

Пример выполнения задания 2.

На валу (рис.1) закреплено 4 шкива (колеса), один из которых (второй) ведущий (например, соединен с электромотором), а три остальных - ведомые (например, приводят в действие станки).

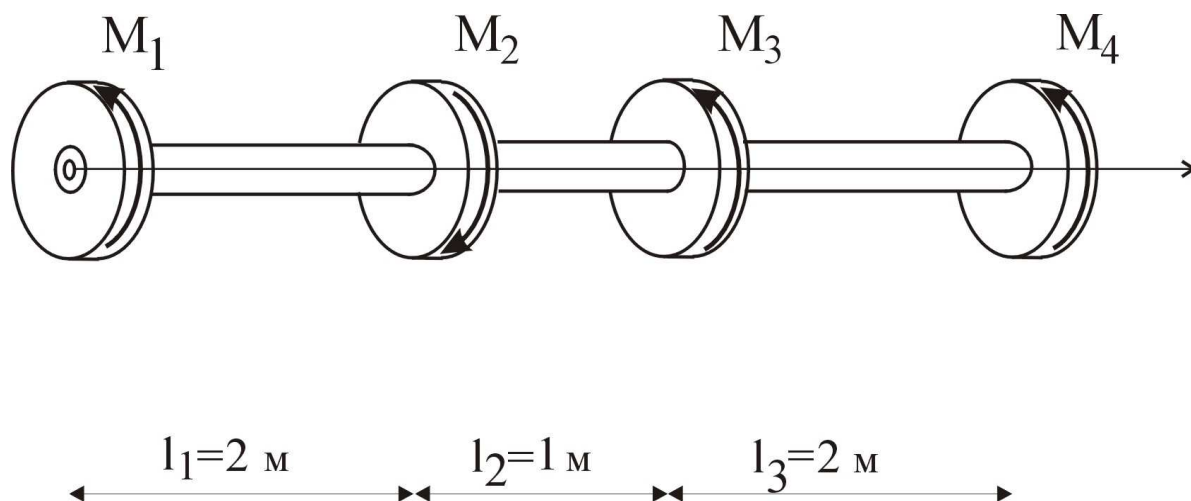


Рис.1.

Тогда направление внешнего момента на ведущем шкиве M_2 противоположно направлению тормозящих моментов на ведомых шкивах M_1, M_3, M_4 , значения которых заданы: $M_1 = 20 \text{ кНм}$, $M_3 = 30 \text{ кНм}$, $M_4 = 40 \text{ кНм}$. Однако, после преодоления начальной силы трения покоя все шкивы начинают вращаться в одну сторону с постоянной угловой скоростью. При этом все внешние моменты, действующие на вал, находятся в равновесии:

$$\sum M = M_1 - M_2 + M_3 + M_4 = 0 \Rightarrow M_2 = M_1 + M_3 + M_4 = 20 + 30 + 40 \text{ (кНм)}.$$

Эпюру крутящего момента M_x

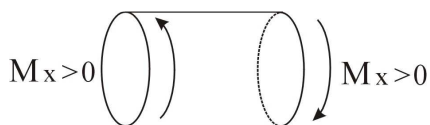


Рис.2

построим **методом сечений**, используя правило знаков (см.рис. 2). На каждом из трех участков вала выберем произвольное сечение и рассмотрим внешние моменты с одной стороны от сечения:

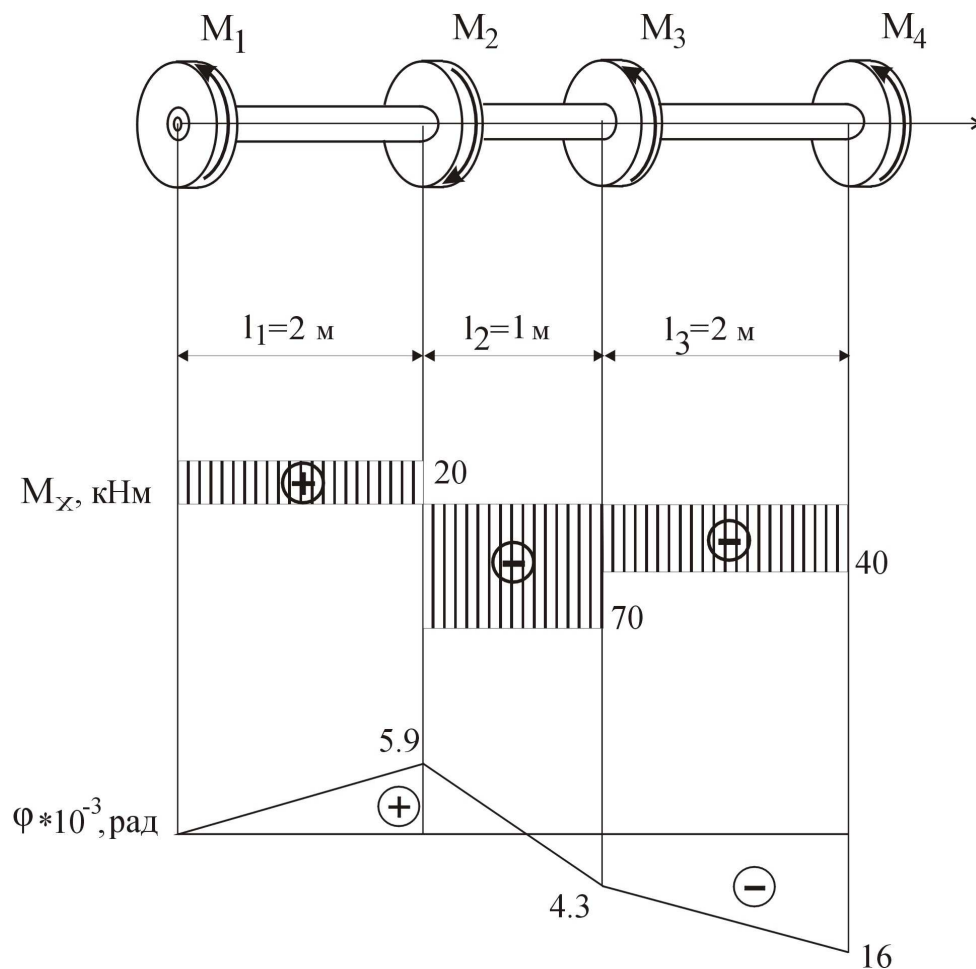


Рис.3

$$M_{x1 \text{ слева}} = M_1 = 20 \text{ (кНм)}, M_{x2 \text{ слева}} = M_1 - M_2 = -70 \text{ (кНм)},$$

$$M_{x3 \text{ справа}} = -M_4 = -40 \text{ (кНм)}.$$

Отметим, что скачки на эпюре (см.рис.3) равны значениям внешних моментов в сечениях.

Выбираем опасный участок – тот, где крутящий момент принимает наибольшее значение: $|M_x|_{\max} = |M_{x2}| = 70 \text{ кНм}$. Подберем

теперь кольцевое сечение вала из условий прочности и жесткости,

$$\text{считая } \vartheta = \frac{d_n}{d_{вн}} = 0.8, [\tau] = 80 \text{ МПа}, [\theta] = 1 \text{ }^\circ/\text{м} = 17.5 \cdot 10^{-3} \text{ рад}/\text{м},$$

$$G = 8 \cdot 10^{10} \text{ МПа}. \text{ Для кольцевого сечения}$$

$$I_p = \frac{\pi d_n^4}{32} - \frac{\pi d_{вн}^4}{32} \approx 0.1 \cdot d_n^4 \cdot (1 - \vartheta^4), W_p = \frac{I_p}{0.5 d_n} \approx 0.2 \cdot d_n^3 \cdot (1 - \vartheta^4).$$

Условие прочности приводит к неравенству:

$$d_H \geq \sqrt[3]{\frac{|M_x|_{\max}}{0.2 \cdot (1 - \nu^4) [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{70 \cdot 10^3}{0.2 \cdot (1 - 0.8^4) \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0.195 \text{ (м)},$$

а условие жесткости – к неравенству

$$d_H \geq \sqrt[4]{\frac{|M_x|_{\max}}{0.1 \cdot G \cdot (1 - \nu^4) [\theta]}} = \sqrt[4]{\frac{70 \cdot 10^3}{0.1 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot (1 - 0.8^4) \cdot 17.5 \cdot 10^{-3}}} = 0.171 \text{ (м)}.$$

Выбираем значение d_H , удовлетворяющее обоим неравенствам:

$$d_H = 0.195 \text{ м}, d_{\text{вн}} = 0.8 \cdot 0.195 = 0.156 \text{ м}.$$

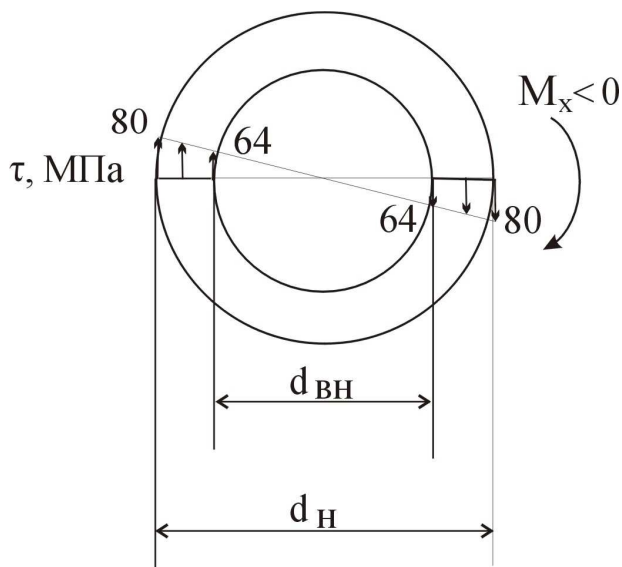


Рис.4

Вычислим напряжения на наружной и внутренней поверхности стержня в поперечном сечении на опасном участке вала:

$$|\tau_H| = |\tau_{\max}| = \frac{70 \cdot 10^3}{0.2 \cdot 0.195^3 \cdot (1 - 0.8^4)} \approx 80 \text{ МПа},$$

$$|\tau_{\text{вн}}| = \frac{|M_x|}{I_p} \cdot \frac{d_{\text{вн}}}{2} = \nu |\tau_H| = 0.8 \cdot 80 = 64 \text{ (МПа)}$$

Построим теперь эпюру распределения касательных напряжений (см.рис.4).

Найдем углы закручивания участков вала:

$$\Delta \varphi_1 = \frac{20 \cdot 2}{6.83 \cdot 10^3} = 5.9 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)}, \Delta \varphi_2 = \frac{-70 \cdot 1}{6.83 \cdot 10^3} = -10.2 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)},$$

$$\Delta \varphi_3 = \frac{-40 \cdot 2}{6.83 \cdot 10^3} = -11.7 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)};$$

и построим график углов поворота сечений относительно первого сечения, условно считая $\varphi_1 = 0$:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta \varphi_2 = 5.9 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)}, \varphi_3 = \varphi_2 + \Delta \varphi_3 = -4.3 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)},$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + \Delta \varphi_4 = -16 \cdot 10^{-3} \text{ (рад)} \text{ (см.рис.3)}.$$

Отметим, что условие жесткости на опасном участке выполняется с большим запасом, потому что сечение подбиралось из условия

прочности: $|\theta| = \frac{70}{6.83 \cdot 10^3} = 10.2 \cdot 10^{-3} (рад/м) < |\theta| = 17.5 \cdot 10^{-3} (рад/м) .$