

Лабораторная работа № 14

Математическая система автоматизированного проектирования MathCAD

Цель работы: решения инженерных задач в среде MathCAD

Обязательные задания

1. Построить кривую, заданную уравнением в полярной системе координат.

- | | |
|--|--|
| 4.1. $\rho = 2 \sin 4\varphi$. | 4.2. $\rho = 2(1 - \sin 2\varphi)$. |
| 4.3. $\rho = 2 \sin 2\varphi$. | 4.4. $\rho = 3 \sin 6\varphi$. |
| 4.5. $\rho = 2/(1 + \cos \varphi)$. | 4.6. $\rho = 3(1 + \sin \varphi)$. |
| 4.7. $\rho = 2(1 - \cos \varphi)$. | 4.8. $\rho = 3(1 - \cos 2\varphi)$. |
| 4.9. $\rho = 4 \sin 3\varphi$. | 4.10. $\rho = 4 \sin 4\varphi$. |
| 4.11. $\rho = 3(\cos \varphi + 1)$. | 4.12. $\rho = 1/(2 - \sin \varphi)$. |
| 4.13. $\rho = 5(1 - \sin 2\varphi)$. | 4.14. $\rho = 3(2 - \cos 2\varphi)$. |
| 4.15. $\rho = 6 \sin 4\varphi$. | 4.16. $\rho = 2 \cos 6\varphi$. |
| 4.17. $\rho = 3/(1 - \cos 2\varphi)$. | 4.18. $\rho = 2(1 - \cos 3\varphi)$. |
| 4.19. $\rho = 3(1 - \cos 4\varphi)$. | 4.20. $\rho = 5(2 - \sin \varphi)$. |
| 4.21. $\rho = 3 \sin 4\varphi$. | 4.22. $\rho = 2 \cos 4\varphi$. |
| 4.23. $\rho = 4(1 + \cos 2\varphi)$. | 4.24. $\rho = 1/(2 - \cos 2\varphi)$. |
| 4.25. $\rho = 4(1 - \sin \varphi)$. | 4.26. $\rho = 3(1 + \cos 2\varphi)$. |
| 4.27. $\rho = 3 \cos 2\varphi$. | 4.28. $\rho = 2 \sin 3\varphi$. |
| 4.29. $\rho = 2/(2 - \cos \varphi)$. | 4.30. $\rho = 2 - \cos 2\varphi$. |

2. Построить графики напряжения $u = U_m \cdot \sin(\omega t)$ и тока $i = \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \varphi)$ (таблица 2).

Таблица 2

Вари- ант	$U_m, В$	$Z, Ом$	$\omega, с^{-1}$	$\varphi, ^\circ$	Вари- ант	$U_m, В$	$Z, Ом$	$\omega, с^{-1}$	$\varphi, ^\circ$
1	311	4,3	100π	10	16	311	43,1	200π	-80
2	537	5,6	200π	-10	17	537	12,5	400π	90
3	8485	10,3	400π	20	18	8485	0,2	440π	-90
4	14142	0,3	440π	-20	19	14142	0,321	1000π	-20
5	49497	0,12	1000π	30	20	49497	1,3	100π	30
6	155563	1,256	100π	-30	21	155563	0,85	200π	-30
7	311	14,1	200π	40	22	311	42	400π	40
8	537	158	400π	-40	23	537	12	440π	-40
9	8485	98,3	440π	50	24	8485	32	1000π	50
10	14142	56,4	1000π	-50	25	14142	53	100π	-50
11	49497	75	100π	60	26	49497	63	200π	60
12	155563	12	200π	-60	27	155563	36	400π	-60
13	8485	56	400π	70	28	311	35	440π	70
14	14142	98	440π	-70	29	537	97	1000π	-70
15	49497	45	1000π	80	30	8485	68	100π	80

3. Найти интеграл

- | | | | |
|---|--|--|--|
| 1. $\int \sin^4 2x \cos 2x dx.$ | 2. $\int \frac{\cos 2x}{\sin^3 2x} dx.$ | 21. $\int \frac{\sin 5x}{\cos^4 5x} dx.$ | 22. $\int \sqrt{\cos 7x} \sin 7x dx.$ |
| 3. $\int \frac{\sin 3x}{\cos^4 3x} dx.$ | 4. $\int \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}} dx.$ | 23. $\int \sin^6 3x \cos 3x dx.$ | 24. $\int \frac{\cos 6x}{\sin^7 6x} dx.$ |
| 5. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx.$ | 6. $\int \cos^7 2x \sin 2x dx.$ | 25. $\int \sqrt{\cos^3 2x} \sin 2x dx.$ | 26. $\int \sin^4 8x \cos 8x dx.$ |
| 7. $\int \frac{\cos x dx}{\sin x + 2}.$ | 8. $\int \frac{\cos x dx}{3 - \sin x}.$ | 27. $\int \sin^5 4x \cos 4x dx.$ | 28. $\int \frac{\sin 4x}{\sqrt[3]{\cos 4x}} dx.$ |
| 9. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos x + 3}}.$ | 10. $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt[3]{\cos x + 1}}.$ | 29. $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt[3]{\cos^4 2x}} dx.$ | 30. $\int \frac{\cos 6x}{\sin^4 6x} dx.$ |
| 11. $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{(\sin x - 4)^3}}.$ | 12. $\int \frac{\sin 3x}{\cos^2 3x} dx.$ | | |
| 13. $\int \frac{\sin 5x}{\sqrt{\cos 5x}} dx.$ | 14. $\int \frac{\cos 4x}{\sin^3 4x} dx.$ | | |
| 15. $\int \sin^3 4x \cos 4x dx.$ | 16. $\int \sqrt[3]{\cos 2x} \sin 2x dx.$ | | |
| 17. $\int \sqrt{\cos^3 2x} \sin 2x dx.$ | 18. $\int \frac{\sin 4x}{\sqrt[3]{\cos^2 4x}} dx.$ | | |
| 19. $\int \sin^3 5x \cos 5x dx.$ | 20. $\int \frac{\cos 5x}{\sqrt{\sin^3 5x}} dx.$ | | |

4 Упростить выражение

4.1

$$\left[\left(\mathbf{a}^{\frac{1}{3}} - \mathbf{x}^{\frac{1}{3}} \right)^{-1} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{x}) - \frac{\mathbf{a} + \mathbf{x}}{\mathbf{a}^{\frac{1}{3}} + \mathbf{x}^{\frac{1}{3}}} \right] \cdot 2(\mathbf{a}\mathbf{x})^{-\frac{1}{3}}$$

4.2

$$\left[\frac{\left(\mathbf{a}^{\frac{3}{4}} - \mathbf{b}^{\frac{3}{4}} \right) \left(\mathbf{a}^{\frac{3}{4}} + \mathbf{b}^{\frac{3}{4}} \right)}{\mathbf{a}^{\frac{1}{2}} - \mathbf{b}^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{\mathbf{a}\mathbf{b}} \right] \cdot \frac{2\sqrt{2,5}(\mathbf{a} + \mathbf{b})^{-1}}{(\sqrt{10})^{-1}}$$

4.3

$$\sqrt{\mathbf{a}} - \frac{\mathbf{a} - \mathbf{a}^{-2}}{\mathbf{a}^{\frac{1}{2}} - \mathbf{a}^{-\frac{1}{2}}} + \frac{1 - \mathbf{a}^{-2}}{\mathbf{a}^{\frac{1}{2}} + \mathbf{a}^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{\mathbf{a}^{\frac{3}{2}}} \quad 4.1$$

4.4

$$\left(\frac{\mathbf{a}}{9 - \mathbf{a}^2} + \frac{4\mathbf{a} + 12}{\mathbf{a}^2 - 3\mathbf{a}} \right) \cdot \frac{\mathbf{a} + 3}{\mathbf{a} + 6} + \frac{5}{3 - \mathbf{a}}$$

4.5

$$\frac{3}{a-2} + \frac{3a+12}{25-a^2} : \left(\frac{2a-1}{a^2-25} - \frac{a-5}{2a^2+9a-5} \right)$$

4.6

$$2 \cdot (2-a)^{-1} + \frac{a+4}{a-1} : \left(\frac{9a-9}{3a+4} - \frac{(2a-7)^2}{(a-1)(3a+4)} \right)$$

4.7

Упростить $\left[\left(\frac{2a+10}{3a-1} + \frac{130-a}{1-3a} + \frac{30}{a} - 3 \right) \cdot \frac{3a^3+8a^2-3a}{1-\frac{1}{4}a^2} \right] : \frac{(2a+5)(a+3)}{a-2}$

4.8

$$\frac{a^{1,5} + b^{1,5} - ab^{0,5} - a^{0,5}b}{(a^{0,5} + b^{0,5})(a-b)} + \frac{2b^{0,5}}{a^{0,5} + b^{0,5}}$$

4.9

$$\left[\frac{2a}{a^2-4x^2} + \frac{1}{2x^2+6x-ax-3a} \cdot \left(x + \frac{3x-6}{x-2} \right) \right] \cdot (a+2x)$$

4.10

$$\left(\frac{a^{0,5} + 3b^{0,5}}{a-2a^{0,5}b^{0,5}+b} + \frac{a^{0,5} - 3b^{0,5}}{a-b} \right) \cdot \frac{a^{0,5} - b^{0,5}}{2}$$

4.11

$$\left(m - (1-m)^{-1} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{m(m-2) + m^0}{m^2 - m + 1} \right)^{-1}$$

4.12

Упростить и найти значение выражения:

$$\left(2a^{0,5}b^{0,5} + (a^{0,5} - b^{0,5})^2 \right) : \left(a^2 \cdot \left(1 - \frac{a^{-2}}{b^{-2}} \right) \right) \quad \text{при } a=3, b=2$$

4.13

$$\left[(a^{0,5} + b^{0,5}) \cdot (a^{0,5} + 5b^{0,5}) - (a^{0,5} + 2b^{0,5}) \cdot (a^{0,5} - 2b^{0,5}) \right] : (2a + 3a^{0,5}b^{0,5})$$

4.14

$$\left(\frac{\mathbf{m}+1}{2\mathbf{m}} + \frac{-2\mathbf{m}-2}{\mathbf{m}+3} \right) : \frac{\mathbf{m}+1}{\mathbf{m}+3} - \frac{\mathbf{m}^2 - 5\mathbf{m} + 3}{2\mathbf{m}} \quad \text{при } \mathbf{m} = 2,2$$

4.15

$$\left\{ 1 - \left[\mathbf{x}(1 + \mathbf{x}^2)^{-\frac{1}{2}} \right]^2 \right\}^{-1} \cdot (1 + \mathbf{x}^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[\mathbf{x}^0(1 + \mathbf{x}^2)^{\frac{1}{2}} - \mathbf{x}^2(1 + \mathbf{x}^2)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

4.16

$$\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{y}}{\mathbf{x}^{3/4} + \mathbf{x}^{1/2} \cdot \mathbf{y}^{1/4}} - \frac{\mathbf{x}^{1/2} - \mathbf{y}^{1/2}}{\mathbf{x}^{1/4} + \mathbf{y}^{1/4}} \right) \cdot \frac{\mathbf{x}^{1/4} + \mathbf{y}^{1/4}}{(\mathbf{x}^{-1} \cdot \mathbf{y})^{1/2}}$$

4.17

$$\frac{\mathbf{x}}{\mathbf{x}^2 - 1} \cdot \left(\frac{\mathbf{x}^{1/2} + \mathbf{x}^{-1/2}}{\mathbf{x}^2 - \mathbf{x} + 1} - \frac{\mathbf{x}^{1/2} - \mathbf{x}^{-1/2}}{\mathbf{x}^2 + \mathbf{x} + 1} \right) : \left(\frac{\mathbf{x}^{1/2} + 2\mathbf{x}^{-1/2}}{\mathbf{x}^3 - 1} - \frac{\mathbf{x}^{1/2} - 2\mathbf{x}^{-1/2}}{\mathbf{x}^3 + 1} \right)$$

4.18

$$\left(\frac{2}{\sqrt{\mathbf{x}} - \sqrt{\mathbf{y}}} - \frac{2\sqrt{\mathbf{x}}}{\mathbf{x}\sqrt{\mathbf{x}} + \mathbf{y}\sqrt{\mathbf{y}}} \cdot \frac{\mathbf{x} - \sqrt{\mathbf{x}\mathbf{y}} + \mathbf{y}}{\sqrt{\mathbf{x}} - \sqrt{\mathbf{y}}} \right) : 4\sqrt{\mathbf{y}}$$

4.19

$$\frac{\mathbf{a}^2 - 1}{\mathbf{n}^2 + \mathbf{a}\mathbf{n}} \cdot \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{\mathbf{n}}} - 1 \right) \cdot \frac{\mathbf{a} - \mathbf{a}\mathbf{n}^3 - \mathbf{n}^4 + \mathbf{n}}{1 - \mathbf{a}^2} : \frac{\mathbf{n}^2 + \mathbf{n} + 1}{\mathbf{n}}$$

4.20

$$\left\{ 1 + \left[\left(\mathbf{a}^{\frac{2}{3}} - \mathbf{x}^{\frac{2}{3}} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \mathbf{x}^{-\frac{1}{3}} \right]^2 \right\}^{-3} - \frac{1}{\mathbf{a}^2} \sqrt{(\mathbf{a}^2 - \mathbf{x}^2)^2 + 4\mathbf{a}^2\mathbf{x}^2}$$

4.21

$$\frac{\mathbf{a}}{\sqrt{\mathbf{b}}(\sqrt{\mathbf{a}} + \sqrt{\mathbf{b}})} + \frac{\mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{ab}} - \mathbf{a}} - \frac{\sqrt{\mathbf{a}}}{\sqrt{\mathbf{b}}} - \frac{\sqrt{\mathbf{b}}}{\sqrt{\mathbf{a}}}$$

4.22

$$\frac{\mathbf{a}^{\frac{3}{2}} + \mathbf{b}^{\frac{3}{2}}}{(\mathbf{a}^2 - \mathbf{ab})^{2/3}} : \frac{\mathbf{a}^{-\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[3]{\mathbf{a} - \mathbf{b}}}{\mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}} - \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{b}}}$$

4.23

$$\mathbf{b}^{-\frac{1}{4}} \cdot \left[(\mathbf{ab})^{\frac{1}{4}} - \mathbf{b}^{\frac{1}{2}} \right]^{-1} \cdot \left[\left(\frac{1}{\mathbf{ab}} \right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{\mathbf{ab}}{\mathbf{a} + \sqrt{\mathbf{ab}}} \right] : \frac{\mathbf{a}^{\frac{5}{4}} + (\mathbf{a}^4 \mathbf{b})^{\frac{1}{4}}}{\mathbf{a} - \mathbf{b}}$$

4.24

$$(1 - \mathbf{a}^2) : \left[\left(\frac{1 - \mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}}}{1 - \sqrt{\mathbf{a}}} + \sqrt{\mathbf{a}} \right) \cdot \left(\frac{1 + \mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}}}{1 + \sqrt{\mathbf{a}}} - \sqrt{\mathbf{a}} \right) \right] + 1$$

4.25

$$\frac{\left(\frac{\mathbf{a} - \mathbf{b}}{\sqrt{\mathbf{a}} + \sqrt{\mathbf{b}}} \right)^3 + 2\mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{b}}}{3\mathbf{a}^2 + 3\mathbf{b}\sqrt{\mathbf{ab}}} + \frac{\sqrt{\mathbf{ab}} - \mathbf{a}}{\mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}} - \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{a}}}$$

4.26

$$\sqrt{\mathbf{a}} \left[\frac{\mathbf{a} + \sqrt[4]{\mathbf{a}^3 \mathbf{b}^2} + \mathbf{b}\sqrt[4]{\mathbf{ab}^2} + \mathbf{b}^2}{(\sqrt[4]{\mathbf{a}} + \sqrt{\mathbf{b}})^2} - \mathbf{b} \right]^{-1} + (\mathbf{a}^{-1/4} \cdot \mathbf{b}^{1/2} - 1)^{-1}$$

4.27

$$\left(\frac{(\sqrt{\mathbf{a}} + 1)^2 - \frac{\mathbf{a} - \sqrt{\mathbf{ax}}}{\sqrt{\mathbf{a}} - \sqrt{\mathbf{x}}}}{(\sqrt{\mathbf{a}} + 1)^3 - \mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}} + 2} \right)^{-3}$$

4.28

$$\frac{(\sqrt{\mathbf{a}} - \sqrt{\mathbf{b}})^3 + 2\mathbf{a}^2 : \sqrt{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{b}}}{\mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}} + \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{b}}} + \frac{(3\sqrt{\mathbf{ab}} - 3\mathbf{b})\sqrt{\mathbf{a}}}{\mathbf{a}\sqrt{\mathbf{a}} - \mathbf{b}\sqrt{\mathbf{a}}}$$

4.29

$$\left(\frac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}} + \frac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a} \right) \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{a^2}-1} - \frac{1}{a} \right)$$

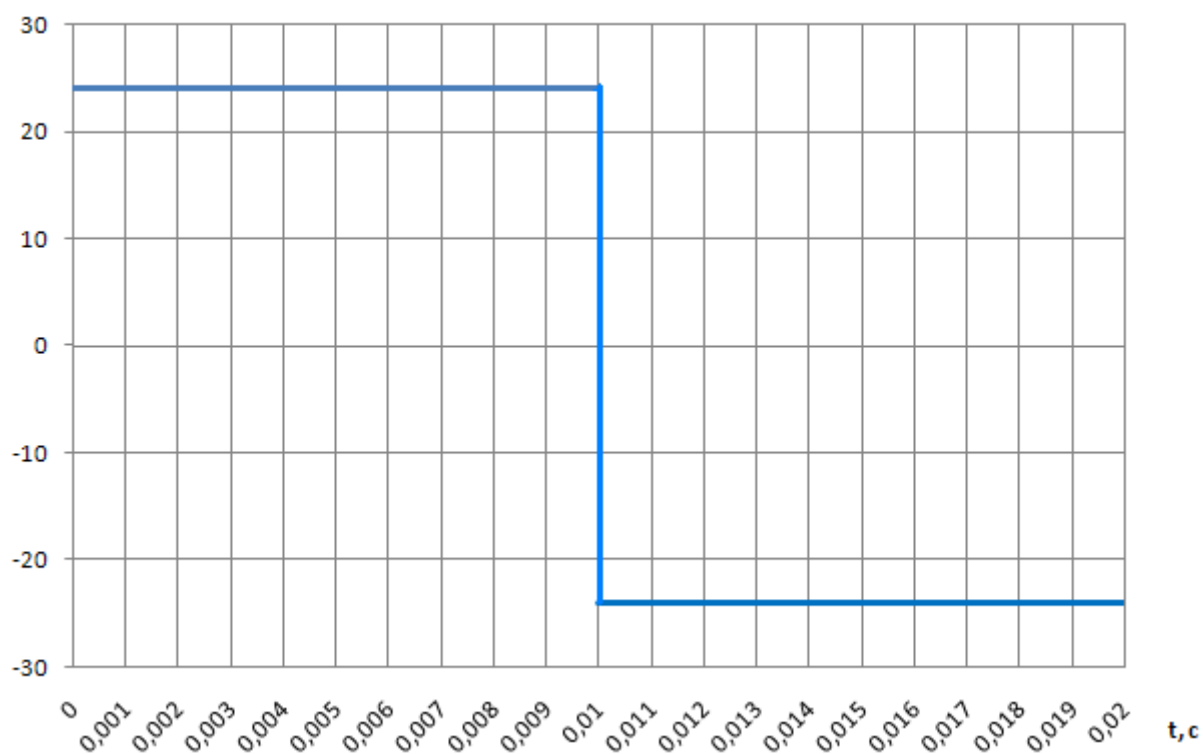
4.30

$$\left(\frac{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a})^3 + 2x + a}{(\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{a})^3 - x - 2a} \right)^3 + \sqrt{(a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3)^{2/3}} : a$$

Дополнительные задания

5. Разложить функцию в ряд Фурье (0 – 3 гармоники)

U, В



6. Построить Графики функции (0 -3 гармоники) и сумму гармоник (задание 6).