***3. Групповой выбор экспертных оценок***

Эксперты *E*1, …, *En* сравнивают альтернативы *A*1, …, *Am*, что отражается в том, что предъявляют *n* матриц смежности отношений *P*1, …, *Pn* (строк ранжирования, если отношения *P*1, …, *Pn* обязаны быть линейными, или слабыми, порядками).

Отношение *Pi*, *i*=1,…,*n*, называется *индивидуальным выбором*.

Отношение *P* на множестве {*A*1,…,*Am*} называется *групповым выбором*, если оно строится в соответствии с некоторым *правилом согласования* *отношений* *P*1, …, *Pn*.

Метод построения группового выбора называется *правилом согласования*.

Функция *y*=*f*(*y*1,…,*yn*), при помощи которой может быть построено отношение *P*, тоже называется *правилом согласования*.

Допустим, что отношения *P*1, …, *Pn*, линейными или слабыми, и они представлены как результат ранжирования. Тогда вычислим значения *bi*=*f*(*ai*1,…,*ain*), *i*=1,…,*m*.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *P*1 | … | *Pj* | … | *Pn* | *P* |
| *A*1 | *a*11 | … | *a*1*j* | … | *a*1*n* | *b*1 |
| … | … |  | … |  | … | … |
| *Ai* | *ai*1 | … | *aij* | … | *ain* | *bi* |
| … | … |  | … |  | … | … |
| *Am* | *am*1 | … | *amj* | … | *amn* | *bm* |

Табл. 1. Матрица экспертных рангов и групповое отношение

Втабл. 4.1 *bi* – это оценка альтернативы *Ai*, найденная по правилу согласования *f*, *i*=1,…,*m*. Оценки *b*1, …, *bi*, …, *bm* являются числами: альтернативе $A\_{i\_{0}}$ с наибольшей оценкой $b\_{i\_{0}}$ присваивается ранг 1, и так далее, по правилу ранг *Ai* больше ранга *Aj*, если *bi*>*bj*, и ранги *Ai* и *Aj* равны, если *bi*=*bj* (мы считаем, что в этом случае *Ai* и *Aj* несравнимы).

Приведем пример правила нахождения группового выбора.

*Правило Борда* – это правило с функцией согласования *y*=*f*(*y*1,…,*yn*)=*y*1+…+*yn*.

Пусть, теперь, отношения *P*1, …, *Pk*, …, *Pn*, вообще говоря, не линейные или не слабые, представлены матрицами смежности $\left‖δ\_{ij}^{k}\right‖$, где *k*=1,…,*n* – номер отношения (эксперта), *i*,*j*=1,…,*m* – номер альтернативы. Матрица смежности ||δ*ij*|| отношения *P* на множестве {*A*1,…,*Am*} может быть определено следующим образом: $δ\_{ij}=f(δ\_{ij}^{1},…,δ\_{ij}^{k},…,δ\_{ij}^{n})$.

Через *Nij* обозначим число экспертов, отдавших предпочтение альтернативе *Ai* перед альтернативой *Aj*: *Nij*=*N*(*Ai*,*Aj*)=$\sum\_{k=1}^{n}δ\_{ij}^{k}$.

Определим некоторые правила нахождения группового выбора.

*Правило Кондорсе*: выполнено *AiPAj*, если *Nij*>*Nji*, иначе не выполнено.

*Правило большинства*: выполнено *AiPAj*, если *Nij*>*n*/2, иначе не выполнено.

***Задание***. Восемь экспертов дали оценки пяти объектам экспертизы в виде рангов с 1 по 5 (имеются равные ранги, но сумма равна 15): ранжирование эксперта *Ek*, =1,…,8, представлено в табл. 2 *k*-м столбцом. Найдите групповой выбор при помощи правил Борда, Кондорсе и большинства.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *E*1 | *E*2 | *E*3 | *E*4 | *E*5 | *E*6 | *E*7 | *E*8 |
| *A*1 | 4 | 2 | 5 | 2,5 | 3,5 | 2 | 4 | 5 |
| *A*2 | 2 | 2 | 3 | 4,5 | 3,5 | 5 | 4 | 3 |
| *A*3 | 1 | 2 | 4 | 4,5 | 2 | 4 | 2 | 3 |
| *A*4 | 4 | 4 | 2 | 2,5 | 1 | 2 | 4 | 3 |
| *A*5 | 4 | 5 | 1 | 1 | 5 | 2 | 1 | 1 |

Табл. 2. Ранжирование объектов к задаче 4.1