Задание 1

Требуется синтезировать функциональную логическую схему устройства в базисе ИЛИ-НЕ, применяя методы минимизации заданной логической функции с помощью метода Квайна и Мак-Класки и с использованием карт Карно.

Таблица истинности комбинационного устройства.

номер набора	X1	X2	X3	X4	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

Для построения функциональной логической схемы, сформулируем условия ее работы и запишем их в виде логической функции – ФАЛ, для этого используем метод Квайна – МакКласке.

Составим структурную формулу ФАЛ в виде совершенной конъюнктивной нормальной формы (СКНФ), или канонического произведения макстермов.

СКНФ:

$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})$

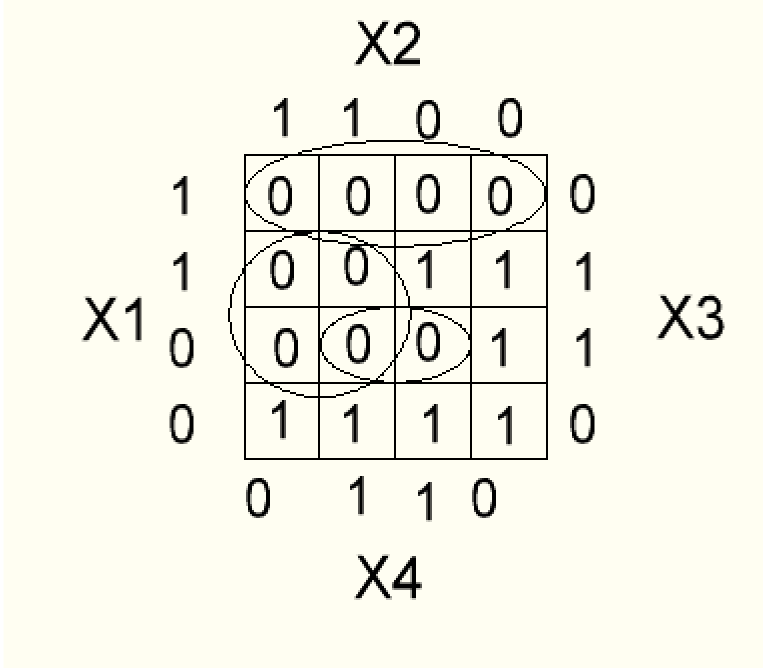
Минимизируем данное выражение путем алгебраических преобразований с помощью законов склеивания, поглощения:

$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \vee x_2 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) = (\overline{x_1} \vee x_2 \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_4) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee x_4) \wedge (\overline{x_1} \vee x_3 \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee x_3) \wedge (x_1 \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) = (x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (\overline{x_1} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee x_3) \wedge (\overline{x_1} \vee \overline{x_2}) = (\overline{x_1} \vee x_3) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})$

$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_1} \vee x_3) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})$

Метод карт Карно

№ набора	Импликанты	ДНФ
0	0000	$x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4$
1	0001	$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge x_4$
2	0010	$x_1 \wedge x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge x_4$
4	0100	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3 \wedge x_4$
5	0101	$x_1 \wedge \overline{x_2} \wedge x_3 \wedge \overline{x_4}$
10	1010	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge x_4$
11	1011	$\overline{x_1} \wedge x_2 \wedge \overline{x_3} \wedge \overline{x_4}$



1 $x_1=1$ $x_3=0$
2 $x_2=1$ $x_3=1$
3 $x_1=0$ $x_3=1$ $x_4=1$

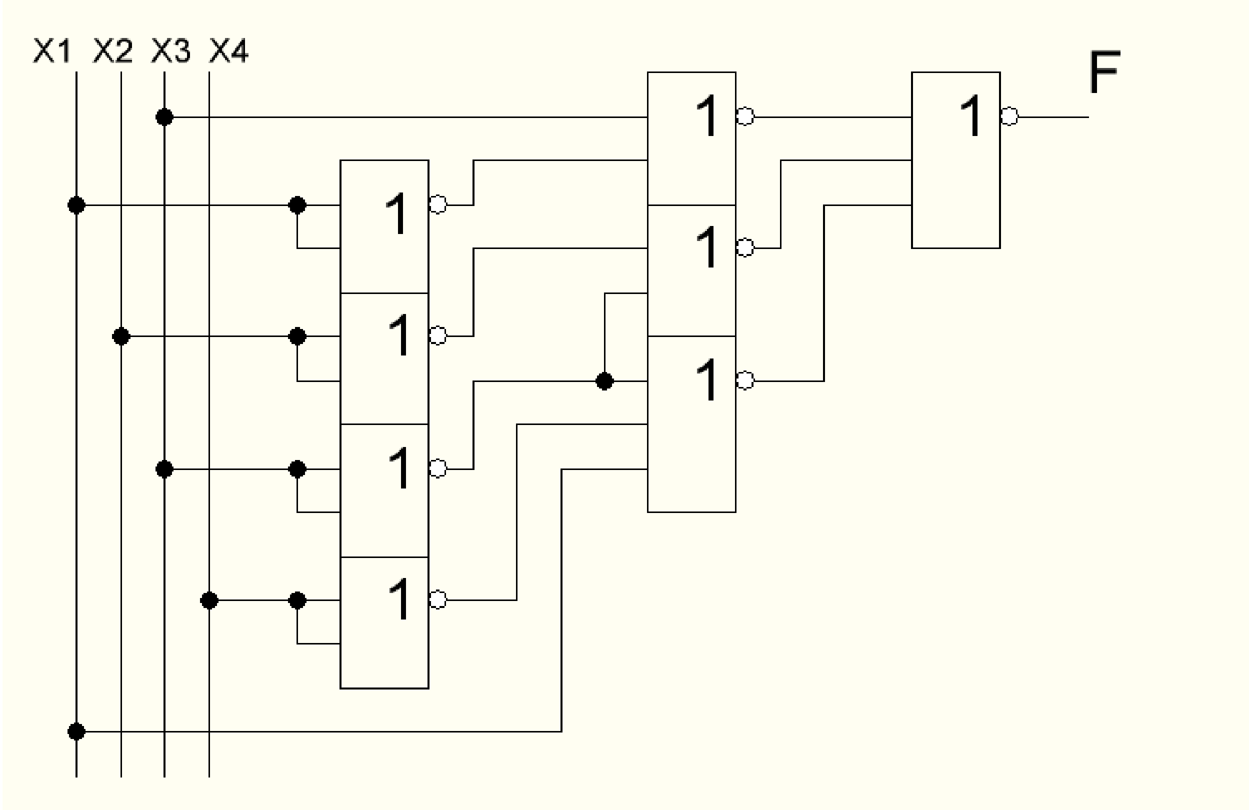
Если переменная в КНФ равна 0 то записываем её в прямом виде если 1 то в инверсном

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_1} \vee x_3) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})$$

Преобразуем по правилу Де Моргана

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{(\overline{x_1} \vee x_3) \wedge (\overline{x_2} \vee \overline{x_3}) \wedge (x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})}} =$$

$$\overline{\overline{\overline{(\overline{x_1} \vee x_3)} \vee \overline{(\overline{x_2} \vee \overline{x_3})} \vee \overline{(x_1 \vee \overline{x_3} \vee \overline{x_4})}}}$$



Задача 2

Провести синтез автомата Мили, функционирование которого описывается заданными таблицами переходов и выходов. Задавая произвольную двоичную последовательность (входное слово), определить соответствующую двоичную выходную последовательность (выходное слово) автомата. Построить структурную схему автомата в базисе И, ИЛИ, НЕ.

Таблица переходов

Входной сигнал X	Состояние			
	A0	A1	A2	A3
0	A2	A0	A3	A0
1	A0	A2	A2	A1

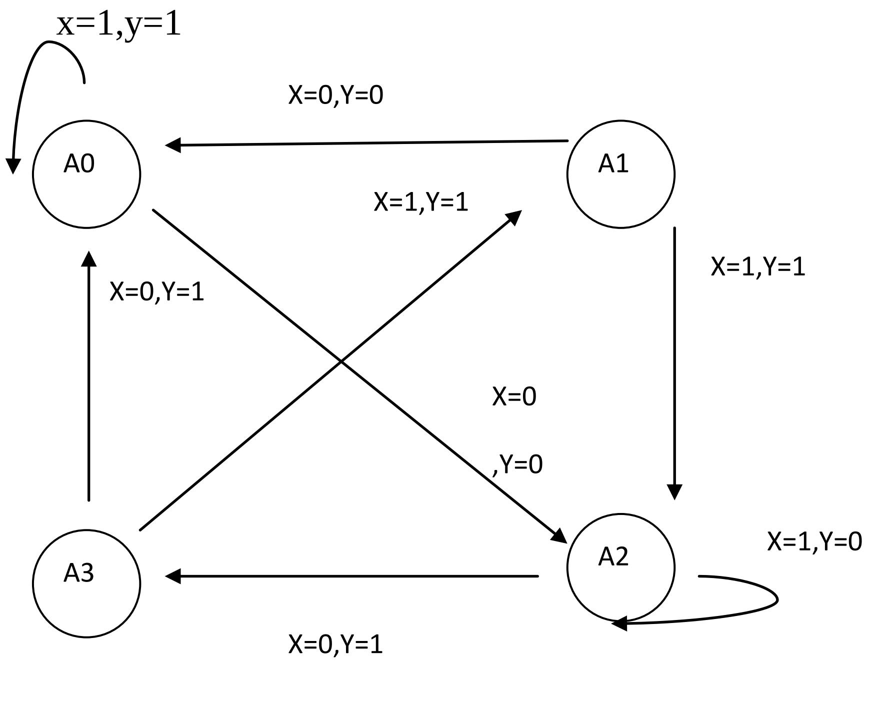
Последние три цифры шифра 061 в двоичной системе – это 111101 Добавляем слева нули до8 разрядов. Получаем таблицу выходов.

Таблица выходов

Входной сигнал X	Состояние			
	A0	A1	A2	A3
0	0	0	1	1
1	1	1	0	1

Функции переходов и выходов автомата могут быть заданы в форме таблиц переходов и выходов или с помощью графов. Столбцы таблиц приписаны отдельным состояниям автомата, а строки – входным сигналам. На их пересечении в таблице переходов указано новое состояние, в которое переходит автомат, а в таблице выходов – выходной сигнал. Граф же состоит из узлов, отождествляемых с отдельными состояниями автомата. Связи между узлами показывают переходы автомата из одного состояния в другое под воздействием входных сигналов. На каждой связи сверху указывается входной сигнал, формируемый на выходе автомата до перехода его в новое состояние.

Граф автомата изображен на рисунке.



входное слово :X= 01111111

Y=00000000

Заданный автомат имеет 4 состояния, поэтому достаточно двух триггеров, значит m = 2.

Кодирование состояний автомата

Состояние автомата А	Состояние триггеров	
	Q2	Q1
A0	0	0
A1	0	1
A2	1	0
A3	1	1

Таблица функционирования автомата Мили

Входной сигнал x	Текущее состояние		Последующее состояние		Сигналы управления триггерами				Выходной сигнал y
	Q2(t)	Q1(t)	Q2(t+1)	Q1(t+1)	S2	R2	S1	R1	
0	0	0	1	0	1	0	0	*	0
0	0	1	0	0	0	*	0	1	0
0	1	0	1	1	*	0	1	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	*	0	*	1
1	0	1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	*	0	0	*	0
1	1	1	0	1	0	1	*	0	1

Рассмотрим подробнее заполнение таблицы функционирования автомата Мили. В первых трех ее столбцах записываются все возможные сочетания кодов входного сигнала и состояния автомата. Для заданного входного сигнала и состояния автомата по графу находится значение выходного сигнала, которое записывается в последнем столбце таблицы, и следующее состояние автомата, в которое он переходит. Код этого состояния заносится в четвертый и пятый столбцы таблицы.

Столбцы с 6 по 9 отведены для записи сигналов управления триггерами. Управление триггерами осуществляется подачей сигналов на входы очистки (вход R) и установки (вход S). Эти сигналы для каждого триггера определяются сравнением их состояний в момент времени t - $Q(t)$ и в последующий момент времени $t+1$ - $Q(t+1)$. Например, в первой строке табл.5 $Q_1(t)=0$, $Q_1(t+1)=1$. Это означает, что первый триггер переводится из состояния «0» в состояние «1».Для этого должен быть подан сигнал «1» на вход S_1 и «0» на вход R_1.

В тех случаях, когда предыдущее $Q(t)$ и последующее $Q(t+1)$ состояния триггера совпадают, (триггер хранит предыдущее состояние), то на оба входа (очистки и установки) можно подать сигнал «0» ($S=0,\ R=0$), или на определенный вход триггера может подаваться сигнал подтверждения состояния триггера $S=1,\ R=0$ (установка «1») или $S=0,\ R=1$ (очистка или установка «0»).

Например, если триггер был в состоянии «1» и должен сохранить это состояние в следующем такте, то либо на обоих его входах присутствует сигнал «0» ($S=0,\ R=0$), что соответствует режиму хранения информации, либо на вход S может быть подан сигнал «1» подтверждения состояния ($S=1,\ R=0$). В подобных случаях, когда логический уровень сигнала управления безразличен («0» или «1»), соответствующие клетки табл.5 остаются пустыми или в них заносится символ *.

Для построения комбинационного устройства, формирующего сигналы управления триггерами ($S_2,\ R_2, S_1, R_1$), найдем их минимальные формы, используя метод минимизирующих карт (рис. 7).

Для построения комбинационного устройства, формирующего выходной сигнал y , найдем его минимальную форму, используя метод минимизирующих карт (рис. 8).

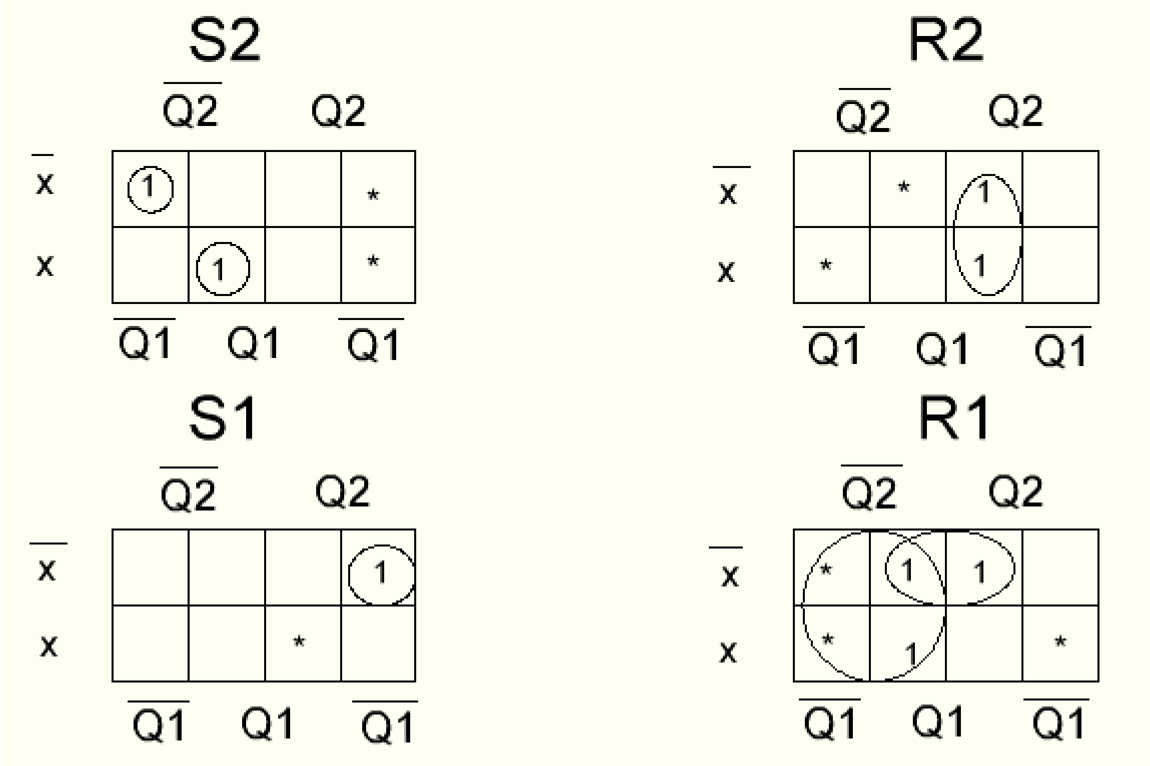


Рис. 7. Карты Карно для нахождения минимальных форм сигналов управления триггерами

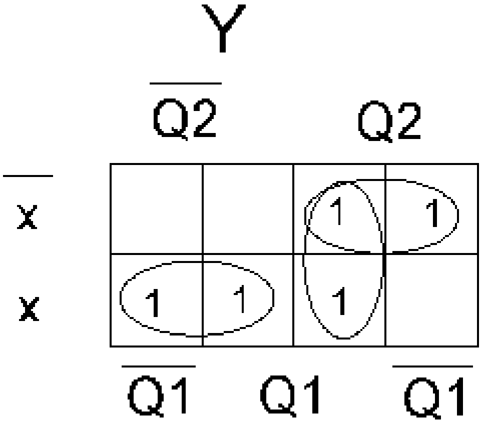


Рис.8. Карты Карно для нахождения минимальной формы выходного сигнала

Рассматривая S_2, R_2, S_1 и R_1 как неполностью определенные логические функции аргументов x, Q_2 и Q_1, запишем МДНФ этих функций:

$S_2 = (\overline{X} \wedge \overline{Q_1}) v (X \wedge Q_1 \wedge \overline{Q_2})$ $\qquad$ $R_2 = Q_1 \wedge Q_2$

$S_1 = \overline{X} \wedge \overline{Q_1} \wedge Q_2$ $\qquad$ $R_1 = (X\ \overline{\wedge}\ Q_1) v\ Q_2$

Так как функция y принимает единичное значение на меньшем числе наборов переменных, представим ее в МДНФ:

$Y = (\overline{X} \wedge Q_2) \vee (Q_1 \wedge Q_2) \vee (X \wedge \overline{Q_1})$

Используя полученные логические выражения и выбрав в качестве базиса логические элементы И, ИЛИ, НЕ, вычерчиваем структурную схему синтезируемого автомата, представленную на рис. 9.

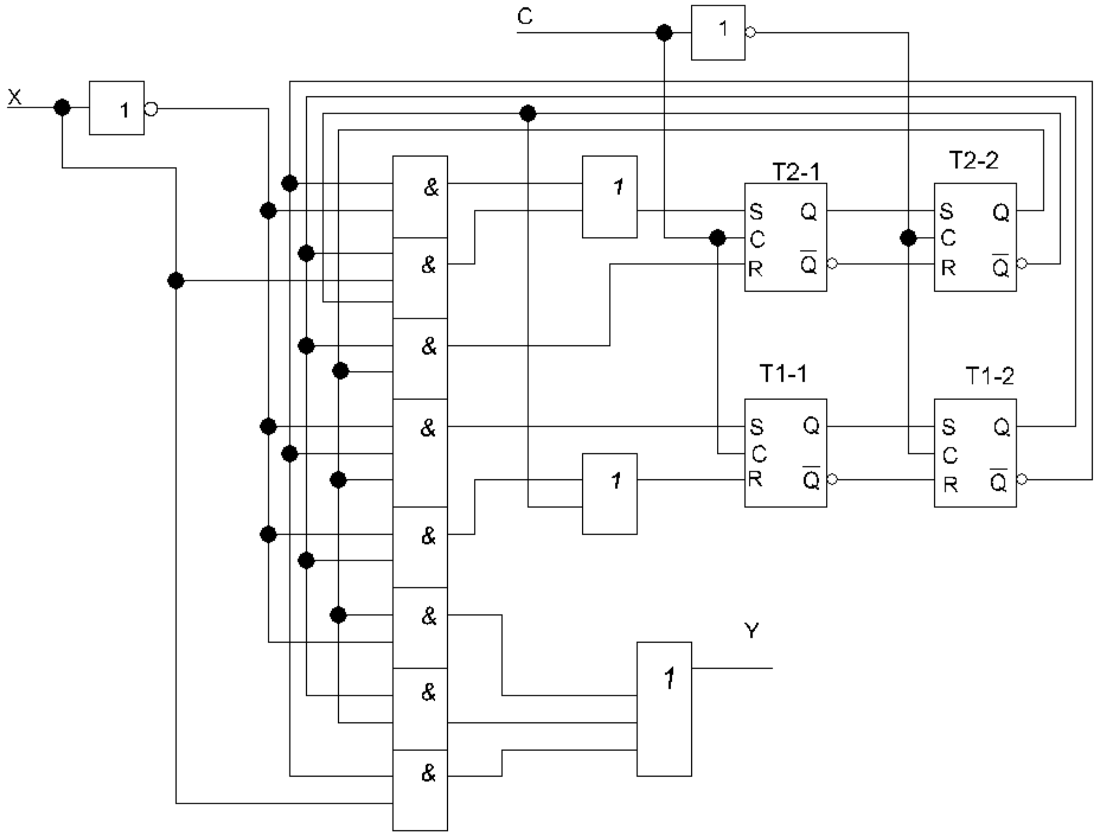


Рис. 9 Функциональная схема автомата Мили

Примечание. Для обеспечения правильной работы схемы автомата необходимо предусмотреть синхронизацию его функционирования во времени. Для этого в схеме (рис. 9) предусмотрен сигнал синхронизации C, который в моменты времени t_i разрешает подачу управляющих сигналов с выхода комбинационного устройства на входы триггеров, выполненных по двухступенчатой схеме. Запись информации в триггеры первой ступени, образованной триггерами $T1-1$ и $T2-1$, происходит по высокому уровню синхросигнала C, а в триггеры второй ступени ($T1-2$ и $T2-2$) – по низкому уровню синхросигнала. На выходе автомата y информация будет изменяться по отрицательному фронту синхросигнала C. Это соответствует алгоритму работы синхронного двухступенчатого (MS) RS-триггера.