволяющих с достаточной вероятностью отделить промахи от больших либо малых случайных погрешностей. Грубые погрешности при обработке результатов не учитываются.

Если измерения проводятся при нормальных условиях, соответствующих ГОСТ 8.497-83, то возникающая погрешность является основной.

Основная приведенная погрешность  $\gamma$  выражается в процентах от конечного (номинального) значения рабочей части шкалы измерительного прибора  $X_H$ :

$$\gamma = \pm \frac{\Delta x}{X_H} 100, \% \quad (5)$$

Основная погрешность приборов на всех отметках рабочей части шкалы не должна превышать значение класса точности прибора  $Kл \geq \gamma$ .

Точность электроизмерительных приборов определяется классом точности. ГОСТ 8.401-80 ГСИ устанавливает восемь классов: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0.

По классу точности, а также по показаниям прибора, используя зависимость (5) определяют пределы допускаемой абсолютной

$$\Delta x = \pm \gamma \frac{X_H}{100}, \quad (6)$$

и относительной форм погрешности

$$\delta = \pm \gamma \frac{X_H}{X_{\text{рез}}} 100, \% \quad (7)$$

Пределы допускаемой погрешности могут быть выражены в форме относительной погрешности вида:

$$\delta = \pm \left[ c + d \left( \frac{X_H}{X_{\text{рез.}}} + 1 \right) \right], \% \quad (8)$$

где  $c$  и  $d$  – постоянные приборы, %.

## 1.2. Основные определения и формулы при оценке методической погрешности

### 1.2.1. Оценка методической погрешности при измерении напряжения

Из всех причин, обуславливающих появление методической составляющей погрешности, наибольшее значение имеет метод измерения.

При измерении напряжения на участке электрической цепи возникновение методической составляющей погрешности обуславливается внутренним сопротивлением вольтметра  $R_{\text{вх.в}}$ . Внутреннее сопротивление вольтметра определяется через ток полного отклонения стрелки прибора  $I_{\text{по.в}}$ , соответствующий конечному значению напряжения  $U_H$

$$R_{\text{вх.в}} = \frac{U_H}{I_{\text{по.в}}} \quad (9)$$

или активную мощность  $P_{\text{нв}}$ , измерительной цепи прибора

$$R_{\text{вх.в}} = \frac{P_{\text{нв}}}{I_{\text{по.в}}^2} \text{ либо } R_{\text{вх.в}} = \frac{U_H^2}{P_{\text{нв}}} \quad (10)$$

Если же значение  $R_{\text{вх.в}}$  неизвестно, то его можно определить с помощью резистора  $R_N = R_{\text{вх.в}}$  путем проведения двух измерений напряжения. Тогда

$$R_{\text{вх.в}} = R_N \frac{U_{v2}}{U_{v1} - U_{v2}}, \text{ Ом} \quad (11)$$

где  $U_{v1}$  – результат измерения напряжения непосредственно, В

$U_{v2}$  – результат измерения того же напряжения при подключенном последовательно к вольтметру резистора  $R_N$ , В.

Измерение падения напряжения на участке цепи может проводиться разными методами. Наибольшую погрешность дает метод одного вольтметра, особенно, если его внутреннее сопротивление  $R_{\text{вх.в}}$  соизмеримо с сопротивлением участка цепи.

При измерении напряжения на участке электрической цепи возникновение методической составляющей погрешности обуславливается шунтирующим действием  $R_{\text{вх.в}}$  на измеряемую цепь (рис. 1).

При этом сопротивление участка цепи уменьшается, что приводит к уменьшению падения напряжения на этом участке. Поэтому показания измерительного прибора всегда меньше, чем фактическое падение напряжения на рассматриваемом участке, когда прибор не подключен. Возникающая при этом относительная погрешность равна:

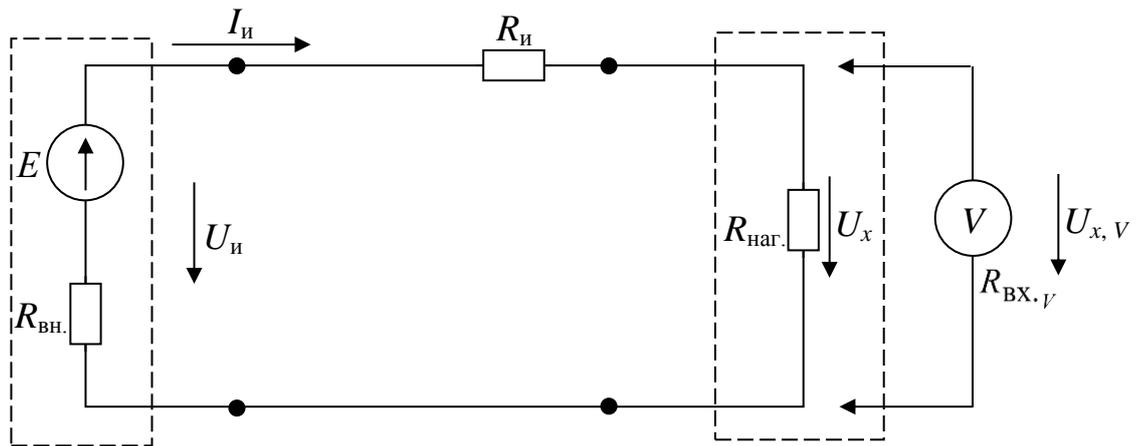


Рис. 1. Схема экспериментального определения напряжения вольтметром

$$\delta_M(U) = \frac{\Delta_M(U)}{U_x} 100 =$$

$$= - \frac{R_{наг.} (R_{ВН.} + R_{И})}{R_{ВХ.В} [R_{наг.} + (R_{ВН.} + R_{И})] + R_{наг.} (R_{ВН.} + R_{И})} 100, \% \quad (12)$$

а при  $R_{ВН.} \approx 0$

$$\delta_M(U) =$$

$$= - \frac{R_{наг.}}{R_{ВХ.В} + R_{наг.}} 100, \% \quad (13)$$

Методическую погрешность можно определить экспериментальным путем, если при повторном измерении напряжения параллельно первому вольтметру  $V$  (рис. 2) подключить второй вольтметр  $V_2$  с высоким классом точности и известным внутренним сопротивлением  $R_{ВХ.В2}$ .

Тогда методическую погрешность можно вычислить по формуле:

$$\delta_M(U) = \frac{R_{ВХ.В2}}{R_{ВХ.В}} \cdot \frac{U'_{xV} - U_{xV}}{U'_{xV}} 100, \% \quad (14)$$

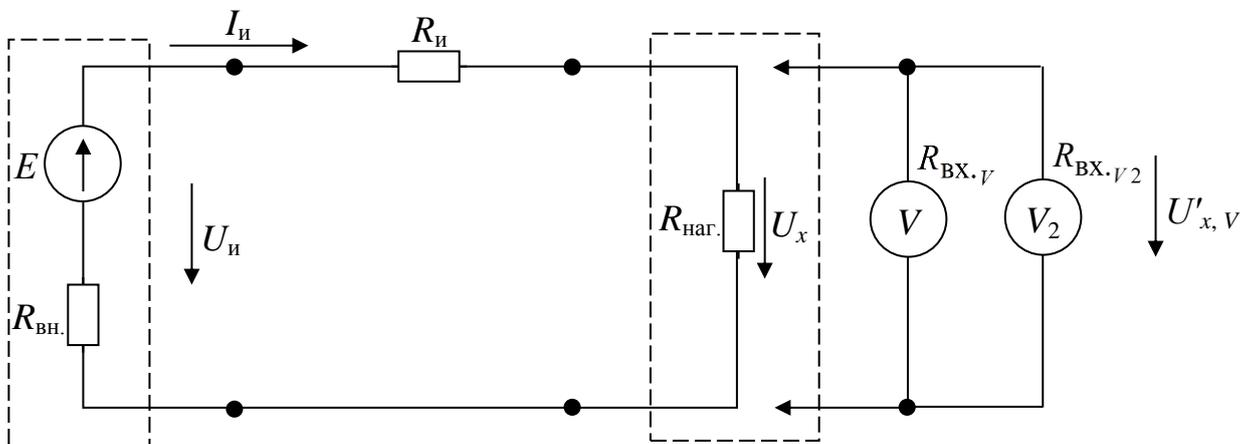


Рис. 2. Схема экспериментального определения методической погрешности

Если допустить, что подключение вольтметра практически не изменяет ток в цепи, то влияние  $R_{\text{вх.}v}$  можно исключить способом измерения падения напряжения «двух отсчетов», при котором изменение падения напряжения проводят дважды двумя разными вольтметрами, а истинное значение напряжения рассчитывают по формуле

$$U_x = U_{v2} \frac{R_{\text{вх.}v2} - R_{\text{вх.}v}}{R_{\text{вх.}v2} - R_{\text{вх.}v} \frac{U_{v2}}{U_v}}, \text{ В (15)}$$

где  $U_v, U_{v2}$  – результаты измерения напряжения вольтметрами  $V$  и  $V_2$ , В;

$R_{\text{вх.}v}, R_{\text{вх.}v2}$  – внутренние сопротивления вольтметров  $V$  и  $V_2$ , Ом.

При использовании многопредельного вольтметра и выполнении условия, что номинальный ток  $I_{\text{н}v}$  на всех его диапазонах один и тот же, выражение для измеряемого напряжения  $U_x$  имеет вид:

$$U_x = U_{v2} \frac{m-1}{m - \frac{U_{v2}}{U_v}}, \text{ В (16)}$$

где  $m = \frac{U_{\text{н}2}}{U_{\text{н}1}} = \frac{R_{v2}}{R_{v1}}$  – коэффициент изменения диапазона измерений, от.ед.;

$U_{\text{н}1}, U_{\text{н}2}$  – номинальные напряжения многопредельного вольтметра на двух диапазонах, В;

$R_{v1}, R_{v2}$  – внутренние сопротивления многопредельного вольтметра на двух диапазонах. Ом.

Аналогичные результаты можно получить одним вольтметром, если при повторном измерении напряжения параллельно вольтметру подключить резистор с известным сопротивлением  $R_N \cong R_{\text{вх.}v}$ . Тогда измеряемое напряжение будет равно

$$U_x = U_{v2} \frac{R_{\text{вх.}v}}{\frac{U_{v2}}{U_v} (R_{\text{вх.}v} + R_N) - R_N}, \text{ В (17)}$$

Абсолютное значение методической погрешности измерения может быть вычислено по формуле:

$$\Delta_M(U) = - \frac{\delta_M(U)}{1 + \delta_M(U)} U_{xv}, \text{ В (18)}$$

Результат измерения напряжения может быть представлен уравнением

$$U_x = U_{x,v} \pm \Delta(U) + \Delta_M(U), \text{ В (19)}$$

где  $U_{xv}$  – результат измерения (показания вольтметра), В;

$\Delta(U) = \frac{\delta(U)}{100} U_{xv}$  – абсолютное значение инструментальной погрешности, В;

$\delta(U) = \pm \gamma \frac{U_{\text{н}}}{U_{xv}}$  – относительное значение инструментальной погрешности, %;

$\gamma$  – класс точности вольтметра, %.

### 1.2.2. Оценка методической погрешности при измерении тока

Ток в цепи можно измерить приборами непосредственного отсчета – амперметрами. В цепь измеряемого тока последовательно включается амперметр.

При измерении тока возникновение методической составляющей погрешности

результата измерения обусловленная внутренним сопротивлением амперметра  $R_A$ .

Внутренне сопротивление амперметра  $R_A$  может быть определено через номинальный ток амперметра  $I_A$ , протекающий через измерительную цепь амперметра и мощность измерительной цепи амперметра

$$R_A = \frac{P_A}{I_A^2}.$$

При включении амперметра в электрическую цепь (рис. 3), состоящую из источника ЭДС и нагрузки, вследствие отличия от нуля сопротивления амперметра  $R_A$

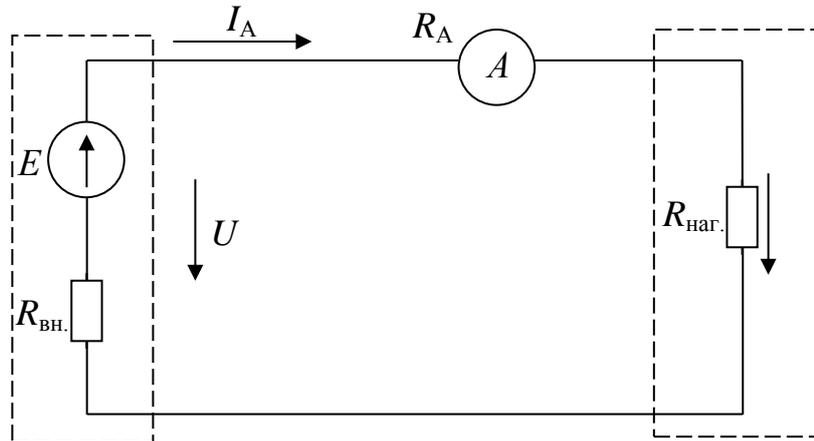


Рис. 3. Электрическая цепь при непосредственном измерении тока

возникает методическая погрешность, абсолютное значение которой равно

$$\Delta_M(I) = I_A - I = -\frac{R_A}{R_H - R_A} I_A, \text{ А} \quad (20)$$

где  $I_A$  – показания измерительного прибора (ток в цепи) после включения в неё амперметра, А;

$I$  – ток в цепи до включения прибора, А;

$R_A$  – внутреннее сопротивление амперметра, Ом;

$R_H$  – сопротивление цепи до включения измерительного прибора, Ом,

а относительное

$$\delta_M(I) = -\frac{\Delta_M(I)}{I_A} 100 = -\frac{R_A}{R_H - R_A} 100, \% \quad (21)$$

Методическая составляющая погрешности всегда отрицательна, так как ток в цепи вследствие включения амперметра уменьшается. Эта погрешность может быть исключена введением соответствующей поправки

$$\Delta_M(I) = -\frac{\Delta_M(I)}{1 + \Delta_M(I)} I_A, \text{ А} \quad (22)$$

При известных сопротивлениях нагрузки  $R_H$  и амперметра  $R_A$  ток в цепи до включения амперметра  $I$  вычисляется по формуле

$$I = I_A \frac{R_H + R_A}{R_H}, \text{ А} \quad (23)$$

где  $I_A$  – ток в цепи после включения амперметра. А.

Поскольку в реальных условиях сопротивление цепи  $R_H$  чаще всего неизвестно, расчетным путем относительную методическую погрешность определить не удастся. Ее

можно определить опытным путем. Для этого последовательно с амперметром  $A_1$  включают амперметр  $A_2$  с сопротивлением  $R_{A2}$  (рис. 4).

Относительное значение методической погрешности вычисляется по формуле:

$$\delta_M(I) = \frac{I_{A1+A2} - I_{A1}}{I_{A1+A2}} \cdot \frac{R_{A1}}{R_{A2}} 100, \% \quad (24)$$

где  $I_{A1}$  – показания амперметра  $A_1$  до подключения в цепь амперметра  $A_2$ , А;

$I_{A1+A2}$  – показания амперметра  $A_1$  после включения в цепь амперметра  $A_2$ , А;

$R_{A1}$  и  $R_{A2}$  – внутреннее сопротивление амперметра  $A_1$  и  $A_2$  соответственно, Ом.

Данную погрешность измерения тока можно исключить методом «двух отсчетов». Для метода «двух отсчетов» ток измеряется двумя разными амперметрами, сопротивления, которых известны. Тогда ток в цепи определяется выражением

$$I = I_{A2} \frac{R_{A1} - R_{A2}}{R_{A1} - R_{A2} \frac{I_{A2}}{I_{A1}}}, \text{ А} \quad (25)$$

где  $I_{A1}$ ,  $I_{A2}$  – показания амперметров, А;

$R_{A1}$  и  $R_{A2}$  – внутренние сопротивления соответствующих амперметров  $A_1$  и  $A_2$ , Ом.

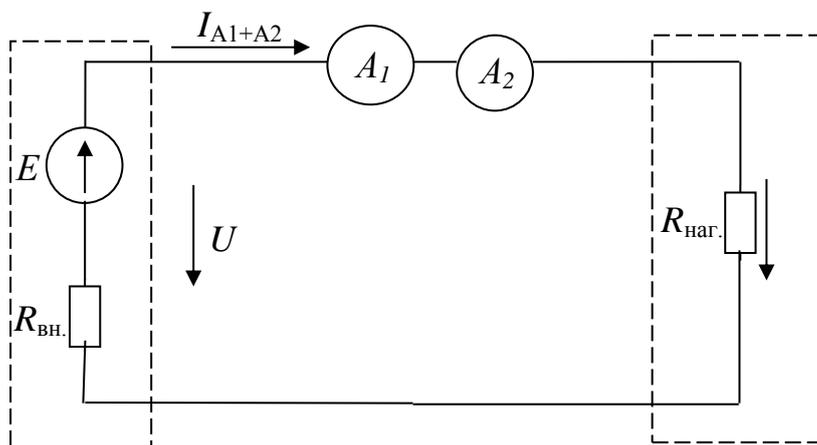


Рис. 4. Электрическая цепь с двумя амперметрами

В случае отсутствия двух разных амперметров можно воспользоваться одним амперметром и образцовым резистором с сопротивлением  $R_N \cong R_A$ , который при втором измерении тока включается последовательно с амперметром. Тогда ток в цепи определяется выражением

$$I = I_{A2} \frac{R_N}{\frac{I_{A2}}{I_{A1}}(R_A + R_N) - R_A}, \text{ А} \quad (26)$$

где  $I_{A1}$  – ток, измеряемый амперметром до подключения добавочного резистора  $R_N$ , А;

$I_{A2}$  – ток, измеряемый амперметром после подключения добавочного резистора

$R_N$ , А.

Метод «двух отсчетов» дает возможность определить также неизвестное внутреннее сопротивление амперметра, если второе измерение тока  $I_{A2}$  производится амперметром, который шунтирован образцовым резистором с сопротивлением

$R_N \cong R_A$ . Допуская, что шунтирование амперметра не вызывает изменение тока в цепи, можно найти выражение для  $R_A$ :

$$R_A = R_N \frac{I_{A1} - I_{A2}}{I_{A2}}. \text{ Ом (27)}$$

Результирующая погрешность измерения тока в цепи является суммой инструментальной и методической составляющих и может быть вычислена:

$$\delta_{\Sigma}(I) = \pm \delta(I) + \delta_m(I). \text{ (28)}$$

В заключение необходимо отметить следующее. Если амперметр включен в цепь постоянно и контролирует ее рабочий режим, то методическая погрешность равна нулю, ибо полное сопротивление цепи не изменяется, а ток в нагрузке в точности равен току, показываемому амперметром.

### 1.3. Задачи по оценке погрешности прямых однократных измерений

**Задание 1.** Приведите решение задач для своего варианта.

1. Найти абсолютную и относительную погрешности вольтметра, если при измерении напряжения на резисторе сопротивлением 7 Ом вольтметр показал 13,5 В. ЭДС источника питания равна 14,5 В, а его внутреннее сопротивление 0,2 Ом.
2. Определить относительную погрешность измерения напряжения 100 В вольтметром класса точности 2,5 на номинальное напряжение 250 В.
3. Имеются три вольтметра: класса 1,0 с номинальным напряжением 300 В, класса 1,5 с номинальным напряжением 250 В и класса 2,5 с номинальным напряжением 150 В. Определить какой из вольтметров обеспечит большую точность измерения напряжения 130 В.
4. Для измерения напряжения 9,5 В используются два вольтметра: класса точности 1,0 с номинальным напряжением 50 В и класса точности 1,5 с номинальным напряжением 10 В. Определить, при измерении напряжения каким вольтметром наибольшая относительная погрешность меньше и во сколько раз.
5. Вольтметром с верхним пределом измерения 1,5 В измеряется напряжение на зажимах цепи. Ток полного отклонения стрелки вольтметра 1,5 мА. ЭДС источника 0,8 В, его внутреннее сопротивление 60 Ом. Сопротивление нагрузки 500 Ом. Определить допускаемое значение относительной погрешности вольтметра, если класс точности вольтметра равен 1,0.
6. Через резистор сопротивлением 10 Ом протекает ток 2,5 А. При измерении падения напряжения вольтметр показал 24,6 В. Определить абсолютную и относительную погрешности измерения напряжения.
7. Вольтметр класса 0,5 со шкалой 0-100 В измеряет напряжение на участке цепи 75 В. Определить абсолютную и относительную погрешности измерения напряжения.
8. Отсчет по шкале прибора с пределом измерения 100 В равен 55 В. Определить пределы абсолютной погрешности для прибора класса 0,02/0,01.
9. Определить относительную погрешность измерения напряжения, если показания вольтметра класса точности 1,0 с пределом измерения 300 В составили 75 В.
10. Определить показания двух вольтметров с пределами измерения 150 В, если класс точности одного 1,5, а второго 2,5. Действительное значение измеряемого напряжения 100 В.
11. Для измерения ЭДС в цепи использован вольтметр класса 0,2 с верхним пределом измерения 3 В и внутренним сопротивлением  $R_v = 1000$  Ом. Определить предел допускаемой относительной погрешности прибора, если  $E = 1,5$  В и  $R_{вн} = 100$  Ом.

12. Определить абсолютную и относительную погрешности измерения напряжения, если вольтметр с пределом измерения 300 В класса 2,5 показывает 100 В.
13. Для измерения напряжения используются два вольтметра. Первый – с пределом измерения 30 В класса 2,5 второй – с пределом измерения 150 В класса 1,0. Определить, какой вольтметр измеряет напряжение точнее, если первый показал 29,5 В, а второй 30 В.
14. Вольтметр на 100 В со шкалой на 500 делений подсоединен к сети. Определить напряжение сети, если вольтметр показывает 350 делений. Определить наибольшую относительную погрешность при измерении прибором класса точности 0,5.
15. Падение напряжения на участке цепи измерялось дважды двумя разными вольтметрами. Вольтметр на 250 В и током полного отклонения стрелки 50 мА показал 120 В, а вольтметр на 300 В и током полного отклонения стрелки 30 мА показал 130 В. Определить значение измеряемого напряжения.
16. Измерения падения напряжения дали следующие результаты: 100 В на пределе измерения 250 В и 120 В на пределе измерения 500 В. Определить измеряемое напряжение, если ток полного отклонения стрелки прибора на всех пределах один и тот же.
17. Для измерения напряжения был взят вольтметр со шкалой на 100 В, с внутренним сопротивлением 30 кОм, класса точности 0,5. Определить абсолютную погрешность измерения напряжения.
18. Определить класс точности прибора, если наибольшая абсолютная погрешность при измерении напряжения милливольтметром с верхним пределом измерения 100 мВ при измерении напряжения 20 мВ составляет 1,2 мВ.
19. В наличии имеются четыре вольтметра: первый вольтметр класса точности 0,5 с пределом измерения 250 В; второй – класса точности 1,0 с пределом измерения 1000 В; третий – класса точности 4,0 с пределом измерения 300 В; четвертый – класса точности 0,8/0,6 с поддиапазонами измерения 50, 500, 1000 В. Определить, какие из вольтметров подойдут для измерения напряжения 200 В с погрешностью не более 2%.
20. Амперметр с верхним пределом измерения 10 А, показал ток 5,3 А при его действительном значении 5,2 А. Определить абсолютную, относительную и приведенную погрешности амперметра, а также абсолютную поправку.
21. Определить класс точности миллиамперметра с конечным значением шкалы 0,5 мА для измерения тока (0,1-0,5) мА, чтобы относительная погрешность измерения не превышала 1%.
22. Что покажут два миллиамперметра с пределами измерения 100 А и шкалой на 100 делений класса 1,0 и 0,5 при измерении тока, действительное значение которого равно 50.
23. Для измерения тока используются два амперметра: класса 2,5 с пределом измерения 5 А и класса 1,0 с пределом измерения 10 А. Определить какой амперметр измеряет ток точнее, и на сколько точнее, если первый показал 2,95 А, а второй 3 А.
24. Для измерения тока в цепи с источником напряжения 20 В и резистором с сопротивлением 20 Ом используются три амперметра: класса 0,2 с пределом измерения 1 А и внутренним сопротивлением 1 Ом; класса 0,5 с пределом измерения 2,5 А и внутренним сопротивлением 0,6 Ом; класса 1,0 с пределом измерения 5 А и внутренним сопротивлением 0,16 Ом. Выберите такой амперметр, который позволяет измерить ток без учета методической погрешности, т.е.  $\delta_m(I) < 0,2 \delta(I)$ .
25. Определить относительную погрешность измерения ЭДС генератора вольтметром с внутренним сопротивлением 1 кОм. Внутреннее сопротивление генератора 2 Ом.

26. Вольтметром, имеющим верхний предел измерения 150 В и ток полного отклонения 3 мА, измеряется падение напряжения на резисторах  $R_1 = 5 \text{ кОм}$  и  $R_2 = 10 \text{ кОм}$ , подключенных последовательно к источнику с напряжением 120 В. Определить показания прибора и относительную методическую погрешность измерения напряжения.
27. Измерения падения напряжения многопредельным вольтметром дали следующие результаты: 100 В на пределе измерения 250 В и 120 В на пределе измерения 500 В. Определить измеряемое напряжение, если ток полного отклонения вольтметра на всех пределах измерения один и тот же.
28. Определить, какими должны быть отношения внутреннего сопротивления вольтметра, подключенного к цепи, к её внутреннему сопротивлению, чтобы относительные методические погрешности измерения напряжения не превышали  $-0,1$ ;  $-1$  и  $-10\%$ .
29. Для измерения ЭДС генератора использован вольтметр класса 0,2 с верхним пределом измерения 3 В и внутренним сопротивлением 1000 Ом. Определить относительную методическую погрешность измерения ЭДС, если внутреннее сопротивление источника равно 100 Ом.
30. Определить показания вольтметра при измерении напряжения на сопротивлениях 2 кОм и 1 кОм, если внутреннее сопротивление вольтметра 2 кОм. Напряжение сети 120 В.
31. Определить относительную методическую погрешность измерения напряжения вольтметром на нагрузке 2000 Ом в цепи с источником ЭДС, внутренним сопротивлением которого можно пренебречь, если мощность, рассеиваемая на вольтметре, равна 10 Вт, а на нагрузке 100 Вт.
32. Определить относительную погрешность измерения ЭДС генератора вольтметром с внутренним сопротивлением 10 кОм. Внутреннее сопротивление генератора 0,2 Ом.
33. Падение напряжения на участке цепи измеряется дважды двумя разными вольтметрами. Вольтметр на 250 В и током полного отклонения 50 мА показал 120 В, а вольтметр на 300 В и током полного отклонения 30 мА показал 130 В. Определить значение измеряемого напряжения.
34. Вольтметром с верхним пределом измерения 1,5 В измеряется напряжение на зажимах цепи сопротивлением 500 Ом. Ток полного отклонения вольтметра 1,5 мА. ЭДС генератора равна 0,8 В, внутреннее сопротивление генератора 6 Ом, сопротивление нагрузки 50 Ом. Определить относительную методическую погрешность измерения напряжения.
35. Два вольтметра с пределами измерений 150 В и сопротивлениями 2 кОм и 3 кОм соединены последовательно и подключены к источнику напряжения 220 В. Определить показания каждого вольтметра.
36. Определить относительную методическую погрешность измерения напряжения вольтметром с внутренним сопротивлением 40 кОм на нагрузке 100 Ом в цепи с источником энергии, ЭДС которого 10 В и внутреннее сопротивление 1,0 Ом.
37. Определить относительную погрешность измерения ЭДС генератора вольтметром с внутренним сопротивлением 10 кОм. Внутреннее сопротивление генератора 0,2 Ом.
38. Для определения ЭДС генератора к его зажимам подсоединен вольтметр с внутренним сопротивлением 1200 Ом. Внутреннее сопротивление генератора 0,6 Ом. Какую методическую ошибку мы допускаем, считая показание вольтметра равным ЭДС генератора?
39. Для измерения постоянного тока последовательно с резистором 10 Ом включен амперметр с внутренним сопротивлением 0,2 Ом. Определить абсолютную и

- относительную погрешности измерения тока при условии, что напряжение равно 5 В.
40. Для измерения тока последовательно с резистором 10 кОм включен микроамперметр класса 1,5, имеющий предел измерения 1 мкА и внутреннее сопротивление 0,3 Ом. Определить относительную методическую погрешность измерения тока, если цепь питается напряжением 15 мВ.
  41. Для измерения тока в цепи, состоящей из источника питания, ЭДС которого равна 6 В и внутреннее сопротивление 2,5 Ом и сопротивления нагрузки 297,5 Ом, включен миллиамперметр класса 1,5 с тремя пределами измерения:  
 $I_H = 25 \text{ мА}$  с внутренним сопротивлением 100 Ом;  
 $I_H = 50 \text{ мА}$  с внутренним сопротивлением 50 Ом;  
 $I_H = 100 \text{ мА}$  с внутренним сопротивлением 25 Ом.  
Определить показания прибора, систематическую погрешность и погрешность измерений на всех трех пределах измерения прибора.
  42. Для исключения методической погрешности ток в цепи измеряется двумя амперметрами, имеющими полный ток отклонения 5 А и 7,5 А и внутренние сопротивления 0,2 Ом и 0,1 Ом. Определить измеряемое значение тока, если показания первого и второго амперметров равны 4 А и 4,5 А соответственно.
  43. При измерении тока амперметром, имеющим внутреннее сопротивление 0,5 Ом, получено значение 3,5 А, а после включения в цепь добавочного резистора сопротивлением 1 Ом ток уменьшился до 3 А. Определить значение тока в цепи до включения амперметра.
  44. В цепь для измерения тока включен микроамперметр класса точности 1,5, имеющий верхний предел измерения 1 мкА и внутреннее сопротивление 0,3 Ом. Определить относительную методическую погрешность измерения тока микроамперметром при напряжении 15 мВ и сопротивлении нагрузки 10 кОм.
  45. Последовательно с резистором сопротивлением 50 Ом включен амперметр, который показывает ток 0,6 А. Параллельно резистору подключен вольтметр, показания которого 25,2 В. Определить внутреннее сопротивление вольтметра.
  46. При подключении к зажимам источника энергии амперметра с внутренним сопротивлением 1 Ом, последний показал ток 4 А, а при подключении к тому же источнику вольтметра с внутренним сопротивлением 10 кОм последний показал 7,5 В. Определить напряжение на выходе источника энергии и ток короткого замыкания последнего.
  47. Определить относительную методическую погрешность измерения тока амперметром с внутренним сопротивлением 0,2 Ом, включенным последовательно в цепь с источником ЭДС внутренним сопротивлением 100 Ом.
  48. В цепь для измерения тока включен микроамперметр класса точности 1,5, имеющий верхний предел измерения 1 мкА и внутреннее сопротивление 0,3 Ом. Определить относительную методическую погрешность измерения тока микроамперметром при напряжении 15 мВ и сопротивлении нагрузки 10 кОм.
  49. Два вольтметра с пределами измерений 150 В и сопротивлениями 2 кОм и 3 кОм соединены последовательно и подключены к источнику напряжения 220 В. Определить показания каждого вольтметра.
  50. При измерении напряжения на нагрузке с сопротивлением 7 Ом вольтметр показал 13,5 В. ЭДС источника 14,2 В, а его внутреннее сопротивление 0,1 Ом. Определить абсолютную и относительную методические погрешности измерения напряжения.

## II. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ КОСВЕННЫХ ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

### II.1. Основные определения и формулы при оценке инструментальной составляющей погрешности

В большинстве случаев измеряется не непосредственно интересующая нас величина, а другая, определяющая искомую тем или иным образом. Например, для определения сопротивления цепи мы измеряем напряжение на участке цепи  $U_V$  и ток в ней  $I_A$ , а сопротивление вычисляем, используя соотношение:

$$R = \frac{U_V}{I_A}. \quad (29)$$

При таких измерениях, которые называются косвенными, необходимо также уметь вычислять погрешность результата.

При косвенных измерениях могут быть два основных случая, когда интересующая нас физическая величина зависит от одной, либо от нескольких измеряемых величин.

Косвенные измерения включают два этапа:

- непосредственное измерение одной или более величин;
- вычисление по известной функциональной зависимости интересующую нас физическую величину.

Если косвенные измерения состоят из двух этапов, то и оценка погрешности результата вычислений также включает два этапа:

- оценка погрешности, обусловленной метрологическими характеристиками средств измерения, используемых для измерения величин, измеряемых непосредственно прямыми измерениями;
- определение, как эти погрешности «распространяются» в расчетах и приводят к погрешности в конечном результате.

Рассмотрим два метода расчета погрешности косвенных измерений.

#### 1. Дифференциальный метод.

Известно, что дифференциал функции есть её малое приращение при малом приращении аргумента, и он мал по сравнению с самой функцией. Приближенно можно считать, что функция и её дифференциал находятся в том же отношении, как и измеряемая величина с её абсолютной погрешностью. Это позволяет использовать дифференциальное исчисление для расчета абсолютной и относительной погрешности косвенных измерений.

При косвенных измерениях измеряемая величина  $Y$  функционально связана с другими величинами  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , которые определяются прямыми измерениями:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (30)$$

Очевидно, что абсолютная погрешность измеряемой косвенно величины  $\Delta Y$  является некоторой функцией погрешностей прямых измерений:

$$\Delta Y = f(\Delta X_1, \Delta X_2, \dots, \Delta X_n). \quad (31)$$

В простейшем случае, при одной переменной  $Y = f(X)$ , в результате измерения получаем

$$Y + \Delta Y = f(X + \Delta X). \quad (32)$$

Разложив правую часть выражения (32) в ряд Тейлора и сохранив члены разложения, содержащие  $\Delta X$  в первой степени получим

$$Y + \Delta Y = f(X) \pm \frac{df(X)}{dX} \Delta X. \quad (33)$$

Отсюда абсолютная и относительная погрешности, равны

$$\Delta Y = \pm \frac{df(X)}{dX} \Delta X; \quad \delta Y = \frac{\Delta Y}{Y} = \pm \frac{df(X)}{dX} \frac{\Delta X}{Y}. \quad (34)$$

Если искомое значение физической величины  $Y$  находят на основании результатов прямых измерений нескольких величин, связанных с искомой известной функциональной зависимостью  $Y = f(X_1, X_2)$ , инструментальные погрешности  $\Delta X_1, \Delta X_2$  есть источник инструментальной погрешности  $\Delta Y$  и функция  $Y = f(X_1, X_2)$ , может быть представлена рядом Тейлора

$$Y \pm \Delta Y = f(X_1, X_2) \pm \left( \frac{\partial f}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} \Delta X_2 \right) \pm \frac{1}{2!} \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial X_1^2} \Delta^2 X_1 + 2 \frac{\partial^2 f}{\partial X_1 \partial X_2} \Delta X_1 \Delta X_2 + \frac{\partial^2 f}{\partial X_2^2} \Delta^2 X_2 \right] \pm \dots \quad (35)$$

Отбрасывая члены, содержащие  $\Delta^2 X_i$  и более высокие степени, оценка результата косвенного измерения может быть записана в виде

$$Y \pm \Delta Y = f(X_1, X_2) \pm \left( \frac{\partial f}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} \Delta X_2 \right), \quad (36)$$

где абсолютная погрешность результата косвенных измерений находится как сумма погрешностей

$$\left( \frac{\partial f}{\partial X_1} \Delta X_1 + \frac{\partial f}{\partial X_2} \Delta X_2 \right). \quad (37)$$

Распространяя полученное выражение на любое число аргументов, абсолютную погрешность косвенного измерения можно записать в следующем виде

$$\Delta Y = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial X_i} \right| \Delta X_i, \quad (38)$$

где  $\frac{\partial f}{\partial x_i}$  — частная производная от функции  $Y$  по  $i$ -му аргументу, вычисленная при подстановке в нее оценок аргументов, называемая функцией влияния погрешности соответствующего аргумента на погрешность результата косвенного измерения;

$\Delta X_i$  — частная абсолютная погрешность результата косвенного измерения от влияния погрешности  $i$ -го аргумента.

Полагая частные погрешности независимыми, по принятому в математической статистике закону сложения погрешностей общая формула для вычисления абсолютной погрешности  $\Delta Y$  при косвенных измерениях имеет вид

$$\Delta Y = \sqrt{\left( \frac{\partial f}{\partial x_1} \right)^2 \Delta^2 X_1 + \left( \frac{\partial f}{\partial x_2} \right)^2 \Delta^2 X_2 + \dots + \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \Delta^2 X_i} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial X_i} \Delta X_i \right)^2}, \quad (39)$$

где слагаемые являются квадратами частных погрешностей прямых измерений.

Относительная погрешность определяется как

$$\delta Y = \frac{\Delta Y}{Y} 100, \% \quad (40)$$

Формулой (39) удобно пользоваться в случае, если функциональная зависимость  $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$  имеет вид суммы или разности независимых переменных.

Рассмотрим применение алгоритма, использующего вычисление производных измеряемой величины по её аргументам на следующих примерах.

Пример 1. Пусть функциональная зависимость косвенно измеренной физической величины  $Y$  от непосредственно измеряемых величин  $X_1$  и  $X_2$  имеет следующий вид

$$Y = aX_1 + bX_2$$

где  $a, b$  – постоянные коэффициенты;

$X_1, X_2$  - непосредственно измеряемые величины.

Решение:

Поскольку функция  $Y$  представляет сумму двух слагаемых, находим частные производные функции  $Y$  по переменным  $X_1$  и  $X_2$

$$\frac{\partial f}{\partial X_1} = a; \quad \frac{\partial f}{\partial X_2} = b$$

и подставляя их в формулу (33) получаем

$$\Delta Y = \sqrt{(a\Delta X_1)^2 + (b\Delta X_2)^2}.$$

Абсолютные погрешности  $\Delta X_1$  и  $\Delta X_2$  должны быть предварительно определены методами оценки погрешностей прямых измерений.

Зная абсолютную погрешность  $\Delta Y$  нетрудно вычислить и относительную погрешность

$$\delta Y = \frac{\Delta Y}{Y} 100 \%$$

Пример 2. Прямыми измерениями найдены значения массы  $m = (310 \pm 6)$  г, радиуса  $R = (104 \pm 5)$  мм и линейной скорости  $V = (30 \pm 1)$  м/с равномерного вращения по окружности материальной точки. Необходимо оценить значение центробежной силы, действующей на материальную точку, а так же абсолютную и относительную погрешности этой оценки.

Решение:

Вычисляем среднее значение центробежной силы

$$F = \frac{m \cdot V^2}{R} = \frac{0,31 \cdot 30^2}{0,104} = 2683 \text{ Н} \approx 2,68 \text{ кН}$$

Находим частные производные функции  $F$  по переменным  $m, R$  и  $V$ , и вычисляем их средние значения

$$\frac{\partial F}{\partial m} = \frac{V^2}{R} = \frac{30^2}{104} = 8,65 \text{ Н/г}$$

$$\frac{\partial F}{\partial R} = -\frac{mV^2}{R^2} = -\frac{310 \cdot 30^2}{104^2} = -25,8 \text{ Н/мм}$$

$$\frac{\partial F}{\partial V} = \frac{2 mV}{R} = \frac{2 \cdot 310 \cdot 30}{104} = 179 Y \cdot c/M$$

Вычисляем составляющие погрешности от каждого аргумента

$$\Delta F_m = \left| \frac{\partial F}{\partial m} \right| \Delta m = 8,65 \cdot 6 = 51,9 \text{ Н}$$

$$\Delta F_R = \left| \frac{\partial F}{\partial R} \right| \Delta R = 25,8 \cdot 5 = 129 \text{ Н}$$

$$\Delta F_V = \left| \frac{\partial F}{\partial V} \right| \Delta V = 179 \cdot 1 = 179 \text{ Н}$$

Вычисляем полную погрешность абсолютную

$$\Delta F = \sqrt{\Delta F_m^2 + \Delta F_R^2 + \Delta F_V^2} = \sqrt{51,9^2 + 129^2 + 179^2} = 227 \text{ Н} \approx 0,2 \text{ кН}$$

и относительную

$$\delta F = \frac{\Delta F}{F} = \frac{0,2}{2,7} = 7\%$$

## 2. Логарифмический метод

Если формула, по которой рассчитывается физическая величина, представляет собой функцию произведений, или комбинацию произведения и частного нескольких независимых переменных, то для оценки погрешности лучше применять логарифмический метод.

Применение логарифмического метода для определения погрешности косвенных измерений логически следует из дифференциального метода. Во-первых, при логарифмировании любой функции, содержащей сомножители различных степеней, функция распадается на сумму логарифмов отдельных переменных. Во-вторых, дифференциал натурального логарифма любой переменной сразу дает относительную погрешность измеряемой величины.

Например, для функции одного переменного  $Y = f(X)$ , дифференциал натурального логарифма переменной  $X$  равен относительной погрешности

$$d[\ln Y(X)] = \frac{\Delta Y}{Y}. \quad (41)$$

Для вычисления относительной погрешности функции нескольких переменных, как и в случае одной переменной, необходимо воспользоваться формулой

$$d[\ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)] = \frac{\Delta Y}{Y}. \quad (42)$$

Максимальная (предельная) относительная погрешность функции нескольких переменных будет равна сумме абсолютных значений частных погрешностей

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Y}{Y} &= \left| \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_1} \Delta X_1 \right| + \left| \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_2} \Delta X_2 \right| + \dots + \left| \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_n} \Delta X_n \right| = \\ &= \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_i} \Delta X_i \right|. \quad (43) \end{aligned}$$

Полагая частные погрешности независимыми, по принятому в математической статистике закону сложения погрешностей общая формула для вычисления относительной погрешности  $\frac{\Delta Y}{Y}$  при косвенных измерениях имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Y}{Y} &= \sqrt{\left[ \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_1} \Delta X_1 \right]^2 + \left[ \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_2} \Delta X_2 \right]^2 + \dots + \left[ \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_n} \Delta X_n \right]^2} = \\ &= \sqrt{\sum_{i=1}^n \left[ \frac{\partial \ln Y(X_1, X_2, \dots, X_n)}{\partial X_i} \Delta X_i \right]^2}, \quad (44) \end{aligned}$$

Рассмотрим применение логарифмического метода на следующем примере.

Пусть функциональная зависимость косвенно измеренной величины  $Y$  от непосредственно измеряемых величин  $X_i$  имеет следующий вид

$$Y = \sqrt{\frac{aX_1^3}{X_2}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot X_1^{\frac{3}{2}} \cdot X_2^{-\frac{1}{2}}$$

Прологарифмируем это выражение

$$\ln Y = \frac{1}{2} \ln a + \frac{3}{2} \ln X_1 + \frac{1}{2} \ln X_2$$

Определим частные производные

$$\frac{\partial \ln Y}{\partial a} = 0; \quad \frac{\partial \ln Y}{\partial X_1} = \frac{3}{2X_1}; \quad \frac{\partial \ln Y}{\partial X_2} = -\frac{1}{2X_2}$$

Подставляя произведения частных производных умноженных на приращения независимых переменных в выражение (36), и заменяя «минусы» на «плюсы», получим относительную погрешность

$$\delta = \frac{\Delta Y}{Y} = \left| \frac{3}{2X_1} \Delta X_1 \right| + \left| -\frac{1}{2X_2} \Delta X_2 \right|$$

Вместо  $X_1, X_2$  подставляем их значения. Абсолютные погрешности  $\Delta X_1$  и  $\Delta X_2$  должны быть предварительно определены методами оценки погрешностей прямых измерений.

Зная относительную погрешность  $\delta$  нетрудно вычислить и абсолютную погрешность  $\Delta Y = \delta \cdot Y$

В реальных измерениях погрешности измеряемых величин  $\Delta X_1$  и  $\Delta X_2$ , могут сильно отличаться друг от друга. Если для одного из аргументов, например аргумента  $X_1$ , выполняется неравенство

$$\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta X_1 > 3 \frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta X_2, \quad (45)$$

то можно считать, что погрешность косвенно определенной величины  $\Delta Y$  определяется погрешностью  $\Delta X_1$ , т.е.

$$\Delta Y = \left| \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| \Delta X_1, \quad (46)$$

Поэтому при вычислении погрешности косвенно определяемой физической величины  $Y$  надо, прежде всего, выявить наименее точно определенную инструментальную погрешность измерительного прибора, из использованных в прямых измерениях, и, если выполняется неравенство (45), считать  $\Delta Y$  по формуле (46), пренебрегая погрешностью от аргумента  $X_2$ .

Формулы для вычисления абсолютных и относительных погрешностей измерения некоторых наиболее часто встречающихся функциональных зависимостей приведены в Приложении 1.

## II.2. Основные определения и формулы при оценке методической составляющей погрешности

### II.2.1. Оценка методической составляющей погрешности при измерении сопротивления в цепях постоянного тока

При измерении сопротивления резистора косвенным методом предусматривается применение приборов, предназначенных для измерения тока и напряжения. Значение сопротивления получают расчетным путем по результатам измерений и известным параметрам измерительной цепи.

Метод амперметра позволяет измерить сопротивление, если имеется, образцовый резистор  $R_N \cong R_x$ . Возможны два варианта измерительной цепи, которые изображены на рис. 5.

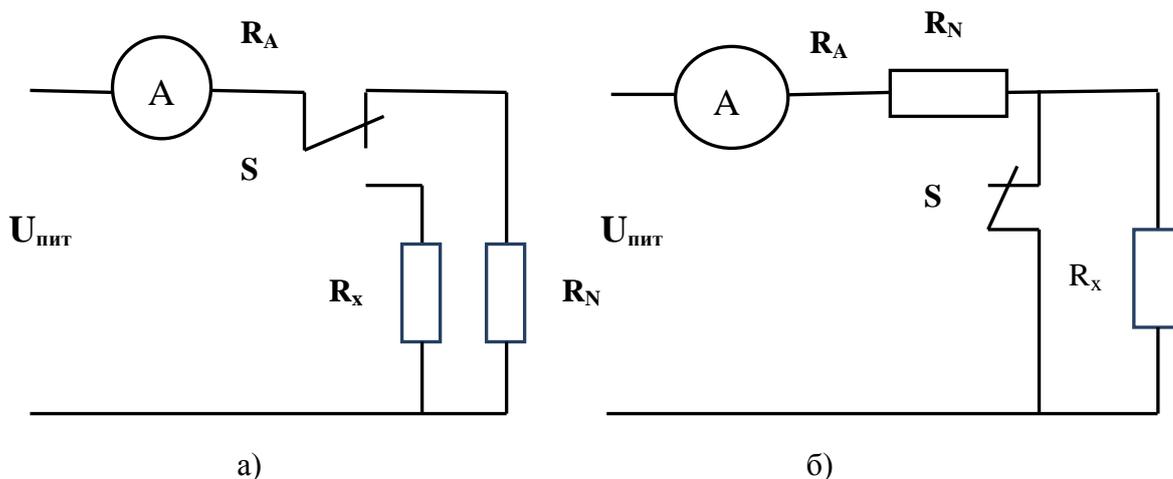


Рис. 5. Схемы измерения сопротивления амперметром

В схеме рис. 5а при замыкании переключателя  $S$  на образцовый резистор  $R_N$  ток в цепи равен

$$I_1 = \frac{U}{R_N + R_A}, \quad (47)$$

а при замыкании на измеряемый резистор  $R_x$

$$I_2 = \frac{U}{R_A + R_x}. \quad (48)$$

Из обоих выражений следует:

$$R_x = (R_N + R_A) \frac{I_1}{I_2} - R_A, \text{ Ом} \quad (49)$$

где  $R_A$  – сопротивление амперметра, Ом.

В схеме рис.5б измерения также производят при замкнутом и разомкнутом переключателе S. Величину  $R_x$  рассчитывают по формуле

$$R_x = (R_N + R_A) \left( \frac{I_1}{I_2} - 1 \right), \text{ Ом (50)}$$

Методом вольтметра можно измерять сопротивления, по значению близкие к сопротивлению вольтметра  $R_v$  (рис. 6а) или сопротивлению образцового резистора  $R_N$  (рис. 6б).

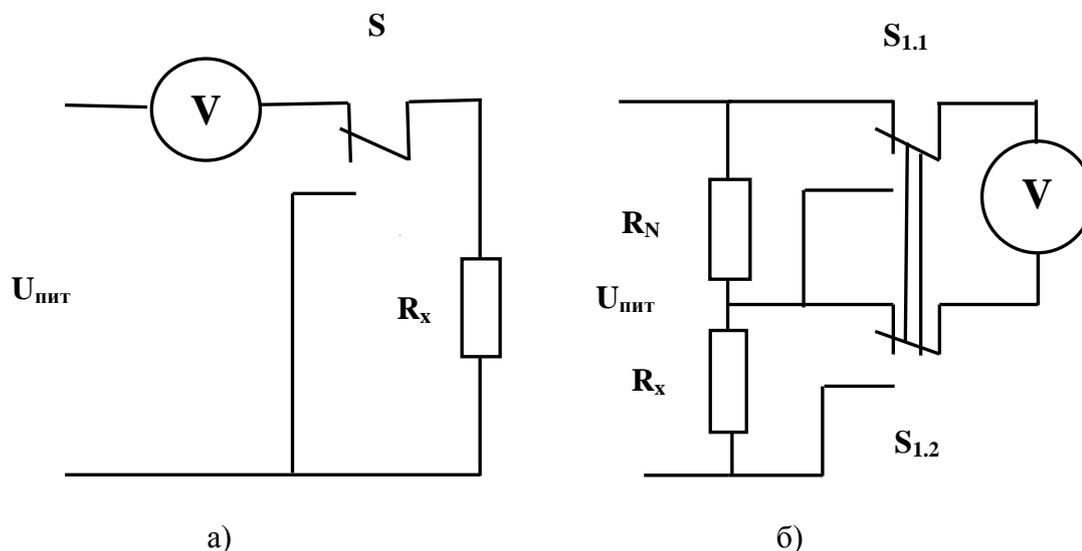


Рис. 6. Схема измерения сопротивления вольтметром

В схеме, показанной на рис. 6а, вольтметром измеряют напряжения  $U_1 = U_{\text{пит}}$  и  $U_2$ :

$$U_2 = I_v R_v = \frac{U}{R_v + R_x} R_v, \text{ В (51)}$$

где  $I_v$  – ток, протекающий в катушке вольтметра, А.

Из показаний вольтметра вычисляют значение измеряемого сопротивления

$$R_x = R_v \left( \frac{U_1}{U_2} - 1 \right), \text{ Ом (52)}$$

если известно внутреннее сопротивление вольтметра  $R_v$ .

Когда внутреннее сопротивление вольтметра неизвестно, используют схему, приведенную на рис. 6б, с образцовым резистором  $R_N$ , сопротивление которого выбирают близким к сопротивлению  $R_x$ . По результатам измерения падений напряжения  $U_1$  на резисторе  $R_N$  и  $U_2$  на резисторе  $R_x$  вычисляют значение  $R_x$ :

$$R_x = R_N \frac{U_2}{U_1}. \text{ Ом (53)}$$

Результат определения  $R_x$  не зависит от внутреннего сопротивления вольтметра. Предел измерений вольтметра необходимо выбирать из условия  $U_n \geq U_1$  и  $U_n \geq U_2$ .

Для реализации методов одного прибора требуется источник питания со стабильным напряжением и малым внутренним сопротивлением (аккумуляторная батарея).

Измерение сопротивления методом двух приборов «вольтметра-амперметра» проводится по двум схемам соединения этих приборов (рис. 7).

Из показаний приборов на основании закона Ома можно вычислить приближенное значение  $R'_x$  или  $R''_x$  измеренного сопротивления:

$$R'_x = R''_x = \frac{U_v}{I_A}, \text{ Ом (54)}$$

где  $U_v$  – показание вольтметра, В;

$I_A$  – показание амперметра, А,

которое отличается от действительного  $R_x$ . Возникающая методическая погрешность  $\Delta_m(R)$ , обусловлена влиянием сопротивлений измерительных приборов и зависит от схемы их включения.

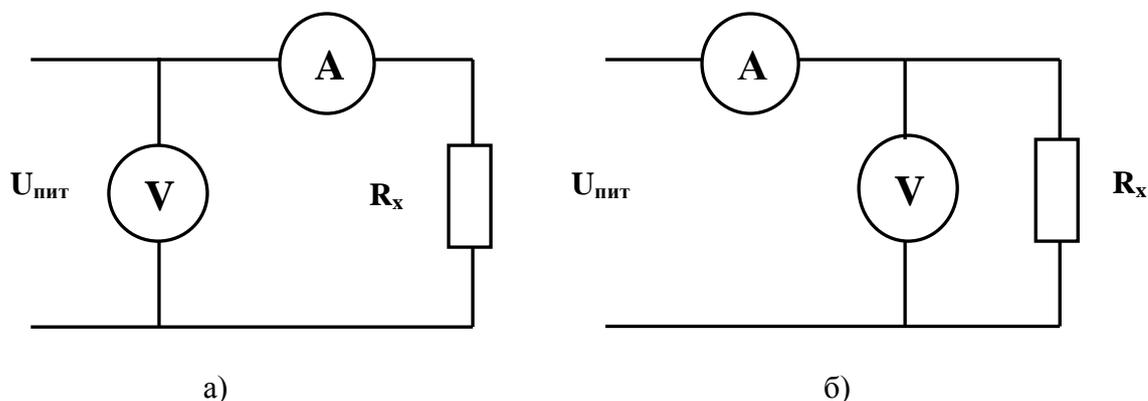


Рис. 7. Схемы включения измерительных приборов при определении сопротивления косвенным методом:

а) при измерении средних и больших сопротивлений (до  $10^8$  Ом) с микроамперметром;

б) при измерении малых сопротивлений (до  $10^{-3}$  Ом) с милливольтметром.

В схеме, показанной на рис. 7а, вольтметром измеряется сумма напряжений на резисторе  $R_x$  и амперметре

$$U_v = U_{R_x} + U_A = I_A R_x + U_A, \text{ В. (55)}$$

Учитывая падение напряжения на амперметре  $U_A = I_A R_A$ , получаем:

$$R'_x = \frac{U_x + U_A}{I_A} = R_x + R_A, \text{ Ом (56)}$$

откуда скорректированный результат определения сопротивления резистора  $R_x$  по схеме (рис. 7а) будет равен

$$R_x = R'_x - R_A, \text{ Ом. (57)}$$

Изменение схемы включения приборов (перенос амперметра ближе к источнику – (рис.7б) не исключает методическую погрешность, а просто меняет ее природу. В этом случае причиной погрешности будет внутреннее сопротивление вольтметра ( $R_V \neq \infty$ ) и, как следствие, текущий через него ток  $I_V$  и, поэтому, несколько завышенные показания амперметра:  $I_A = I_{R_x} + I_v$ . Учитывая ток  $I_v = \frac{U_v}{R_v}$ , можно получить:

$$R''_x = \frac{U_v}{I_{R_x} + I_v} = \frac{R_x}{1 + \frac{R_x}{R_v}}, \text{ Ом (58)}$$

откуда

$$R_x = \frac{R_x''}{1 - \frac{R_x''}{R_v}} \cdot \text{Ом} \quad (59)$$

Абсолютная методическая погрешность для схемы на рис. 7а равна

$$\Delta'_M = R'_x - R_x = R_A, \text{ Ом} \quad (60)$$

а относительная погрешность для схемы на рис. 7а

$$\delta'_M = \frac{R_A}{R_x} 100, \% \quad (61)$$

Из определения относительной методической погрешности следует, что чем меньше соотношение  $\frac{R_A}{R_x}$ , тем меньше методическая погрешность. Поэтому измерение по схеме на рис. 7а обеспечивает меньшую погрешность при измерении больших сопротивлений.

Результат определения сопротивления резистора при измерении токов и напряжений по схеме (рис.7а), даёт завышенную величину измеряемого сопротивления резистора  $R_x$  по сравнению с его действительным значением. При этом относительная методическая погрешность будет тем меньше, чем меньше сопротивление амперметра  $R_A$ . Поэтому пользоваться схемой на рис. 7а следует в тех случаях, когда  $R_A \ll R_x$ , что позволяет пренебречь сопротивлением амперметра  $R_A$ , т.е. считать  $\delta_M = 0$ .

Так например, если при измерении методом «вольтметра – амперметра» сопротивления резистора использован амперметр с внутренним сопротивлением  $R_A = 10$  Ом и по показаниям вольтметра и амперметра, соответственно,  $U_V = 200$  В,  $I_A = 2$  А, вычисленное сопротивление равно  $R_x = 100$  Ом, то абсолютная методическая погрешность определения сопротивления резистора будет равна  $\Delta'_M = R_A = 10$  Ом, что составляет - 10% от результата измерения (относительная методическая погрешность). Таким образом, эту составляющую можно полностью скомпенсировать простым уменьшением вычисленного значения на значение  $\Delta'_M = R_A = 10$  Ом. Если при  $R_x = 10 R_A$  вычисление по формуле (61) даёт дополнительную ошибку 10%, то при  $R_x = 100 R_A$  эта ошибка не будет превышать 1%.

Абсолютная методическая погрешность для схемы на рисунке 3б равна

$$\Delta'_M = R_x'' - R_x = -\frac{R_x^2}{R_x + R_v}, \text{ Ом} \quad (62)$$

а относительная погрешность для схемы рис. 7б

$$\delta'_M = -\frac{R_x}{R_x + R_v} = -\frac{R_x''}{R_v} 100, \% \quad (63)$$

Из определения относительных методических погрешностей следует, что чем меньше соотношение  $\frac{R_x}{R_v}$ , тем меньше методическая погрешность. Измерение по схеме на рисунке 3б обеспечивает меньшую погрешность при измерении малых сопротивлений.

Из формулы (62) следует, что результат вычислений сопротивления резистора, при измерении токов и напряжений по схеме на рис. 7б даёт заниженную величину измеряемого сопротивления по сравнению с его истинным значением. Поэтому пользоваться схемой на рис. 7б следует в тех случаях, когда  $R_v \gg R_x$ . Эту схему применяют для измерений сопротивлений резисторов, меньших по сравнению с

сопротивлением вольтметра. В этом случае ток в вольтметре можно пренебречь, то есть считать  $\delta_m = 0$ .

Таким образом, выбор схемы включения измерительных приборов при определении сопротивления резистора зависит от соотношений измеряемого сопротивления резистора, и внутренних сопротивлений измерительных приборов.

Если  $\frac{R_x}{R_A} > \frac{R_V}{R_x}$ , то при использовании схемы (рис. 7а) результат измерения  $R_x$  будет иметь меньшую относительную методическую погрешность  $\delta_m$  по сравнению со схемой (рис. 7б).

Если  $\frac{R_x}{R_A} < \frac{R_V}{R_x}$ , то при использовании схемы (рис. 7б) результат измерения  $R_x$  будет иметь меньшую относительную методическую погрешность  $\delta_m$  по сравнению со схемой (рис. 7а).

### II.2.2. Оценка методической составляющей погрешности при измерении сопротивления в цепях переменного тока

Косвенные методы измерения сопротивления одним или двумя приборами. Описанные в предыдущем параграфе, могут найти применение при измерениях на переменном токе. Однако в этих случаях возможно только измерять только модуль  $Z_x$  полного сопротивления. Для определения активной  $R_x$  и реактивной  $X_x$  составляющих полного сопротивления  $Z_x$  необходимо применять метод трех приборов: амперметра-вольтметра – ваттметра, которые включаются в цепь по одной из двух схем, показанных на рис. 8.

По показаниям измерительных приборов находят только приближенные значения модуля полного сопротивления  $Z_x$  и его составляющих, причем методическая погрешность определяется теми же факторами, что и в случае измерений на постоянном токе, т.е. внутренними полными сопротивлениями приборов.

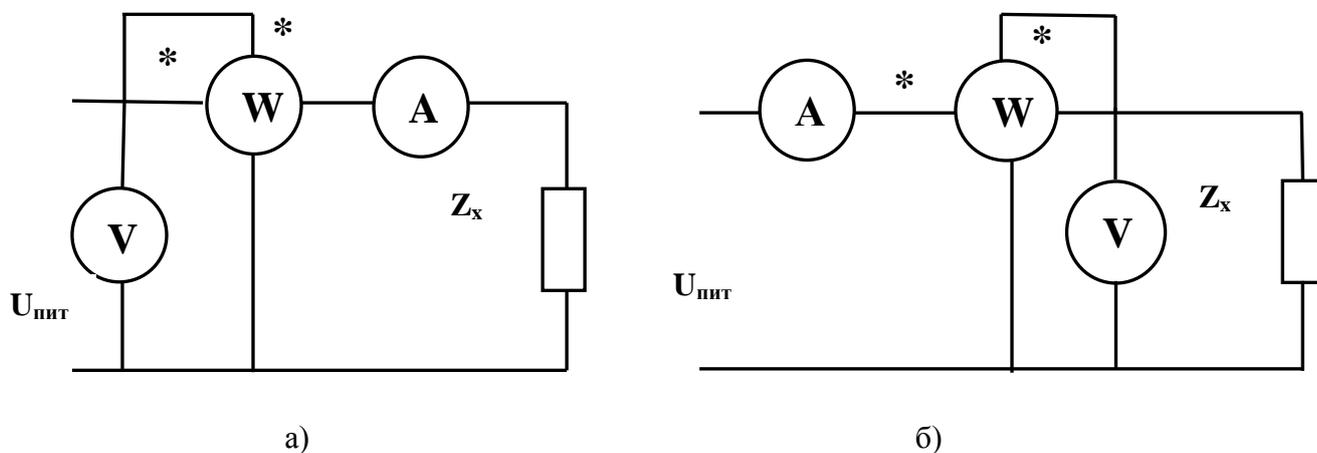


Рис. 8. Схемы измерения сопротивления на переменном токе

Для схемы на рис. 8а приближенные значения  $Z'_x$  модуля полного сопротивления и его активной  $R'_x$  и реактивной  $X'_x$  составляющих вычисляют из отношения:

$$Z'_x = \frac{U_v}{I_A}, \text{ Ом (64)}$$

$$R'_x = \frac{P_w}{I_A^2}, \text{ Ом (65)}$$

$$X'_x = \sqrt{\left(\frac{U_v}{I_A}\right)^2 - \left(\frac{P_w}{I_A^2}\right)^2}, \text{ Ом (66)}$$

где  $I_A, U_v, P_w$  – показания приборов амперметра, вольтметра и ваттметра соответственно, а действительные значения  $Z_x, R_x$  и  $X_x$  находят согласно формулам:

$$R_x = R'_x - R_A - R_{wI}, \text{ Ом (67)}$$

$$X_x = X'_x - X_A - X_{wI}, \text{ Ом (68)}$$

$$Z_x = \sqrt{R_x^2 + X_x^2}, \text{ Ом (69)}$$

где  $R_A, X_A$  – активная и реактивная составляющие полного сопротивления амперметра, Ом;  $R_w, X_{wI}$  – активная и реактивная составляющие полного сопротивления последовательной цепи ваттметра, Ом.

Методические погрешности определения  $R_x, X_x$  и  $Z_x$  равны:

$$\delta_m(R) = \frac{R_A + R_{wI}}{R_x} 100, \% (70)$$

$$\delta_m(X) = \frac{X_A + X_{wI}}{X_x} 100, \% (71)$$

$$\delta_m(Z) = \frac{Z'_x - Z_x}{Z_x} 100, \% (72)$$

Из последних выражений следует, что схему на рисунке 4а целесообразно применять для измерения сопротивлений, у которых активная и реактивная составляющие значительно больше суммы активных и реактивных составляющих внутренних сопротивлений амперметра и последовательной цепи ваттметра.

При измерении по схеме на рис. 8б действительные значения величин  $R_x, X_x$  и  $Z_x$  найти значительно труднее, т.к. в данном случае суммируются активные и реактивные проводимости нагрузки и измерительных приборов, которые не являются величинами обратными соответствующим сопротивлениям. Из показаний измерительных приборов в этом случае удобнее находить приближенные значения модуля полной проводимости  $Y'_x$  и его активной  $G'_x$  и реактивной  $B'_x$  составляющих полной проводимости:

$$Y'_x = \frac{1}{Z'_x} = \frac{I_A}{U_v}, \text{ См (73)}$$

$$G'_x = \frac{P_w}{U_v^2}, \text{ См (74)}$$

$$B'_x = \sqrt{\left(\frac{I_A}{U_v}\right)^2 - \left(\frac{P_w}{U_v^2}\right)^2}, \text{ См (75)}$$

где  $G'_x = G_x + G_v + G_{wV}$  – суммарная активная проводимость нагрузки и

измерительных приборов, См;

$B'_x = B_x + B_v + B_{wv}$  – суммарная реактивная проводимость нагрузки и измерительных приборов.

Если известны внутренние сопротивления приборов. Можно найти действительные значения  $G_x$  и  $B_x$  составляющих полной проводимости измеряемого резистора:

$$G_x = G'_x - \frac{R_v}{R_v^2 + X_v^2} - \frac{R_{wv}}{R_{wv}^2 + X_{wv}^2}, \text{ См (76)}$$

$$B_x = B'_x - \frac{X_v}{R_v^2 + X_v^2} - \frac{X_{wv}}{R_{wv}^2 + X_{wv}^2}, \text{ См (77)}$$

где  $R_v, X_v$  – активная и реактивная составляющие полного сопротивления вольтметра, Ом;

$R_{wv}, X_{wv}$  – активная и реактивная составляющие полного сопротивления ваттметра, Ом.

Окончательно активная, реактивная составляющие резистора равны:

$$R_x = \frac{G_x}{G_x^2 + B_x^2}, \text{ Ом (78)}$$

$$X_x = \frac{B_x}{G_x^2 + B_x^2}, \text{ Ом (79)}$$

$$Z_x = \frac{1}{\sqrt{G_x^2 + B_x^2}}. \text{ Ом (80)}$$

### II.2.3. Оценка методической составляющей погрешности при измерении индуктивностей

Индуктивность измеряется методом вольтметра-амперметра, согласно которому сопротивление катушки измеряется дважды: при питании схемы постоянным и переменным током. В первом случае находят активное сопротивление  $R_x$ , во втором – модуль полного сопротивления  $Z_x$

$$R_x = \frac{U_{v=}}{I_{A=}}, \text{ Ом (81)}$$

$$Z_x = \frac{U_{v\sim}}{I_{A\sim}}, \text{ Ом (82)}$$

Далее по известной зависимости вычисляют:

$$X_L = \sqrt{Z_x^2 - R_x^2}, \text{ Ом (83), Ом (50)}$$

$$L_x = \frac{X_L}{\omega}. \text{ Гн (84)}$$

### II.2.4. Оценка методической составляющей погрешности при

## измерении емкостей

Измерение больших емкостей выполняется методом вольтметра-амперметра по схеме, показанной на рис. 9.

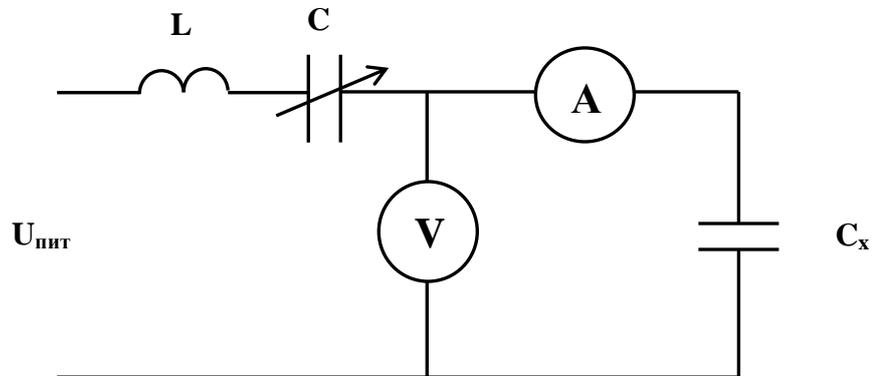


Рис. 9. Схема измерения емкости конденсатора вольтметром-амперметром  
Если не учитывать потери энергии в конденсаторе емкость может быть вычислена:

$$I_A = \frac{U_v}{X_c} \cong U_v \omega C_x, \text{ A} \quad (85)$$

откуда

$$C_x = \frac{I_A}{\omega U_v} \cdot \Phi \quad (86)$$

Так как результат измерений зависит от формы кривой переменного напряжения, последовательно с  $C_x$  включается резонансный контур  $LC$  для выделения основной гармоники тока.

### II.2.5. Оценка методической составляющей погрешности при измерении мощности

Мощность в цепях постоянного тока можно определить косвенным путем по результатам измерения тока нагрузки  $I_H$  и падения напряжения  $U_H$  на сопротивлении потребителя -  $P_H = I_H U_H$ . Измерительные приборы, амперметр и вольтметр, включаются при этом по одной из двух схем, изображенных на рис. 10.

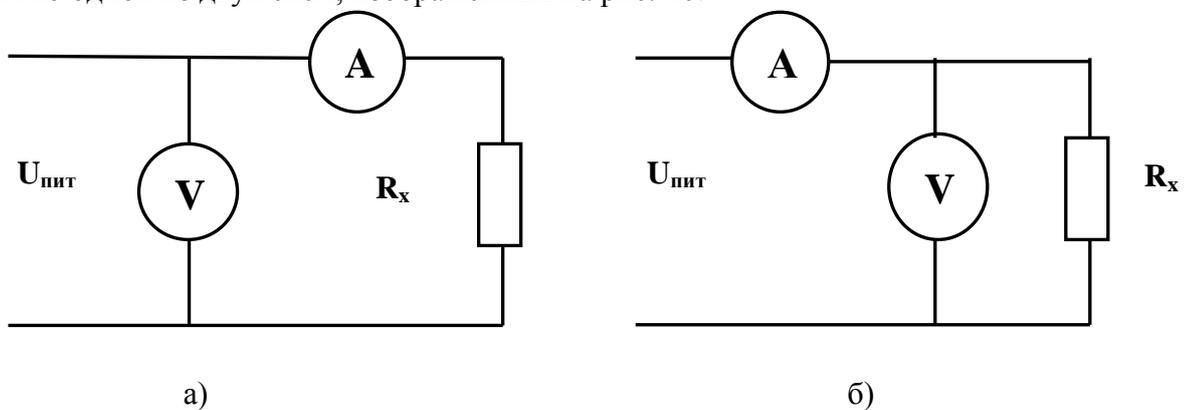


Рис. 10. Схемы измерения мощности на постоянном токе амперметром и вольтметром

Полагая, что включение в цепь измерительных приборов не уменьшает ток нагрузки  $I_H$  и падение напряжения  $U_H$  на сопротивлении потребителя, т.е. не изменяет мощность, потребляемую нагрузкой, и, учитывая распределение токов и напряжений в приведенных схемах, можно получить:

- для схемы на рис. 10а

$$I_A = I_H, \text{ А}, (87)$$

$$U_v = U_H + U_A, \text{ В} (88)$$

$$P' = I_A U_v = I_H U_H + I_A U_A = P_H + P_A; \text{ Вт} (89)$$

- для схемы на рис. 10б

$$I_A = I_H + I_v, \text{ А} (90)$$

$$U_v = U_H, \text{ В} (91)$$

$$P'' = I_A U_v = I_H U_H + I_v U_v = P_H + P_v, (92)$$

где  $I_A, U_A, I_v, U_v$  – показания амперметра и вольтметра соответственно;

$P_A, P_v$  – мощность измерительных цепей амперметра и вольтметра.

Из выражений (88) и (91) следует, что вычисленные значения  $P'$  и  $P''$  отличаются от действительной мощности  $P_H$ , т.к. при расчете не учтены мощности измерительных цепей амперметра и вольтметра  $P_A$  и  $P_v$ .

Действительное значение мощности  $P_H$  определяется выражением:

- для схемы на рис. 10а

$$P_H = P' - P_A, \text{ Вт} (93)$$

- для схемы на рисунке 10б

$$P_H = P'' - P_v, \text{ Вт} (94)$$

в которых мощность измерительных цепей амперметра и вольтметра можно вычислить. Если известны внутренние сопротивления  $R_A$  и  $R_v$ :

$$P_A = I_A^2 R_A, \text{ Вт} (95)$$

$$P_v = \frac{U_v^2}{R_v}, \text{ Вт} (96)$$

Если мощности измерительных цепей  $P_A$  или  $P_v$  при расчетах не учитываются. То при этом возникает методическая погрешность  $\delta_M$  которую можно вычислить из отношений:

- для схемы на рис. 10а

$$\delta'_M = \frac{P' - P_H}{P_H} = \frac{P_A}{P_H} = \frac{R_A}{R_H} 100, \% (97)$$

для схемы на рис. 10б

$$\delta''_M = \frac{P'' - P_H}{P_H} = \frac{P_v}{P_H} = \frac{R_H}{R_v} 100, \% (98)$$

Относительная погрешность измерения мощности с учетом влияния сопротивлений измерительных приборов может быть вычислена по следующим выражениям:

- для схемы на рис. 10а

$$\delta'_M = -\frac{R_A}{R_H + R_A} 100, \% \quad (99)$$

для схемы на рис. 106

$$\delta''_M = -\left[ \frac{R_H^2 (R_H + R_v) R_v}{[R_A (R_H + R_v) + R_H R_v]^2} - 1 \right] 100, \% \quad (100)$$

### III.3. Задачи по оценке погрешности косвенных однократных измерений

**Задание 2.** Приведите решение задач для своего варианта.

1. Определить суммарное напряжение на зажимах цепи и наибольшую возможную относительную погрешность при его измерении, если напряжение на сопротивлениях  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  (рис.11) равны 100, 80 и 30 В.

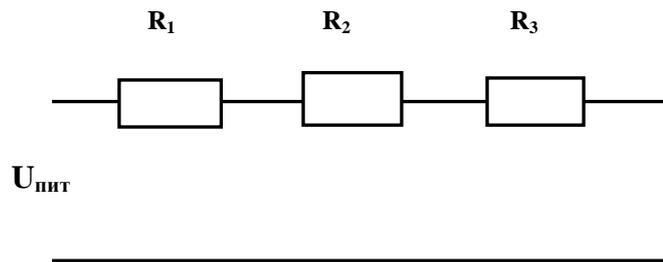


Рис.11. К задаче 1.

Напряжения на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$  измерялись вольтметром на 50 В класса 2,5, а напряжение на сопротивлении  $R_3$  вольтметром на 50 В класса 1,5

2. Определить максимальные абсолютную и относительную погрешности измерения напряжения в цепи, если показания вольтметра (рис.12)  $U_{R_1} = 100$  В,  $U_{R_2} = 50$  В. Предел измерения вольтметра 150 В. Класс точности 1,5.

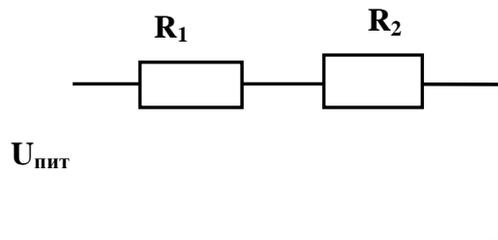


Рис.12. К задаче 2.

3. Определить напряжение на резисторе  $R_2$  (рис.13) и наибольшую возможную относительную погрешность при его определении, если напряжение сети равно 220 В, а напряжение на резисторе  $R_1$  равно 180 В. Для измерения используется вольтметр класса точности 1,0 на 250 В.

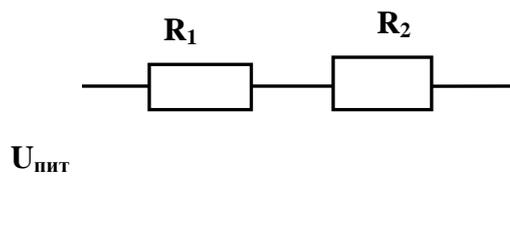


Рис.13. К задаче 3.

4. Определить суммарное напряжение на зажимах цепи и наибольшую возможную относительную погрешность при его определении (рис. 14), если напряжения на сопротивлениях  $R_1$ ,  $R_2$  и  $R_3$  равны:  $U_{R_1} = 110$  В,  $U_{R_2} = 80$  В и  $U_{R_3} = 30$  В. Напряжения на сопротивлениях  $R_1$  и  $R_2$  измерялись вольтметром на 150 В, класса точности 2,5, а напряжение на сопротивлении  $R_3$  – вольтметром на 50 В, класса 1,5.

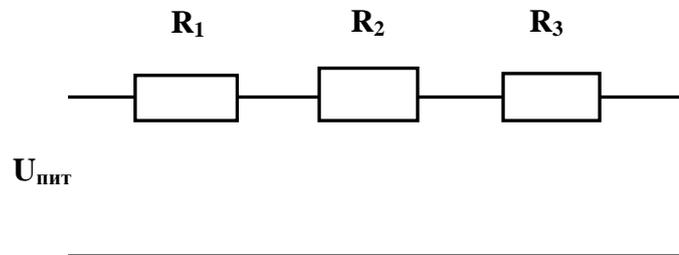


Рис.14. К задаче 4.

5. Как в цепи, состоящей из двух последовательно включенных резисторов точнее всего определить все падения напряжения, имея в распоряжении два одинаковых вольтметра класса 1,0 на 250 В? Ожидаемые падения напряжения на резисторах: около 190 В на одном и 30 В на другом.
6. В сеть постоянного тока параллельно включены два потребителя. Ток одного составляет 3,5 А и измеряется амперметром класса 1,0 на 5 А, а сопротивление другого  $(10 \pm 0,1)$  Ом. Вычислить напряжение питания схемы, мощность каждого потребителя и схемы в целом, а также погрешность измерений, если ток в неразветвленной части схемы измеряется таким же амперметром и составляет 4,75 А.
7. Определить напряжение на сопротивлении  $R_2$  (рис.15) и наибольшую возможную относительную погрешность при его определении, если напряжение сети равно 220 В, а напряжение на  $R_1$  равно 180 В. Для измерения напряжения использовался вольтметр на 250 В класса 1,0.

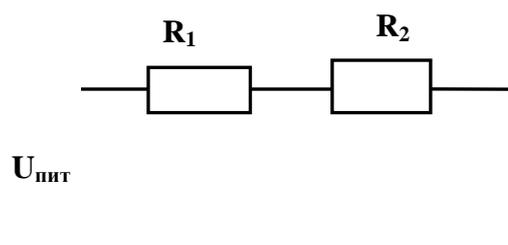


Рис.15. К задаче 7.

8. Вычислить наибольшую возможную относительную методическую погрешность определения тока в неразветвленной части цепи, если измеряются токи в двух параллельных ветвях амперметрами класса 1,5 на номинальный ток 100 А. Показания приборов:  $I_{A_1} = 60$  А и  $I_{A_2} = 50$  А.
9. Определить относительную погрешность нахождения тока  $I_2$  (рис.16), если в неразветвленной части цепи включен амперметр на 20 А, класса 2,5, а в верхней части цепи включен амперметр на 15 А, класса 1,5. Показания приборов 12 А и 7 А соответственно.

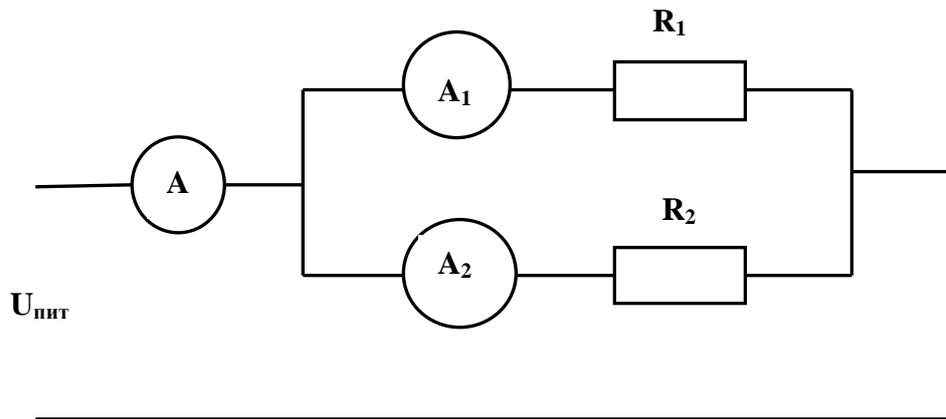


Рис.16. К задаче 9.

10. Для измерения постоянного тока последовательно с резистором 10 Ом включен амперметр с внутренним сопротивлением 0,2 Ом. Определить абсолютную и относительную погрешности нахождения тока при условии, что напряжение равно 5 В.
11. Элемент, у которого  $E = 1,5$  В, а внутреннее сопротивление  $R_{вн} = 0,2$  Ом, замкнут на внешнее сопротивление  $R = 14,8$  Ом. Определить, чему равна относительная погрешность при расчете тока цепи, если внутренним сопротивлением элемента можно пренебречь. Как изменится относительная погрешность, если при прочих равных условиях внешнее сопротивление уменьшится до 0,3 Ом?
12. Определить наибольшую возможную относительную погрешность определения энергии ваттметром на 750 Вт класса 0,5 за время 2 минуты, измеренное с точностью 2 сек., если ваттметр показал 200 Вт.
13. Вычислить абсолютную и относительную погрешности определения тока в одной из параллельных ветвей, если ток в другой параллельной ветви равен  $(3 \pm 0,03)$  А, а в неразветвленной части цепи  $(5 \pm 0,05)$  А.
14. Два потребителя включены в сеть параллельно (рис.17). По ним протекают токи  $I_1 = 3$  А и  $I_2 = 2$  А, которые измерялись амперметрами класса 1,0 на 5 А и класса 1,5 на 2,5 А. Определить мощность каждого потребителя и всей цепи, если  $R_1 = (10 \pm 0,1)$  Ом и  $R_2 = (20 \pm 0,1)$  Ом. Вычислить погрешность результата измерения.

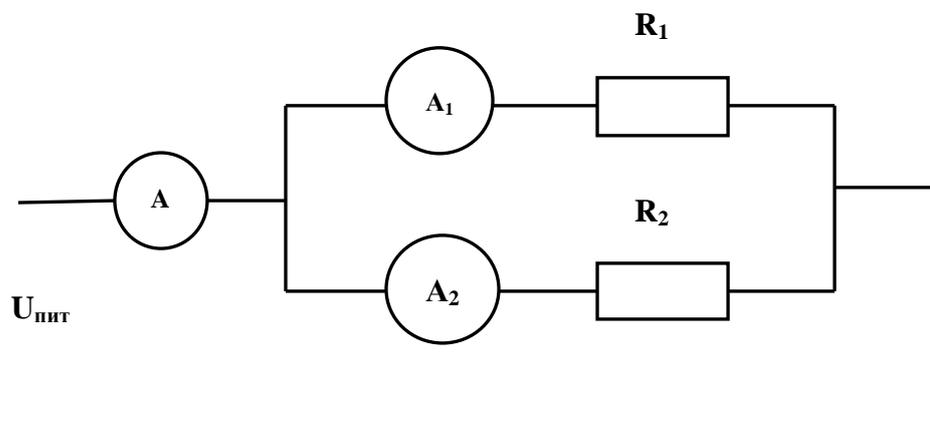


Рис.17. К задаче 14.

15. Сопротивления включены по схеме (рис.18). Ток в неразветвленной части цепи  $I_A = 12$  А, в ветвях  $I_{A_1} = 3$  А,  $I_{A_2} = 5$  А. Определить относительную погрешность амперметра  $A_3$ , если его показания равны  $I_{A_3} = 3,8$  А.

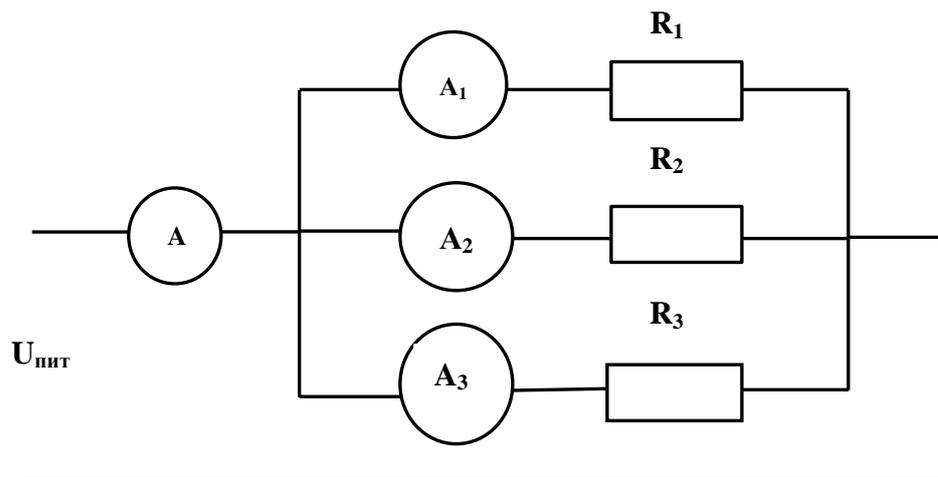


Рис.18. К задаче 15.

16. Для измерения коэффициента мощности в однофазную сеть переменного тока включены: амперметр на 5 А. класса 1,5; ваттметр на  $I_H = 5$  А,  $U_H = 150$  В, со шкалой на 100 делений, классом точности 1,0 и вольтметр на 150 В класса 1,5. Определить коэффициент мощности и погрешность его определения, если показания приборов следующие:  $I_A = 3$  А,  $U_v = 127$  В,  $\alpha_w = 60$  делений.
17. При определении мощности методом «амперметра-вольтметра-фазометра» использовались приборы: вольтметр на 400 В, класса 4,0, который показал 200 В; амперметр на 10 А. класса 2,0, который показал 5 А; фазометр класса 0,8, который показал 0,8. Определить относительную методическую погрешность измерения мощности.
18. Определить мощность потребителя, а также систематическую и случайную погрешности её определения методом «амперметра-вольтметра», если применялись приборы: вольтметр класса 2,5 на 30 В, с внутренним сопротивлением 1 кОм; амперметр класса 1,5 на 15 А с внутренним сопротивлением 0,2 Ом. Показания приборов соответственно равны: 25 В и 12,5 А.
19. Для определения мощности электропечи были измерены: напряжение сети 220 В вольтметром класса 1,5 на 300 В, ток 350 А амперметром класса 2,5 на 500 А. Рассчитать мощность печи и наибольшую возможную абсолютную и относительную погрешности при её определении. Составить схему измерительной цепи.
20. Определить наибольшую возможную относительную погрешность определения энергии ваттметром на 750 Вт класса 0,5 за время 2 минуты, измеренное с точностью 2 сек., если ваттметр показал 200 Вт.
21. Для определения энергии были измерены сопротивление, напряжение и время. Определить погрешность определения энергии, если сопротивление, напряжение и время были измерены с погрешностями  $\pm 0,5$ ;  $\pm 1,5$  и  $\pm 2,0\%$  соответственно.
22. Для измерения мощности потребителя с сопротивлением  $(11 \pm 5)$  Ом использовался вольтметр на 300 В, класса 1,5, который показал 240 В. Определить мощность потребителя и наибольшую относительную погрешность её определения.
23. Определить погрешность результата измерения мощности, если вольтметр класса 1,0 показал  $\frac{2}{3}$  части полной шкалы, а амперметр класса 0,5 показал  $\frac{1}{2}$  часть полной шкалы.
24. Ваттметр имеет следующие данные:  $I_H = 1$  А;  $R_{wI} = 0,4$  Ом;  $U_H = 150$  В и  $I_{wV} = 30$  мА. Определить, по какой схеме следует включить обмотки ваттметра,

чтобы получить наименьшую погрешность результата, если нагрузка подключена к напряжению 120 В, а ток в цепи составляет около 0,9 А.

25. Мощность потребителя 500 Вт измеряется методом «амперметра-вольтметра» приборами с внутренними сопротивлениями  $R_V = 1,5 \text{ кОм}$  и  $R_A = 7,5 \text{ Ом}$ . Напряжение питания потребителя 200 В. Определить, какая из двух схем (рис. 19) обеспечит минимальную методическую погрешность измерения мощности потребителя.

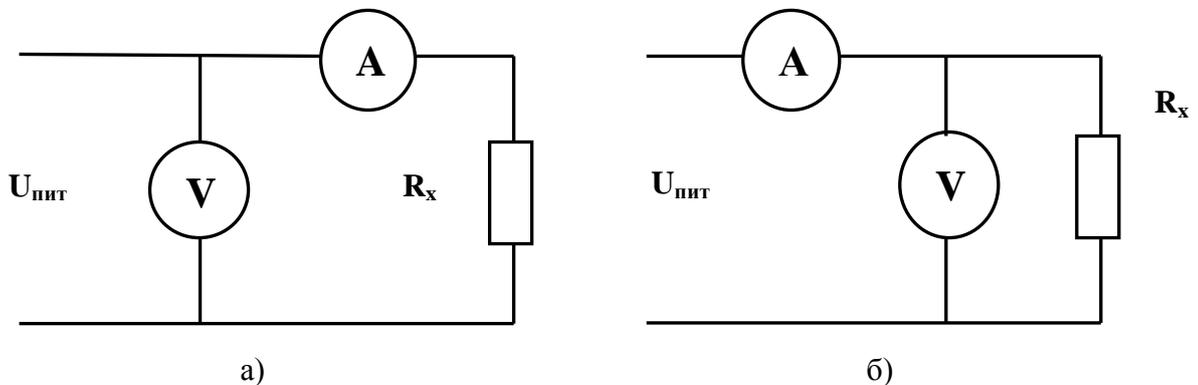


Рис.19. К задаче 25.

26. Вычислить мощность каждого потребителя (рис.20), напряжение питания цепи и сопротивление второго потребителя, а также погрешность результатов измерения, если измерение сопротивления первого потребителя дало результат  $(100 \pm 1) \text{ Ом}$ , а падения напряжения на них, измеряемые вольтметром класса 0,5 на 150 В, составили соответственно 100 В и 120 В.

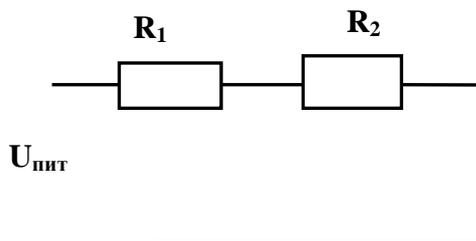


Рис.20. К задаче 26.

27. Вычислить мощность двух параллельно включенных потребителей (рис.21), ток в общей цепи и погрешность результатов измерения, если напряжение питания 100 В измерялось вольтметром класса 1,0 на 150 В, а токи потребителей равны 0,25 А и 0,5 А и были измерены амперметрами класса 0,5 на 2,5 А.

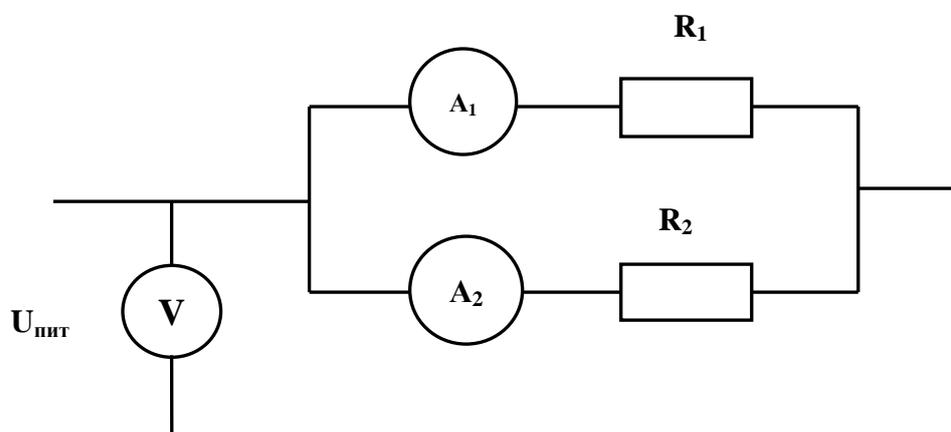


Рис.21. К задаче 27.

28. Определить мощность каждого потребителя и всей цепи (рис.22), а также напряжение питания цепи.

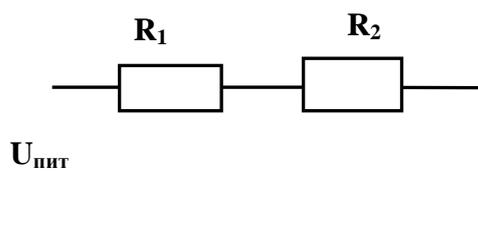


Рис.22. К задаче 28.

Показание амперметра класса 1,5 на 5 А составляет 3 А, а падения напряжения на потребителях, измеряемые вольтметром класса 1,5, составили 100 В и 75 В.

29. При измерении мощности постоянного тока используются вольтметр с внутренним сопротивлением 2,5 кОм и амперметр с внутренним сопротивлением 0,25 Ом. Определить величину сопротивления нагрузки, для которой методическая погрешность обеих схем (рис.23) одинакова. Вычислить значение этой погрешности.

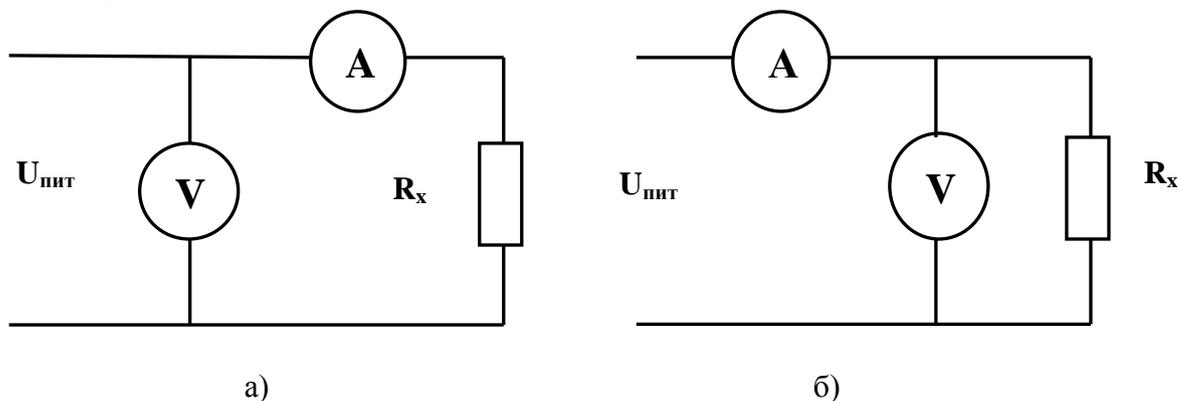


Рис.23. К задаче.29.

30. Мощность потребителя 820 Вт измеряется методом «амперметра-вольтметра» по схеме (рис.24). Определить минимально допустимое сопротивление вольтметра, чтобы методическая погрешность не превышала погрешности измерения. Напряжение питания 150 В, а измерительные приборы имеют параметры: класс точности амперметра и вольтметра равны 0,5, пределы измерения амперметра  $I_H = 7,5$  А и вольтметра  $U_H = 250$  В.

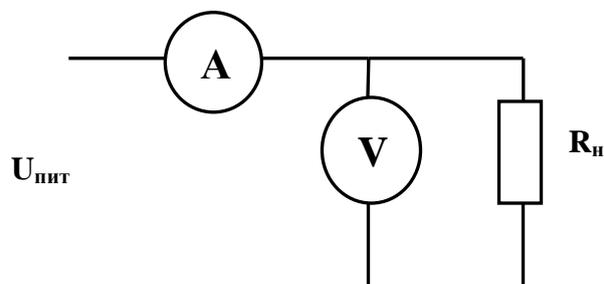


Рис.24. К задаче 30.

31. При измерении мощности на постоянном токе методом «амперметра-вольтметра» по схеме (рис.25) получены результаты:  $U_V = 120$  В и  $I_A = 1,5$  А. Определить

мощность потребителя и погрешность её определения, если сопротивление амперметра 5 Ом.

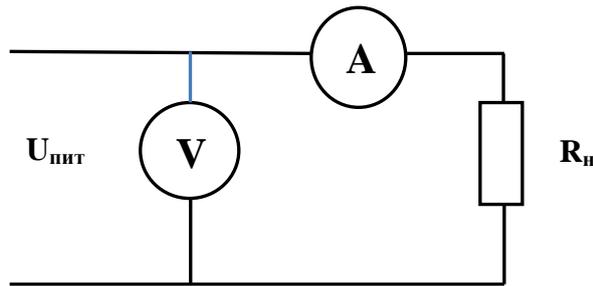


Рис.25. К задаче 31.

32. При измерении мощности приемника постоянного тока напряжением 120 В использован электродинамический ваттметр с номинальными напряжением 120 В и током 2,5 А. Сопротивление последовательной обмотки 0,12 Ом. Номинальный ток параллельной обмотки 30 мА. По какой схеме следует включить ваттметр, чтобы при протекании максимального тока получить наименьшую погрешность?
33. Для измерения мощности постоянного тока использован электродинамический ваттметр с верхним пределом измерения по току 1 А, а по напряжению 150 В. Сопротивление токовой катушки ваттметра 0,2 Ом, сопротивление катушки напряжения 5 кОм. По какой из схем (рис.26) следует включать обмотки ваттметра, чтобы при токе в нагрузке 1 А и напряжении на нагрузке 100 В получить наименьшую возможную относительную погрешность результата измерения.

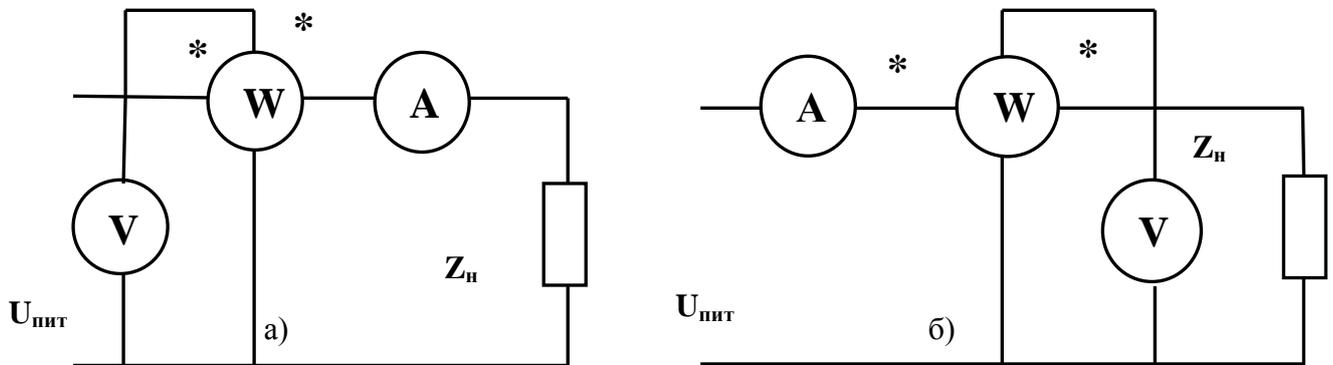


Рис.26. К задаче 33.

34. В однофазную цепь включены амперметр, вольтметр и ваттметр. Они показывают 7,5 А, 220 В и 75 делений. Определить полную мощность и коэффициент мощности, а также погрешность их определения, если при измерениях применялись приборы: амперметр класса 0,5 на 10 А, вольтметр класса 0,5 на 250 В и ваттметр класса 1,0 на 10 А, 300 В и 150 делений.
35. Измерение мощности проводится методом «амперметра-вольтметра» по схеме (рис.27). Определить мощность потребителя и методическую погрешность с учетом влияния приборов, если получены следующие результаты:  $U_v = 110$  В и  $I_A = 0,65$  А, внутренние сопротивления амперметра 20 Ом, а вольтметра 1,2 кОм

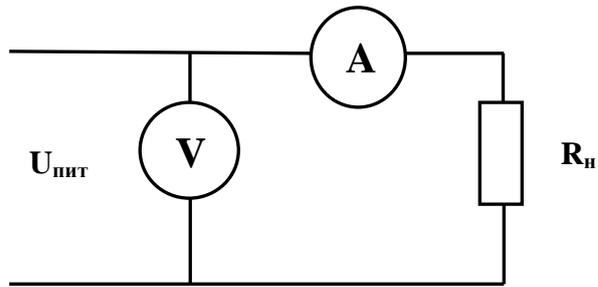


Рис.27. К задаче 35.

36. Измерение мощности потребителя производилось методом «амперметра-вольтметра» по схеме (рис.28). Определить мощность потребителя и методическую погрешность с учетом влияния измерительных приборов, если были получены следующие результаты:  $I_A = 0,65$  А,  $U_v = 110$  В при  $R_A = 20$  Ом и  $R_v = 1,2$  кОм соответственно.

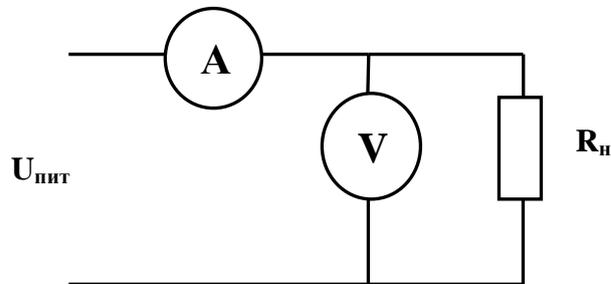


Рис.28. К задаче 36.

37. Два потребителя включены в сеть параллельно (рис.29). По ним протекают токи  $I_1 = 3$  А и  $I_2 = 2$  А, которые измерялись амперметрами класса 1,0 на 5 А и класса 1,5 на 2,5 А. Определить мощность каждого потребителя и всей цепи, если  $R_1 = (10 \pm 0,1)$  Ом и  $R_2 = (20 \pm 0,1)$  Ом. Вычислить погрешность результата измерения.

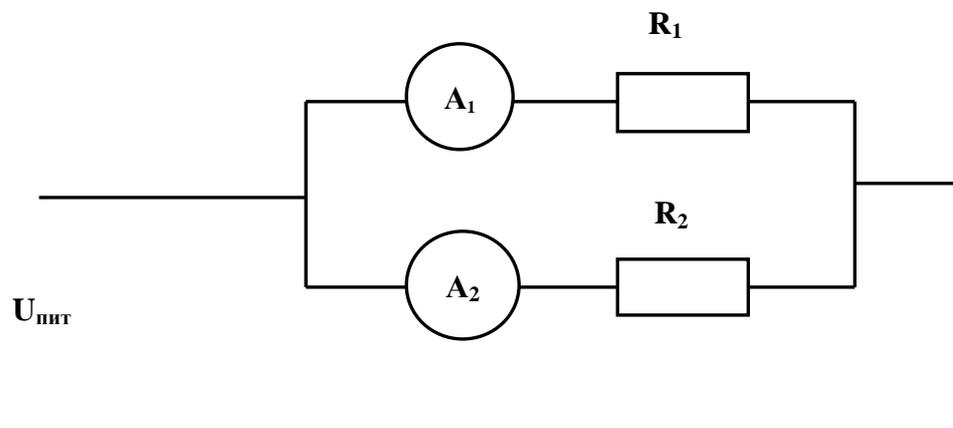


Рис.29. К задаче 37.

38. Для измерения мощности потребителя с сопротивлением  $(11 \pm 5)$  Ом использовался вольтметр на 300 В, класса 1,5, который показал 240 В. Определить мощность потребителя и наибольшую относительную погрешность её определения.
39. Определить погрешность определения сопротивления вольтметром на 30 В класса 2,5 и амперметром на 15 А класса 1,5, если показания приборов следующие:  
 $U_V = 25$  В,  $I_A = 12,5$  А при внутренних сопротивлениях  $R_V = 2,5$  кОм и  $R_A = 0,2$  Ом.
40. В цепь переменного тока включены: амперметр на 5 А, класса 0,5; вольтметр на 300 В, класса 1,0; ваттметр на 5 А и 300 В, класса 0,5. Найти параметры сопротивления нагрузки  $Z$ ,  $R$ ,  $X$  и погрешность их определения, если амперметр показал 75 делений, вольтметр 110 делений и ваттметр 50 делений, при количестве делений шкалы амперметра 100, вольтметра и ваттметра 150.
41. Определить абсолютную и относительную погрешности определения сопротивления методом «амперметра-вольтметра», если вольтметр показал 10 В, миллиамперметр 100 мА. Предел измерения миллиамперметра 150 мА, класс точности 1,5, а предел измерения вольтметра 15 В и класс точности 1,5.
42. Для измерения сопротивления 200 Ом используются: амперметр с внутренним сопротивлением 0,05 Ом и вольтметр с внутренним сопротивлением 10 кОм. Какая схема измерения сопротивления методом «амперметра-вольтметра» (рис. 30) дает меньшую погрешность?
43. При определении сопротивления величиной 7,5 Ом по цепи протекал ток 16 А. а показания вольтметра 121 В. Определить абсолютную и относительную погрешности, а также наибольшую относительную методическую погрешность определения сопротивления методом «амперметра-вольтметра», если  $\delta_U = -2\%$ , а  $\delta_I = -5\%$ .
44. Методом «амперметра-вольтметра» определяют сопротивление. Какая схема измерения (рис.30) дает большую погрешность, если ток равен 5 А, напряжение 120 В, внутреннее сопротивление вольтметра 20 кОм, а амперметра 0,01 Ом.

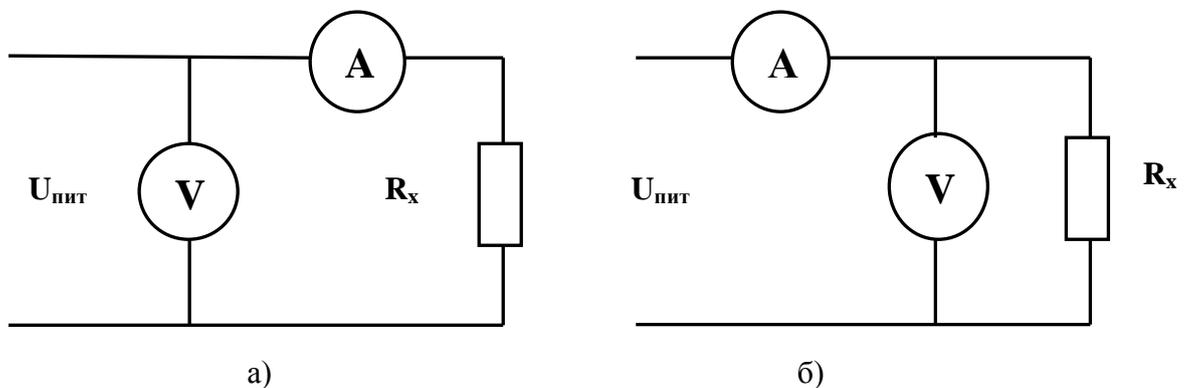


Рис.30. К задаче 42, 44.

45. В схеме (рис.31), показания вольтметра 120 В, амперметра 2,05 А. Вычислить сопротивление  $R_x$  и погрешность его определения, если вольтметр имеет предел измерения 150 В, класс точности 2,5 и внутреннее сопротивление 20 кОм, а амперметр на 5 А, класса 1,0 и внутреннее сопротивление 0,05 Ом.

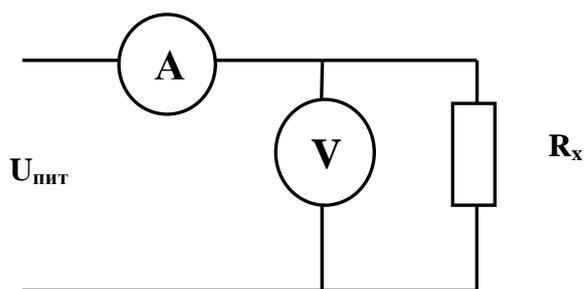


Рис.31. К задаче 45.

46. Измерение сопротивления проведено методом одного вольтметра по схеме (рис.32). Определить сопротивление резистора, если стрелка вольтметра в положении переключателя «1» отклонилась на 120 делений, а в положении «2» на 30 делений. Внутреннее сопротивление вольтметра 3 кОм. Вычислить погрешность измерения сопротивления, если вольтметр имеет шкалу на 150 делений,  $U_H = 75$  В, класс точности 1,0. Сопротивление вольтметра определено с погрешностью  $\pm 30$  Ом.

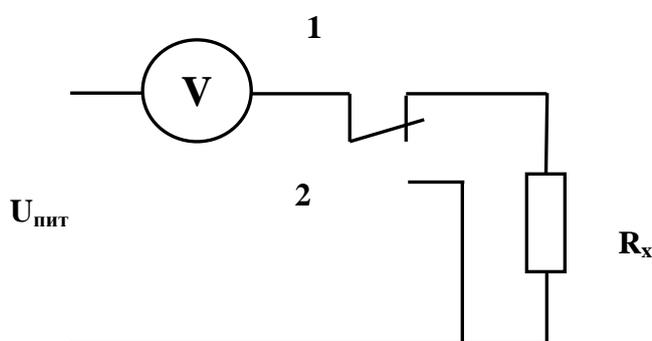


Рис.32. К задаче 46.

47. Амперметр с внутренним сопротивлением 0,01 Ом и вольтметр с внутренним сопротивлением 25 Ом применяются для измерения сопротивления. Составить схему измерения. Определить сопротивление и относительную погрешность, допускаемую при определении сопротивления, если значения тока и напряжения равны 8,5 А и 1,25 В.
48. Вычислить мощность двух параллельно включенных потребителей (рис.33), ток в общей цепи и погрешность результатов измерения, если напряжение питания 100 В измерялось вольтметром класса 1,0 на 150 В, а токи потребителей равны 0,25 А и 0,5 А и были измерены амперметрами класса 0,5 на 2,5 А.

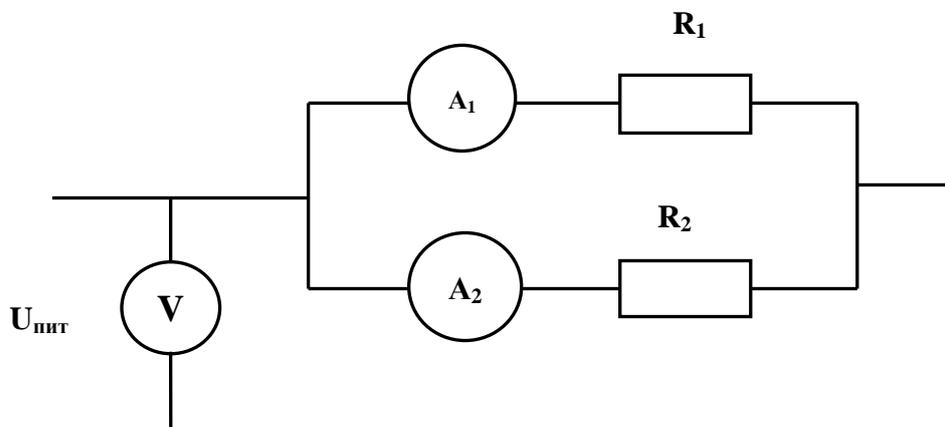


Рис.33. К задаче 48.

49. Определить мощность каждого потребителя и всей цепи (рис.34), а также напряжение питания цепи.

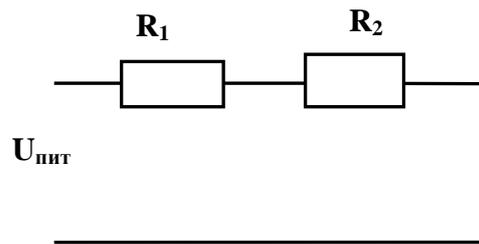


Рис.34. К задаче 49.

- Показание амперметра класса 1,5 на 5 А составляет 3 А, а падения напряжения на потребителях, измеряемые вольтметром класса 1,5, составили 100 В и 75 В.
50. При измерении мощности постоянного тока используются вольтметр с внутренним сопротивлением 2,5 кОм и амперметр с внутренним сопротивлением 0,25 Ом. Определить величину сопротивления нагрузки, для которой методическая погрешность обеих схем (рис.35) одинакова. Вычислить значение этой погрешности.

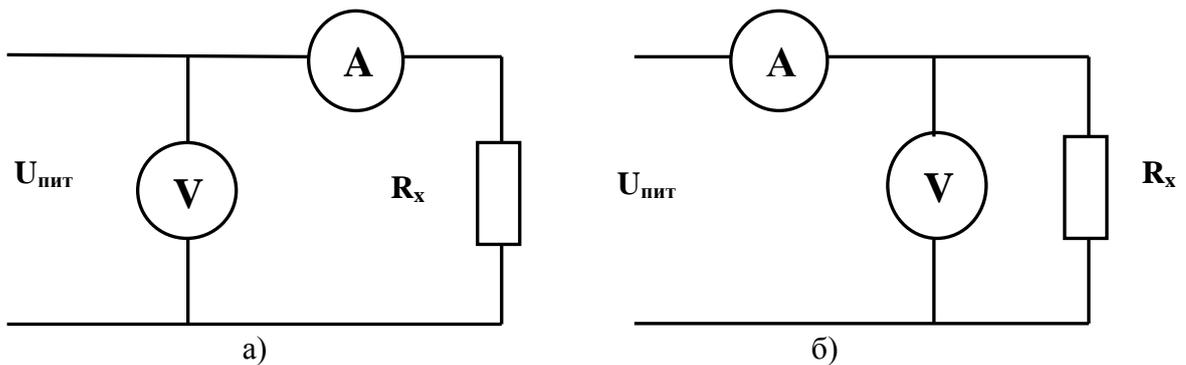


Рис.35. К задаче.50.

**Некоторые единицы Международной системы СИ**

Физическая величина	Определяющее уравнение	Наименование единицы измерения	Обозначение		Размерность	Единицы не входящие в Си			
			Международное	Русское		Наименование	Обозначение		Соотношение с единицей СИ
							Международное	Русское	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Длина	$l$	метр	m	м	L				
Масса	$m$	килограмм	kg	кг	M	атомная ед. массы	$u$	а.е.м.	$1,66 \cdot 10^{-27}$ kg
Время	$t$	секунда	$s$	с	T	минута час сутки	$min$ $h$ $d$	мин час сут	60s 60min=3600s 24h=86400s
Плоский угол	$\varphi$	радиан	$rad$	рад		градус минута секунда	$^{\circ}$ ' "	$^{\circ}$ ' "	$\pi/180^{\circ}rad=1,745 \cdot 10^{-2}rad$ $1/60^{\circ}=2,91 \cdot 10^{-3}rad$ $1/60' =4,85 \cdot 10^{-6}rad$
Площадь	$S= l^2$	квадратный метр	$m^2$	м <sup>2</sup>					
Линейная скорость	$v=S/t$	метр в секунду	$m/S$	м/с		LT <sup>-1</sup>	km/h	км/ч	0,278m/s
Угловая скорость	$\omega=\frac{\varphi}{t}$	радиан в секунду	$\frac{rad}{s}$	$\frac{рад}{с}$		T <sup>-1</sup>	градус в секунду оборот в секунду	%s об/с	$1,745 \cdot 10^{-2}rad/s$ $2\pi rad/s$
Линейное ускорение	$a=v/t=s/t^2$	метр в секунду в квадрате	$m/s^2$	м/с <sup>2</sup>		LT <sup>-2</sup>	километр в час в секунду	$\frac{km/h}{s}$ с	$0,278 m/s^2$
Угловое ускорение	$\varepsilon= \omega/ t=\varphi/ t^2$	радиан в секунду в квадрате	$rad/s^2$	рад/с <sup>2</sup>		T <sup>-2</sup>	градус в секунду в квадрате	%s <sup>2</sup> %с <sup>2</sup>	$1,745 \cdot 10^{-2} rad/s^2$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Частота периодического процесса	$\frac{f}{t}$	герц	Hz	Гц	$T^{-1}$				
Сила	$F=ma$	нютон	N	н	$LM T^{-2}$	килограмм силы	$kG, kgf$	кГ, кгс	9,8N
Момент сил, вращающий момент	$M=Fr$	нютон-метр	N m	н м	$L^2 M T^{-2}$				
Работа, энергия	$A=Fs$	джоуль	J	Дж	$L^2 M T^{-2}$				
Мощность	$N=\frac{A}{t}$	ватт	W	Вт	$L^2 M T^{-3}$	киловатт-час лошадиная сила вольт-ампер	$kWh$ $HP, PS$  $VA$  $var$	кВт час л.с  В А  вар	3,6 10 J 75 kGm/s= 735,5W для полной мошн. для реактивной мошн.
Сила тока	I	ампер	A	А	I				
Электрический заряд, количество электричества	$q=It$	кулон	C	Кл	TI	ампер-час	A h	А час	
Плотность тока	$\Delta=\frac{I}{S}$	ампер на квадратный метр	$\frac{A}{m^2}$	$\frac{A}{m^2}$	$L^{-2} I$	ампер на квадр. миллиметр	A/mm <sup>2</sup>	A/мм <sup>2</sup>	3600 C
Электрическое напряжение, потенциал, эдс	$U=\frac{A}{q}=IR$	вольт	V	В	$L^2 M T^{-3} I^{-1}$				
Напряженность электрического поля	$E=\frac{F}{q}=\frac{U}{r}$	вольт на метр	$\frac{V}{m}$	$\frac{В}{м}$	$LM T^{-3} I^{-1}$				
Электрическая емкость	$C=\frac{q}{U}$	фарада	F	Ф	$L^{-2} M^{-1} T^4 I^2$				

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Диэлектрическая проницаемость абсолютная	$\varepsilon = \varepsilon_k \varepsilon_0$	фарада на метр	$\frac{F}{m}$	$\frac{\Phi}{M}$	$L^{-3} M^{-1} T^4 I^2$	электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$			
Электрическое сопротивление	$R = \frac{U}{I}$	ом	$\Omega$	Ом	$L^2 M T^{-3} I^{-2}$				
Электрическая проводимость	$G = \frac{1}{R}$	сименс	S	См	$L^2 M^{-1} T^{-3} I^2$				
Удельное сопротивление	$\rho = \frac{RS}{l}$	ом · метр	$\Omega m$	Ом · м	$L^3 M T^{-3} I^{-2}$		$\frac{\Omega mm^2}{m}$	$\frac{\text{Ом мм}^2}{m}$	$10^{-6} \Omega m$
Удельная проводимость	$\gamma = \frac{1}{\rho}$	сименс на метр	$S/m$	$Cm/M$	$L^{-3} M^{-1} T^{-3} I^2$				
Магнитный поток, потокосцепление	$\Phi = Ut$ $\Psi = w\Phi$	вебер	$Wb$	Вб	$L^2 M T^{-2} I^{-1}$	максвелл	$Mx$	Мкс	$10^{-8} Wb$
Магнитная индукция	$B = \frac{\Phi}{S}$	тесла	T	Тл	$M T^{-2} I^{-1}$	гаус	Gs	Гс	$10^{-4} T$
Напряженность магнитного поля	$H = \frac{wI}{l}$	ампер на метр	$A/m$	$A/M$	$L^{-1} I$	эрстед	Oe	Э	$\frac{10^3}{4\pi} A/m$ $= 79,6$
Магнитодвижущая сила магнитное напряжение	$E_m = HI = wl$	ампер или ампервитки	$A$	$A$	I	гильберт	Gb	Гб	0,796 А
Индуктивность, взаимная индуктивность	$L = \frac{\Psi}{I}$ $M = \frac{\Psi}{I}$	генри	H	Гн	$L^2 M T^{-2} I^{-2}$				
Магнитная проницаемость абсолютная	$\mu = \frac{B}{H} = \mu_r \mu_0$	генри на метр	$H/m$	$\Gamma H/M$	$LM T^{-2} I^{-2}$	магнитная постоянная			$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{H}{m}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Магнитное сопротивление	$R_m = \frac{E_m}{\Phi}$	ампер на вебер	$A/Wb$	$A/B\delta$	$L^{-2} M^{-1} T^2 Q^{-1}$				

### Стандартные правила округления

В практической метрологии существует несколько правил, применяемых при округлении результата измерений и его погрешностей.

В соответствии с п. 3.4. методических указаний МИ 1317-86 ГСИ. «Результаты и характеристики погрешности измерений. Формы представления. Способы использования при испытаниях образцов продукции и контроле их параметров», характеристики погрешностей (или их статистические оценки) должны выражаться числом, содержащим не более двух значащих цифр.

*Сначала округляют (отбрасывают значащие цифры справа до определенного разряда с возможным изменением цифры этого разряда) значение абсолютной погрешности результата измерения, а затем округляется значение результата самой измеряемой величины.*

*Если первая значащая цифра абсолютной погрешности результата измерения равна 1 или 2, то значение абсолютной погрешности округляется до двух значащих цифр. Если первая значащая цифра абсолютной погрешности результата измерения равна 3, 4, ..., 9, то значение погрешности округляется до одной значащей цифры. При этом используют стандартные правила округления.*

При этом используют стандартные правила округления.

**Если первая из отбрасываемых цифр (считая слева направо) меньше 5, то последнюю сохраняемую цифру не меняют.**

**Примеры:**

Число 0,27375 округляется до двух значащих цифр  $\approx 0,27$ ;

Число 8,337 округляется до одной значащей цифры  $\approx 8$ .

**Если первая из отбрасываемых цифр больше или равна 5, но за ней следует значащая цифра, то последняя остающаяся цифра увеличивается на единицу.**

**Примеры:**

Число 0,257 округляется до двух значащих цифр  $\approx 0,26$ .

Число 8,735 округляется до одной значащей цифры  $\approx 9$ .

**Если отбрасывают только одну цифру 5, а за ней нет значащих цифр, то последняя сохраняемая цифра остается неизменной, если она четная, и увеличивается на единицу, если она нечетная.**

**Примеры:**

Число 0,275 округляется до двух значащих цифр  $\approx 0,28$ ;

Число 0,145 округляется до двух значащих цифр  $\approx 0,14$ .

Вместе с тем п. 3.4. методических указаний допускалось выражать характеристики погрешностей (или их статистические оценки) числом, содержащим одну значащую цифру. При этом погрешность измерения, округляемая до первой значащей цифры, всегда увеличивается на единицу, если первая из отбрасываемых цифр (считая слева направо) равна или больше 5 и не меняется, если первая из отбрасываемых цифр (считая слева направо) меньше 5.

**Примеры:**

Число 0,273 округляется до одной значащей цифры  $\approx 0,3$ ;

Число 0,00083 округляется до одной значащей цифры  $\approx 0,0009$ .

Недостаток изложенного допущения состоит в том, что относительная погрешность от округления изменяется скачком при таком переходе. Например, при переходе от числа 0,273 к числу 0,3 (округление до одной значащей цифры), приводит к очень большой относительной погрешности  $(0,40 - 0,30) / 0,30 = 30 \%$ , в то время как при округлении до двух значащих цифр, переход от числа 0,27 к числу 0,28, приводит к незначительной относительной погрешности  $(0,28 - 0,27) / 0,28 = 3,5 \%$ .

Если же полученное число начинается, например, с цифры 8, то сохранение второго знака, т.е. указание погрешности, например, 0,00083 вместо 0,8, приводит к незначительной относительной погрешности  $(0,00084 - 0,00083) / 0,00084 = 1 \%$ , что является дезинформацией, т.к. исходные данные не обеспечивают такой точности.

**Результат измерения округляется до того же десятичного разряда, которым оканчивается округленное значение абсолютной погрешности.**

**Если число десятичных знаков в результате вычисления оказывается меньше, чем в значении абсолютной погрешности, то недостающие цифры заменяют нулями.**

**Если число десятичных знаков в результате вычисления оказывается больше, то используют стандартные правила округления.**

**Примеры.**

Правильно:  $17,0 \pm 0,2$ .    Неправильно:  $17 \pm 0,2$  или  $17,00 \pm ,2$ .

Правильно:  $12,13 \pm 0,17$ .    Неправильно:  $12,13 \pm 0,2$ .

Правильно:  $46,40 \pm 0,15$ .    Неправильно:  $46,4 \pm 0,15$  или  $46,402 \pm 0,15$ .

Правильно:  $235,73 \pm 0,15$ .    Неправильно:  $235,7 \pm 0,15$ .

**Если число есть результат расчета, то в нем должно быть сохранено столько десятичных разрядов или значащих цифр, сколько их содержится в наименее точном числе, использованном при вычислении.**

**Пример:**

Числовое значение результата расчета  $2,1 \cdot 3,45 \cdot 1,3 = 9,4185 \approx 9,4$

**Округление производится лишь в окончательном ответе, а все предварительные вычисления проводят с одним-двумя лишними знаками.**

**Пример:**

Результата измерения  $220,46 \pm 4$ .

Используя стандартные правила округления:

- число знаков после запятой в оценке измеряемой величины должно совпадать с числом знаков после запятой в значении погрешности, погрешность выражается в абсолютных величинах;

- если при округлении первая из отбрасываемых цифр (считая слева направо) меньше 5, то последняя сохраняемая цифра не меняется, округление в окончательном ответе  $\approx 220 \pm 4$ .

Округление по этапам привело бы к ошибке:

- на I этапе -  $220,46 \pm 4 \approx 220,5 \pm 4$ ;

- на II этапе -  $220,5 \pm 4 \approx 221 \pm 4$ .

**Множители и приставки СИ для обозначения кратных и дольных единиц**

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		Международное	Русское
$10^{18}$	экса	E	Э
$10^{15}$	пета	P	П
$10^{12}$	тера	T	Т
$10^9$	гига	G	Г
$10^6$	мега	M	М
$10^3$	кило	k	к
$10^2$	гекто	h	г
$10^1$	дека	da	да
$10^{-1}$	деци	d	д
$10^{-2}$	санти	c	с
$10^{-3}$	милли	m	м
$10^{-6}$	микро	$\mu$	мк
$10^{-9}$	нано	n	н
$10^{-12}$	пико	p	п
$10^{-15}$	фемто	<i>f</i>	ф
$10^{-18}$	атто	a	а

**Формулы для вычисления абсолютной и относительной погрешностей наиболее распространенных функциональных зависимостей**

Функция, $f(x,y)$	Частные производные функции			Погрешности	
	по аргументу (x), $\frac{\partial f}{\partial x}$	по аргументу (y), $\frac{\partial f}{\partial y}$	по аргументу (z), $\frac{\partial f}{\partial z}$	абсолютная форма ( $(\Delta(f))$ ), $\pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \Delta^2(x) + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \Delta^2(y)}$	относительная форма ( $(\delta(f))$ ), $\pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 \left(\frac{\Delta(x)}{f}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 \left(\frac{\Delta(y)}{f}\right)^2}$
1	2	3	4	5	6
$x + y$	1	1	-	$\pm \sqrt{\Delta^2(x) + \Delta^2(y)}$	$\pm \frac{\sqrt{\Delta^2(x) + \Delta^2(y)}}{x + y}$
$x - y$	1	-1	-	$\pm \sqrt{\Delta^2(x) + \Delta^2(y)}$	$\pm \frac{\sqrt{\Delta^2(x) + \Delta^2(y)}}{x - y}$
$x \cdot y$	y	x	-	$\pm \sqrt{x^2 \Delta^2(y) + y^2 \Delta^2(x)}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta(x)}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(y)}{y}\right)^2}$
$\frac{x}{y}$	$\frac{1}{y}$	$-\frac{x}{y^2}$	-	$\pm \sqrt{\frac{y^2 \Delta^2(x) + x^2 \Delta^2(y)}{y^4}}$	$\pm \sqrt{\left(\frac{\Delta(x)}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(y)}{y}\right)^2}$

1	2	3	4	5	6
$x^n$	$nx^{n-1}$	-	-	$\pm nx\Delta(x)$	$\pm n \frac{\Delta(x)}{x}$
$x^2$	$2x$	-	-	$\pm 2x\Delta(x)$	$\pm 2 \frac{\Delta(x)}{x}$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	-	-	$\pm \frac{1}{2\sqrt{x}}\Delta(x)$	$\pm \frac{1}{2} \frac{\Delta(x)}{x}$

**Образец формы титульного листа отчета по практическому занятию и содержание  
пунктов отчета**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский государственный горный университет»

Кафедра Электротехники



**ОТЧЕТ**  
по практическому занятию № \_\_\_\_  
по дисциплине «МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ»  
**ТЕМА:** \_\_\_\_\_  
(наименование темы)

Студент(ка) гр. \_\_\_\_\_

Дата выполнения практического занятия \_\_\_\_\_

Преподаватель \_\_\_\_\_

Екатеринбург  
202\_\_

**Образец оформления решения задачи**

Какой класс точности должен иметь амперметр, имеющий предел измерения 10 А, при измерении тока 7 А, чтобы погрешность не превышала 1,2%? (*Условия задач переписывать в отчет*).

Решение:

Для определения класса точности прибора необходимо рассчитать приведенную погрешность, для чего нужно определить предельную абсолютную погрешность данного измерения.

Поскольку относительная погрешность задана

$$\delta = \frac{\Delta}{X_{\text{н}}} \cdot 100 \%$$

то предельная абсолютная погрешность данного измерения будет равна:

$$\Delta = 1,2\% \cdot 7 \text{ А} / 100\% = 0,084 \text{ А}.$$

Приведенная погрешность:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_{\text{н}}} 100\% = 0,084 \text{ А} \cdot 100\% / 10 \text{ А} = 0,84 \%$$

Класс точности должен быть 0,5.

Ответ: требуемую точность может обеспечить амперметр класса точности 0,5.