

Вариант 1

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_x^{2-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (x + y) dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_C (x + y) dx - (x - y) dy,$$

где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

4. С помощью поверхностного интеграла первого рода вычислить площадь части поверхности $z = 4 - x^2 - y^2$, расположенной внутри конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вариант 2

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^{\pi/2} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S \frac{y}{x} dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$\int_C xy ds,$$

где C – дуга гиперболы $x = \operatorname{ch} t$, $y = \operatorname{sh} t$ ($0 \leq t \leq 1$).

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

Вариант 3

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (x - y) dx dy, \quad S = \{1 \leq x \leq 2, x \leq y \leq 2x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{(3,1)}^{(2,-1)} (2xy - y^3) dx + (x^2 - 3xy^2 + 6y) dy,$$

проверив предварительно, что он не зависит от пути интегрирования.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S \frac{ds}{(1+x+y)^2},$$

где S – поверхность пирамиды, ограниченной плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$.

Вариант 4

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G z^2 dx dy dz, \quad G = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$\int_C y^2 ds,$$

где C – часть окружности $x^2 + y^2 = 1$, лежащая в первой четверти.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S xy dy dz + yz dz dx + xz dx dy,$$

где S – внешняя сторона поверхности пирамиды, ограниченной плоскостями $x+y+z = 3$, $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$.

Вариант 5

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{2-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (2x + 3y) dx dy, \quad S = \{0 \leq y \leq x, 0 \leq y \leq 2\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_L (4xy^2 + x^3) dx + (4x^2y + 3y^2) dy,$$

где $L = AB \cup BC$, $A(0, 1)$, $B(0, 3)$, $C(1, 3)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S (x^2 + y^2) ds,$$

где S – часть поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, ограниченная плоскостью $z = 1$.

Вариант 6

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x+1}^{3-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_G x dx dy, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 9, x > 0, y > 0\}.$$

3. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x - z)\vec{i} + (x + y + z)\vec{j} + (2x + y)\vec{k}$$

по контуру треугольника с вершинами $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{x^2 + y^2 + z^2},$$

где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Вариант 7

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{|x|}^{\sqrt{|x|}} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S xy^4 dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq 1, -\sqrt{x} \leq y \leq \sqrt{x}\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_{\Gamma} z ds$, где Γ – дуга конической винтовой линии

$$x = t \cos t, \quad y = t \sin t, \quad z = t, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где S – внешняя сторона пирамиды с вершинами

$$O(0, 0, 0), \quad A(1, 0, 0), \quad B(0, 1, 0), \quad C(0, 0, 1).$$

Вариант 8

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_x^{3-2x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_G xy \, dx \, dy, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 1, x < 0, y > 0\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_C (x^2 - y^2) \, dx + (x^2 + y^2) \, dy,$$

где C – пробегаемый против хода часовой стрелки контур, образованный полуокружностью $y = \sqrt{1 - x^2}$ и осью Ox .

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S z \, ds,$$

где S – часть поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, ограниченная плоскостью $z = 1$.

Вариант 9

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G y dx dy dz, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 3\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$\int_C xy ds,$$

где C – дуга гиперболы $x = 3 \operatorname{ch} t$, $y = 3 \operatorname{sh} t$ ($0 \leq t \leq 2$).

4. С помощью поверхностного интеграла первого рода вычислить площадь части поверхности $z = 9 - x^2 - y^2$, расположенной внутри конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вариант 10

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^{\pi/2} dx \int_0^{\sin x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (3x - 2y) dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_C y^2 dx - x^2 dy,$$

где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S x dy dz + 3y dz dx + 2z dx dy,$$

где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Вариант 11

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_x^{2-\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G x^2 dx dy dz, \quad G = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z > 0\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$\int_C x^2 ds,$$

где C – часть окружности $x^2 + y^2 = 1$, лежащая в первой четверти.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S \frac{ds}{(2 + x + y)^2},$$

где S – поверхность пирамиды, ограниченной плоскостями $x + y + z = 4$, $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$.

Вариант 12

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^{\pi/2} dx \int_{\sin x}^x f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (4x + 5y) dx dy, \quad S = \{1 \leq x \leq 4, x \leq y \leq 3x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{(-1,1)}^{(2,3)} (2xy - y^3) dx + (x^2 - 3xy^2 + 6y) dy,$$

проверив предварительно, что он не зависит от пути интегрирования.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S xy dy dz + 2yz dz dx + 3xz dx dy,$$

где S – внешняя сторона поверхности пирамиды, ограниченной плоскостями $x+y+z = 6$, $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$.

Вариант 13

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{2-|x|} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_G y dx dy, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 1, x > 0, y > 0\}.$$

3. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x + z)\vec{i} + (x - y + z)\vec{j} + (x + 2y)\vec{k}$$

по контуру треугольника с вершинами $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S (x^2 + 4y^2) ds,$$

где S – часть поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + 4y^2}$, ограниченная плоскостью $z = 1$.

Вариант 14

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x^2+1}^{3-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (3x + 2y) dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 3\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_L (4xy^2 + x^3) dx + (4x^2y + 3y^2) dy,$$

где $L = AB \cup BC$, $A(0, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, 3)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{x^2 + y^2 + z^2},$$

где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

Вариант 15

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{|x|} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (x - 2y) dx dy, \quad S = \{y \leq x \leq y + 1, 1 \leq y \leq 2\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_C (x^2 - y^2) dx + (x^2 + y^2) dy,$$

где C – пробегаемый против хода часовой стрелки контур, образованный полуокружностью $y = -\sqrt{1 - x^2}$ и осью Ox .

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S x dy dz + y dz dx + z dx dy,$$

где S – внешняя сторона пирамиды с вершинами

$$O(0, 0, 0), \quad A(-1, 0, 0), \quad B(0, -1, 0), \quad C(0, 0, -1).$$

Вариант 16

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_x^{4-3x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G y \, dx \, dy \, dz, \quad G = \{4x^2 + 9y^2 + z^2 \leq 4, x > 0, y > 0\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_{\Gamma} z \, ds$, где Γ – дуга конической винтовой линии

$$x = t \cos 2t, \quad y = t \sin 2t, \quad z = t, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S z \, ds,$$

где S – часть поверхности конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, ограниченная плоскостью $z = 1$.

Вариант 17

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x^2+1}^{3-x^2} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (2x - 3y) dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq x\}.$$

3. Найти циркуляцию векторного поля

$$\vec{F} = (x + 2z)\vec{i} + (x + y - z)\vec{j} + (3x + y)\vec{k}$$

по контуру треугольника с вершинами $A(1, 0, 0)$, $B(0, 2, 0)$, $C(0, 0, 3)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S (4x^2 + y^2) ds,$$

где S – часть поверхности конуса $z = \sqrt{4x^2 + y^2}$, ограниченная плоскостью $z = 1$.

Вариант 18

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{\sqrt{x}}^{4-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_G x dx dy, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 9, x < 0, y > 0\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_L (xy^2 + x^2) dx + (x^2y + y^3) dy,$$

где $L = AB \cup BC$, $A(0, 1)$, $B(0, 3)$, $C(1, 3)$.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S \frac{x dy dz + y dz dx + z dx dy}{x^2 + y^2 + z^2},$$

где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

Вариант 19

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{2x}^{4-x^2} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S x^4 y dx dy, \quad S = \{0 \leq y \leq 1, -\sqrt{y} \leq x \leq \sqrt{y}\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_C (x^2 - y^2) dx + 2xy dy,$$

где C – пробегаемый против хода часовой стрелки контур, образованный полуокружностью $y = \sqrt{1 - x^2}$ и осью Ox .

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S 2x dy dz + y dz dx - z dx dy,$$

где S – внешняя сторона пирамиды с вершинами

$$O(0, 0, 0), \quad A(1, 0, 0), \quad B(0, 1, 0), \quad C(0, 0, 1).$$

Вариант 20

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x^3}^{3-2x^2} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_G xy \, dx \, dy, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 4, x > 0, y < 0\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_{\Gamma} z \, ds$, где Γ – дуга конической винтовой линии

$$x = t \cos 3t, \quad y = t \sin 3t, \quad z = t, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S z \, ds,$$

где S – часть поверхности конуса $z = \sqrt{4x^2 + y^2}$, ограниченная плоскостью $z = 1$.

Вариант 21

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x^3} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G y dx dy dz, \quad G = \{x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 1\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\oint_C 2y dx - 3x dy,$$

где C – треугольник с вершинами $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(0, 1)$, пробегаемый против хода часовой стрелки.

4. С помощью поверхностного интеграла первого рода вычислить площадь части поверхности $z = 1 - x^2 - y^2$, расположенной внутри конуса $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Вариант 22

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^{\pi/2} dx \int_{\cos x}^1 f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (5x - 4y) dx dy, \quad S = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$\int_C xy ds,$$

где C – дуга гиперболы $x = 5 \operatorname{ch} t$, $y = 5 \operatorname{sh} t$ ($0 \leq t \leq 1$).

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S 2x dy dz + y dz dx + 2z dx dy,$$

где S – внешняя сторона сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Вариант 23

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-1}^1 dx \int_{|x|}^{2-\sqrt{|x|}} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить тройной интеграл

$$\iiint_G z^2 dx dy dz, \quad G = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, z > 0\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл первого рода

$$\int_C x^2 ds,$$

где C – часть окружности $x^2 + y^2 = 1$, лежащая в третьей четверти.

4. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S \frac{ds}{(1+x+y)^2},$$

где S – поверхность пирамиды, ограниченной плоскостями $x + y + z = 1$, $x = 1$, $y = 1$ и $z = 1$.

Вариант 24

1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_0^{\pi/4} dx \int_{\sin 2x}^{\cos 2x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_S (5x - 4y) dx dy, \quad S = \{3 \leq x \leq 4, x \leq y \leq 2x\}.$$

3. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_{(-2,1)}^{(1,3)} (2xy - y^3) dx + (x^2 - 3xy^2 + 6y) dy,$$

проверив предварительно, что он не зависит от пути интегрирования.

4. Вычислить поверхностный интеграл второго рода

$$\iint_S 3xy dy dz + 2yz dz dx + xz dx dy,$$

где S – внешняя сторона поверхности пирамиды, ограниченной плоскостями $x+y+z = 6$, $x = 0$, $y = 0$ и $z = 0$.