

## 2. ГРАФОАНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД АНАЛИЗА И РАСЧЕТА ЦЕПЕЙ СО СМЕШАННЫМ СОЕДИНЕНИЕМ УЧАСТКОВ

### 2.1. Общие замечания

Данный метод может быть рекомендован для студентов неэлектрических специальностей, в том числе строительного профиля, имеющих относительно слабую математическую подготовку по разделу «функции комплексной переменной».

Графоаналитический метод расчета цепей переменного тока отличаются наглядность и простота производимых вычислений. По сути, он является методом пропорционального пересчета с использованием векторных диаграмм, в котором произвольно задаются величиной и фазой тока или напряжения на отдельном участке цепи, а после предварительных вычислений строят в масштабе векторную диаграмму и графическим путем определяют одну из искомых величин. Найденную величину используют для аналитического определения других искомых величин, используемых, в свою очередь, для графических построений и определения расчетного значения величины питающего напряжения. Сравнивая расчетное и заданное значение питающего напряжения, определяют коэффициент пересчета и определяют истинные значения искомых величин.

Для использования графоаналитического метода необходимо знать:

- основные понятия и определения, используемые при анализе цепей синусоидального тока, законы Ома и Кирхгофа;
- идеальные элементы и их параметры (размерности), схемы замещения цепи переменного тока;
- изображение синусоидальных функций времени векторами в декартовой системе координат.

Соотношения между токами и напряжениями в простейших цепях переменного тока с резистивным  $R$ , индуктивным  $L$  и емкостным  $C$  элементами.

Понятие полного сопротивления участка цепи переменного тока, содержащего  $R$ ,  $L$  и  $C$  элементы.

Необходимо уметь:

1. Использовать основные понятия и законы электротехники для анализа простейших цепей переменного тока.
2. Графическим путем складывать и вычитать векторные величины.
3. Определять индуктивное и емкостное сопротивления по заданным значениям  $L$ ,  $C$  и частоты питающего напряжения.
4. Определять полное сопротивление участка цепи переменного тока и угол сдвига фаз между током и напряжением по заданным величинам активного и реактивных сопротивлений.

## 2.2. Основные понятия переменного тока

### 2.2.1. Определение переменного тока

Возможность получать переменный ток различного напряжения – высокого для передачи энергии, низкого для питания приемников энергии, простота устройства генераторов и двигателей переменного тока обеспечили переменному току повсеместное применение.

*Переменным током* называют периодический ток, значения которого повторяются через одинаковые промежутки времени, называемые *периодом*  $T$ . В течение одного полупериода ток имеет одно направление, а в течение следующего – обратное. Совокупность всех изменений переменной величины, происходящих в течение периода, называется циклом. Число циклов изменений в секунду называется *частотой*  $f$ .

Частота – величина обратная периоду,

$$f = 1/T. \quad (2.1)$$

Единица частоты называется герц (Гц),  $1 \text{ Гц} = 1/\text{с}$ .

В электротехнике наибольшее распространение получил синусоидальный переменный ток, т.е. ток, величина которого изменяется по закону синуса, обладающий рядом достоинств по сравнению с другими периодическими токами: повышается КПД электрических машин и аппаратов, улучшаются их характеристики, упрощаются все расчеты.

В России (и в Европе) для промышленных электроустановок принята стандартная частота 50 Гц. Распространены также производные единицы частоты:

- килogerц (кГц)  $1 \text{ кГц} = 10^3 \text{ Гц}$ ;
- мегагерц (МГц)  $1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц}$ ;
- гигагерц (ГГц)  $1 \text{ ГГц} = 10^9 \text{ Гц}$ .

График переменного синусоидального тока приведен на рис.2.1.

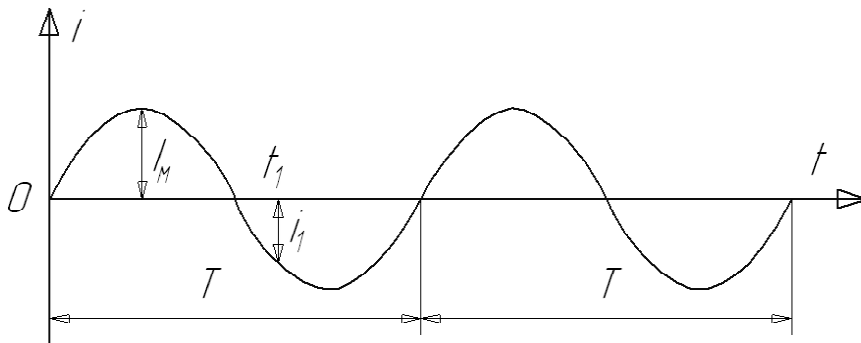


Рис.2.1. График переменного синусоидального тока

Переменные значения тока, напряжения и электродвижущей силы (ЭДС) в произвольные моменты времени  $t$  называются мгновенными значениями, которые обозначаются строчными латинскими буквами  $i$ ,  $u$  и  $e$ .

Наибольшее из мгновенных значений за время периода называется максимальным или амплитудным значением, которое обозначается прописной буквой с индексом « м », например  $I_M$ ;  $U_M$ ;  $E_M$  (рис.1.2).

### 2.2.2. Параметры переменного тока

Для количественной оценки синусоидального переменного тока служат следующие параметры:

1. *Мгновенные значения* тока  $i$ , напряжения  $u$  и Э.Д.С.  $e$ . Их значения в любой момент времени  $t$  имеют значения:  $i = I_M \sin \omega t$ ;  $u = U_M \sin \omega t$ ;  $e = E_M \sin \omega t$ . Мгновенные значения электрических величин обозначаются строчными буквами латинского алфавита ( $i$ ,  $u$ ,  $e$ ).

2. *Амплитудные значения* тока  $I_M$ ; напряжения  $U_M$ ; Э.Д.С.  $E_M$  – максимальные значения мгновенных величин  $i$ ,  $u$ , и  $e$ . Обозначаются прописными буквами латинского алфавита с нижним индексом «А» или «М».

3. *Период*  $T$  – промежуток времени, в течении которого ток совершает полное колебание и принимает прежнее по величине и знаку мгновенное значение. Период выражают в секундах (с), миллисекундах (мс) и микросекундах (мкс).

4. *Циклическая частота*  $f$  – величина обратная периоду  $T$   
$$f = 1/T,$$
она характеризует число полных колебаний тока за 1 с. Единицей частоты является герц (Гц)/

Промышленной частотой напряжения в России (и Европе) является частота 50 Гц.

5. *Угловая скорость*  $\omega$  характеризует угловую скорость вращения катушки генератора в магнитном поле. Катушка ге-

нератора проходит угловой путь в  $2\pi$  за время равному периоду  $T$ , тогда угловая скорость  $\omega = 2\pi/T$ . С учетом (1.2) получим:

$$\omega = 2\pi \cdot f. \quad (2.2)$$

6. Действующее значение тока  $I$ , напряжения  $U$  и Э.Д.С.  $E$ . Поскольку мгновенных значений синусоидальных электрических величин существует великое множество, а амплитудные значения очень кратковременны, и их трудно измерить, то для измерения величин переменного тока, напряжения и Э.Д.С. вводят понятие действующего значения. При этом переменный ток сравнивают с постоянным током по тепловому воздействию.

Резистор  $R$  на схеме рис. 2.2,*а* подключен в цепь переменного тока, а тот же самый резистор на рис.2.2,*б* подключен в цепь постоянного тока. Если количество теплоты, выделяемое в схемах рис.2.2,*а* и *б* на резисторе  $R$  одинаково, то можно считать, что и токи в схемах одинаковы.

Таким образом, действующее значение переменного тока равно такому постоянному току, который за время равное одному периоду, выделяет на данном резисторе одинаковое количество теплоты с переменным током.

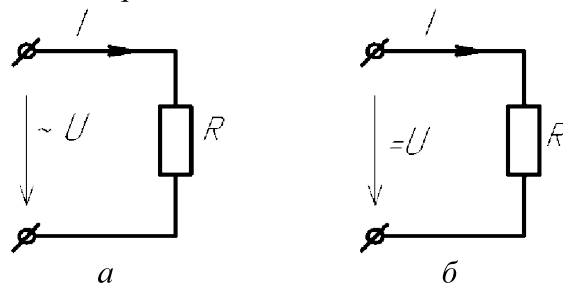


Рис. 2.2. К определению понятия действующего значения переменного тока:

*а* – цепь переменного тока; *б* – цепь постоянного тока

Действующие значения электрических величин обозначаются прописными буквами латинского алфавита без индексов ( $I$ ,  $U$ ,  $E$ ). Эти значения используются при измерении электрических величин и при расчетах.

Соотношение между действующим  $I$  и амплитудным  $I_M$  значениями тока описывается выражением:

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \approx 0,707 \cdot I_M. \quad (2.3)$$

### 2.2.3. Фаза переменного тока, сдвиг фаз

Пусть на якоре генератора расположены две одинаковых обмотки 1 и 2, сдвинутых в пространстве на угол  $\varphi$ , как показано на рис.2.3.

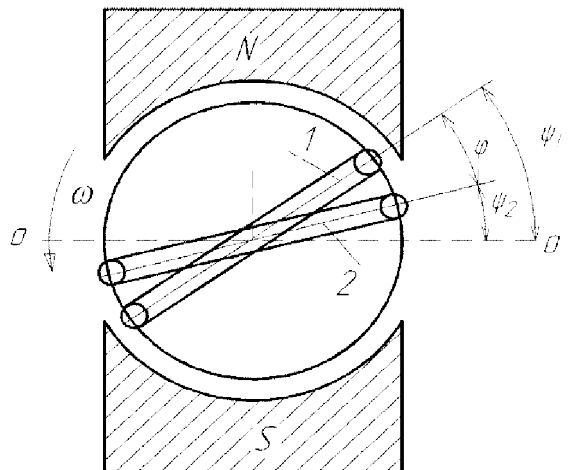


Рис. 2.3. Якорь генератора переменного тока с двумя обмотками

При вращении якоря в магнитном поле статора в обмотках 1 и 2 наводятся Э.Д.С. электромагнитной индукции одинаковой частоты  $\omega$  и амплитуды  $E_M$ , так как равные витки обмоток вращаются с одинаковой частотой и в одном и том же магнитном поле.

Электрические углы  $\psi_1$  и  $\psi_2$  характеризуют значения Э.Д.С. в начальный момент времени и называются *начальными фазами*.

Так как начальные фазы Э.Д.С. различны, максимальные значения Э.Д.С. в витках наступают не одновременно, а с фиксированным сдвигом во времени. Временной сдвиг определяется как разность начальных фаз и называется *сдвигом фаз  $\varphi$*  (рис.2.4):

$$\varphi = \psi_1 - \psi_2.$$

В данном случае Э.Д.С.  $e_1$  является опережающей, а другая ( $e_2$ ) – отстающей по фазе.

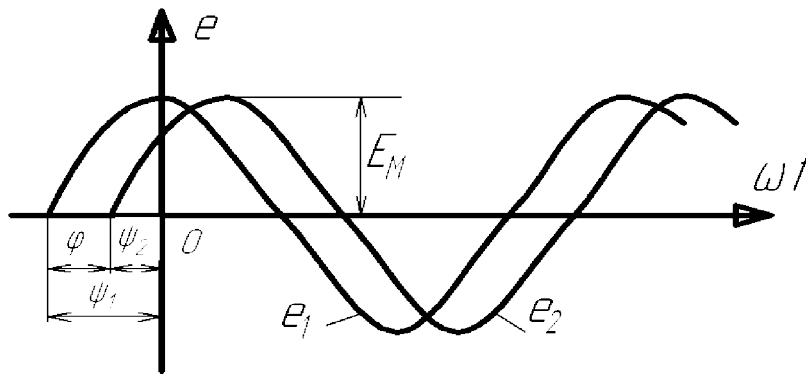


Рис. 2.4. Объяснение понятия фазы и сдвиг фазы

На рис. 2.5 приведены два варианта углов сдвига фаз между током  $I$  и напряжением  $U$ . На рис. 2.5,а ток и напряжение совпадают по фазе ( $\varphi = 0^\circ$ ). На рис. 2.5,б ток и напряжение находятся в противофазе ( $\varphi = 180^\circ$ ).

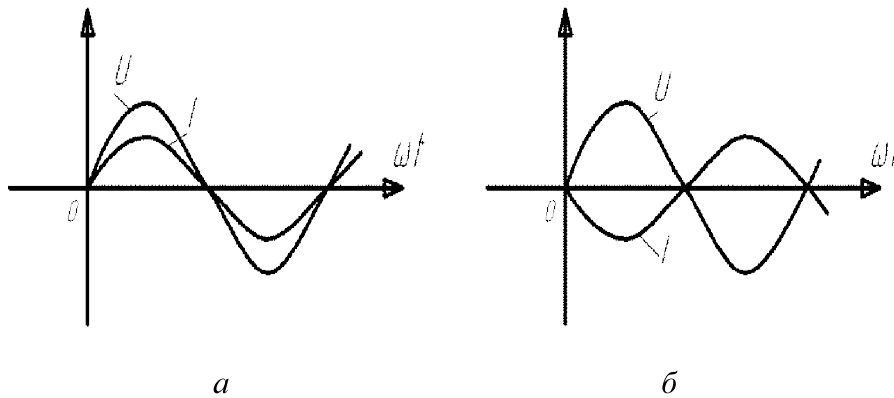


Рис. 2.5. Варианты сдвига фаз  
*a* – совпадение по фазе; *б* – в противофазе

#### 2.2.4. Изображение синусоидальных величин с помощью векторов

При расчете цепей переменного тока часто приходится производить операции сложения и вычитания токов и напряжений. Когда токи и напряжения заданы аналитически или временными диаграммами, эти операции оказываются весьма громоздкими. Метод построения векторных диаграмм позволяет значительно упростить действия над синусоидальными величинами. Покажем, что синусоидальная величина может быть представлена вращающимся вектором.

Пусть вектор  $\overline{I_M}$  вращается с постоянной угловой частотой  $\omega$  против часовой стрелки. Начальное положение вектора  $\overline{I_M}$  задано углом  $\psi$  (рис. 2.6). Проекция вектора  $\overline{I_M}$  на ось  $y$  определяется выражением  $I_M \cdot \sin(\omega t + \psi)$ , которое соответствует мгновенному значению переменного тока. Таким образом, временная диаграмма переменного тока является разверткой по времени вертикальной проекции вектора  $\overline{I_M}$ , вращающегося против часовой стрелки со скоростью  $\omega$ .



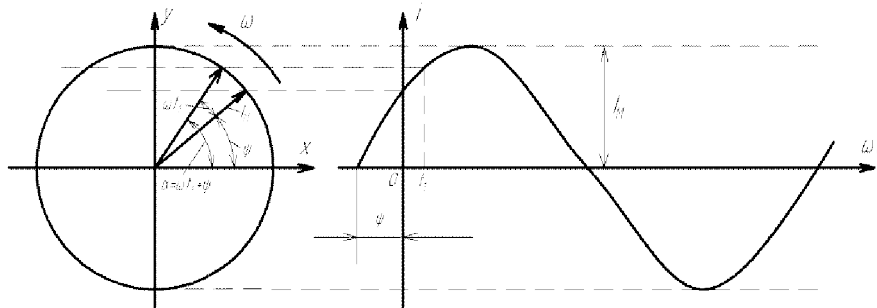


Рис. 2.6. Изображение синусоидального тока вращающимся вектором

Изображение синусоидальных величин с помощью векторов дает возможность наглядно показать начальные фазы этих величин и сдвиг фаз между ними.

На векторных диаграммах длины векторов соответствуют действующим значениям токов и напряжений.

Совокупность нескольких векторов, соответствующих нулевому моменту времени, называют *векторной диаграммой*. Так как угловые скорости всех векторов на векторной диаграмме одинаковы, то взаимное расположение их не меняется. Поэтому при построении один из векторов на векторной диаграмме можно расположить произвольно, а остальные векторы располагать по отношению к нему под углами, равными углам сдвига фаз.

Сложение синусоидальных величин можно заменить сложением векторов, их изображающих. Вычитание одной синусоидальной величины из другой также сводится к операции сложения с обратным по знаку вектором, т.е.

$$I_1 - I_2 = I_1 + (-I_2).$$

### 2.3. Цепь с активным сопротивлением $R$

При синусоидальном напряжении

$$u = U_M \sin \omega t$$

на зажимах цепи с сопротивлением  $R$  (рис. 2.7) по закону Ома ток в ней равен:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_M}{R} \sin \omega t = I_M \sin \omega t.$$

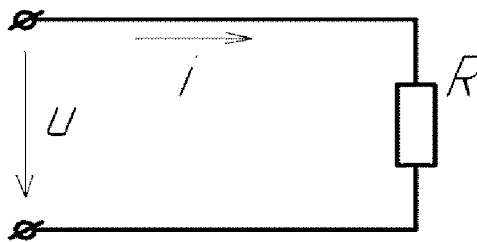


Рис. 2.7. Цепь переменного тока с активным сопротивлением

Следовательно, ток в сопротивлении  $R$  изменяется синусоидально, совпадая по фазе с напряжением (рис. 2.8, а, б).

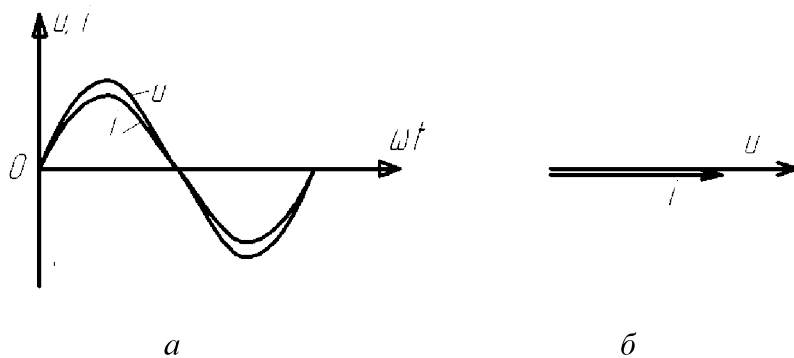


Рис. 2.8. Временная диаграмма (а) и векторная диаграмма (б) для цепи с активным сопротивлением

Электрическая энергия в резисторе преобразуется в тепло независимо от направления тока. Средняя за период мощность:

$$P = \dot{I}^2 R = I \cdot IR = IU.$$

Она называется *активной мощностью*, а сопротивление  $R$  – *активным сопротивлением*.

Единицей измерения активной мощности является ватт (Вт). Производные единицы:

- киловатт (кВт) - 1 кВт =  $10^3$  Вт;

- мегаватт (МВт) - 1 МВт =  $10^6$  Вт.

#### 2.4. Цепь с индуктивностью $L$

При токе  $i = I_M \sin \omega t$  в цепи с индуктивностью (рис. 2.9) вокруг катушки возникает переменное магнитное поле и в катушке наводится Э.Д.С. самоиндукции. Если цепь с индуктивностью обладает ничтожно малым сопротивлением ( $R = 0$ ) то приложенное к цепи напряжение источника вызывает в ней такой ток, магнитное поле которого при своем изменении индуцирует Э.Д.С. самоиндукции, равную и противоположную по направлению приложенному напряжению, т.е. уравнивает это напряжение: следовательно,  $u = -e_L$ . Так как  $e_L = L \frac{di}{dt}$ , то

$$u = L \frac{di}{dt} = L \frac{d(I_M \sin \omega t)}{dt} = I_M \omega L \cos \omega t,$$

или

$$u = U_M \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (2.4)$$

где

$$U_M = I_M \omega L. \quad (2.5)$$

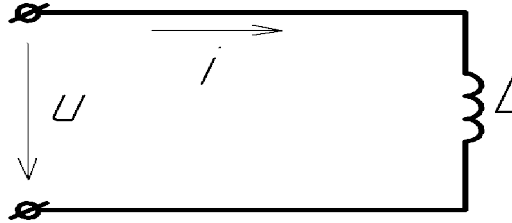


Рис. 2.9. Цепь переменного тока с индуктивностью

Из уравнения (2.4) следует, что **ток в цепи с индуктивностью отстает по фазе от напряжения на угол  $\pi/2$**  (рис. 2.10).

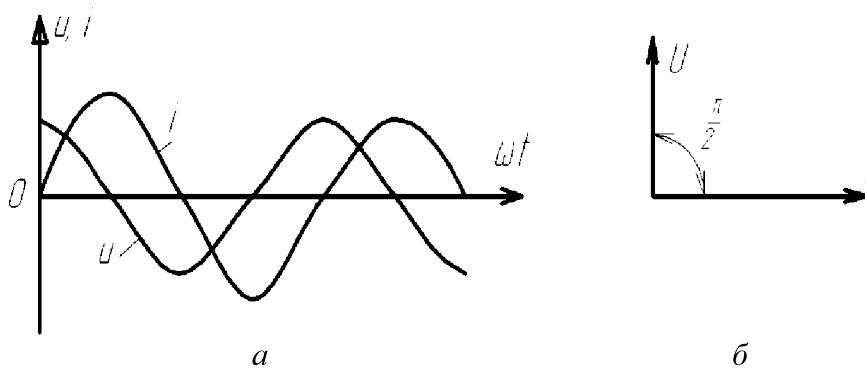


Рис. 2.10. Временная диаграмма (а) и векторная диаграмма (б) для цепи с индуктивностью

Физически это объясняется тем, что индуктивная катушка реализует инерцию электромагнитных процессов. Индуктивность катушки  $L$  является количественной мерой этой инерции.

Из выражения (2.5) запишем закон Ома для амплитудных значений:

$$I_M = \frac{U_M}{\omega L} = \frac{U_M}{X_L}$$

Разделив на  $\sqrt{2}$  написанное выражение, получим закон Ома для действующих значений:

$$I_M = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{X_L}$$

Отношение напряжения к току цепи

$$U/I = X_L = \omega L = 2\pi fL$$

называется *реактивным сопротивлением индуктивности*  $X_L$  или, короче, *индуктивным сопротивлением*. Индуктивное сопротивление пропорционально индуктивности и частоте тока. При постоянном токе оно равно нулю.

## 2.5. Цепь с емкостью $C$

Проанализируем процессы в цепи, представленной на рис. 2.11.

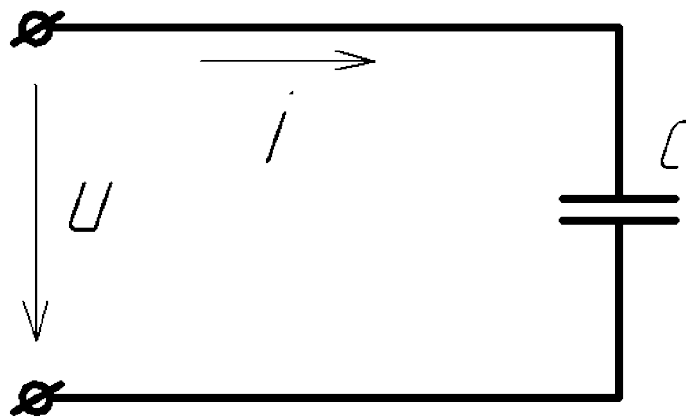


Рис. 2.11. Цепь переменного тока с емкостью

Зададимся напряжением на зажимах источника  $u = U_M \sin \omega t$ , тогда ток в цепи также будет меняться по синусоидальному зако-

ну. Ток определяют по формуле  $i = dQ/dt$ . Количество электричества  $Q$  на обкладках конденсатора связано с напряжением на конденсаторе и его емкостью:

$$Q = Cu.$$

Следовательно:

$$\begin{aligned} i = \frac{dQ}{dt} &= C \frac{du}{dt} = C \frac{d(U_M \sin \omega t)}{dt} = U_M \omega C \cos \omega t = \\ &= U_M \omega C \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) \end{aligned}$$

Таким образом, ток в цепи с емкостью опережает по фазе напряжение на угол  $\pi/2$  (рис. 2.12).

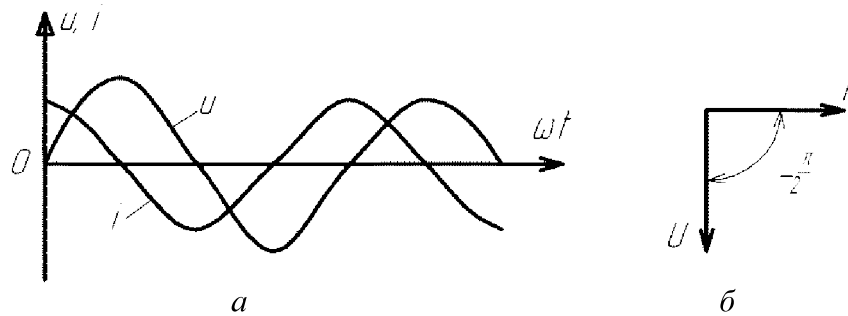


Рис. 2.12. Временная диаграмма (а) и векторная диаграмма (б) для цепи с емкостью

Выведем закон Ома для цепи с емкостью. Из выражения (2.5) следует, что  $I_M = U_M \omega C$ , или

$$I_M = \frac{U_M}{1/(\omega C)}.$$

Введем обозначение:

$$1/(\omega C) = 1/(2\pi f C) = X_C, \quad (2.6)$$

где  $X_C$  – емкостное реактивное сопротивление цепи.

Тогда выражение закона Ома для действующих значений можно представить в следующем виде:

$$I = \frac{U}{X_C}.$$

Из формулы (2.6) следует, что емкостное сопротивление  $X_C$  уменьшается с ростом частоты  $f$ . Это объясняется тем, что при большой частоте через поперечное сечение диэлектрика протекает большее количество электричества, что эквивалентно уменьшению сопротивления.

### 2.6. Цепь с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью

Цепь с активным сопротивлением, индуктивностью и емкостью представляет собой случай последовательного соединения активных и реактивных сопротивлений и является последовательным *колебательным контуром* (рис. 2.13).

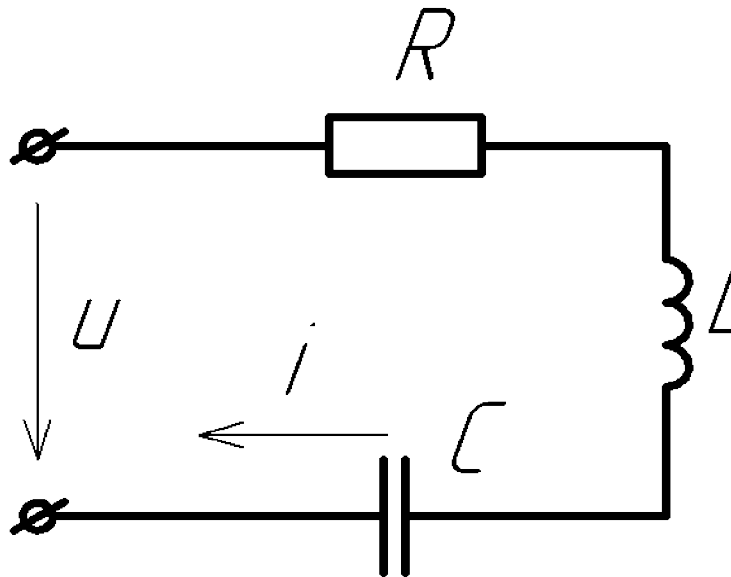


Рис. 2.13. Цепь переменного тока с  $R$ ,  $L$  и  $C$

Принимаем начальную фазу тока нулевой  $i = I_M \sin \omega t$ . Тогда напряжение на активном сопротивлении  $u_R = U_{RM} \sin \omega t$  совпадает по фазе с током, напряжение на индуктивности  $u_L = U_{LM} \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right)$  опережает ток по фазе на угол  $\pi/2$ , напряжение на емкости  $u_C = U_{CM} \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$  отстает от тока по фазе на угол  $\pi/2$ . Построим векторную диаграмму при условии  $X_L > X_C$ , т.е.  $U_L > U_C$ .

Вектор результирующего напряжения  $\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C$  и замыкает многоугольник векторов  $\bar{U}_R$ ,  $\bar{U}_L$  и  $\bar{U}_C$  (рис. 2.14).

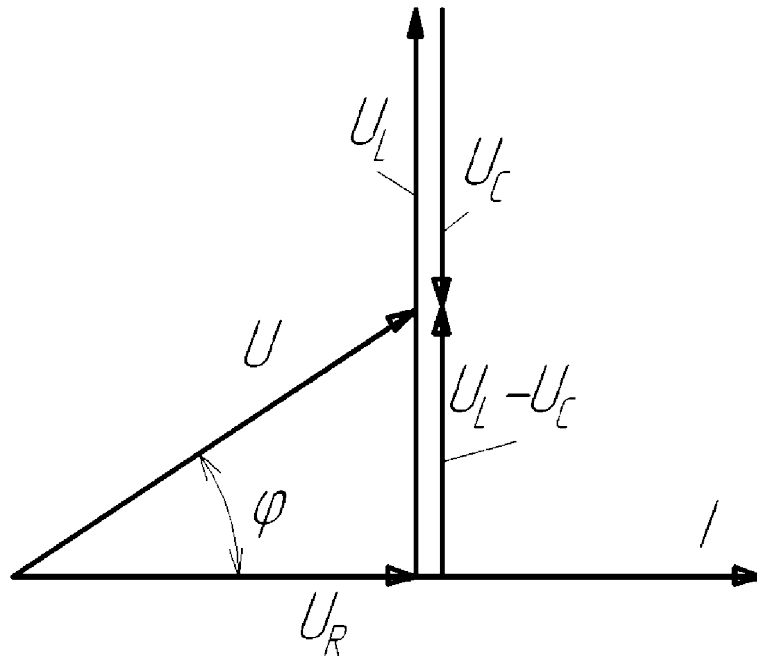


Рис. 2.14. Векторная диаграмма для цепи с  $R$ ,  $L$  и  $C$

Как видно из диаграммы, это напряжение может быть меньше напряжения на каждом из участков в отдельности. Это



объясняется процессом обмена энергией между индуктивностью и емкостью.

Выведем закон Ома для рассматриваемой цепи. Из диаграммы рис. 2.14 следует, что  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$ . Но поскольку напряжения  $U_R = IR$ ;  $U_L = IX_L$ ;  $U_C = IX_C$ ; следовательно:

$$U = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2},$$

откуда

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$

Введя обозначение

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad (2.7)$$

где  $Z$  – полное сопротивление цепи для самого общего случая, когда в цепь включены  $R$ ,  $L$  и  $C$ , найдем

$$I = \frac{U}{Z}$$

Разность между индуктивным и емкостным сопротивлениями  $X_L - X_C = X$  называют *реактивным сопротивлением цепи*. Учитывая это, получим треугольник сопротивлений для цепи с  $R$ ,  $L$  и  $C$  (рис. 2.15).

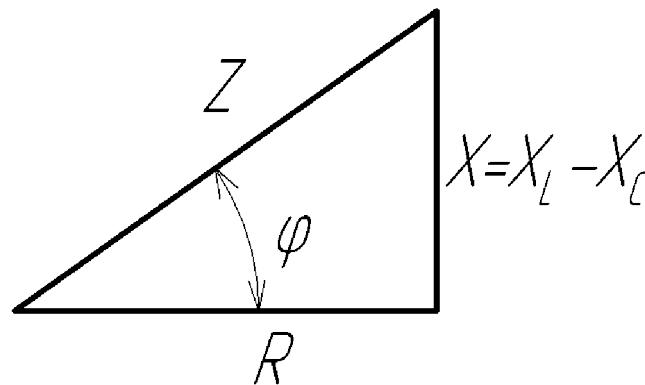


Рис. 2.15. Треугольник сопротивлений для цепи с  $R$ ,  $L$  и  $C$

При  $X_L > X_C$  реактивное сопротивление положительное и сопротивление цепи носит активно-индуктивный характер. При соотношении  $X_L < X_C$  реактивное сопротивление отрицательное и сопротивление цепи носит активно-емкостной характер.

Из треугольника сопротивлений угол сдвига фаз между током и напряжением определяется как:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\varphi &= \frac{X_L - X_C}{R}, \\ \varphi &= \operatorname{arctg} \frac{X_L - X_C}{R}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

## 2.7. Мощность в цепях переменного тока

Мощность в цепях переменного тока также является переменной величиной. Ее мгновенное значение равно:

$$p = ui,$$

так как  $i = I_M \sin\omega t$ , а  $u = U_M \sin(\omega t + \varphi)$ , то

$$p = U_M I_M \sin\omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

после всех тригонометрических преобразований получим:

$$P = UI \cos\varphi - UI \cos(2\omega t + \varphi). \quad (2.9)$$

Из уравнения (2.9) следует, что мгновенная мощность состоит из постоянной слагающей мощности  $UI \cos\varphi$  и переменной слагающей  $- UI \cos(2\omega t + \varphi)$ , изменяющейся синусоидально с двойной частотой.

**Активная мощность.** Средняя за период мощность, применяемая обычно при расчетах, или активная мощность  $P$ , для данной цепи характеризует расход энергии на активном сопротивлении, и равна постоянной мощности  $P = UI \cos\varphi$ . Она преобразуется в другие виды энергии: тепловую, механическую и т.д. Единицы измерения ватты, [Вт].

**Реактивная мощность.** Реактивная мощность  $Q$  характеризует интенсивность обмена энергией между источником и реактивными элементами цепи. Энергия источника отдается

на создание электрического поля конденсатора и магнитного поля катушки индуктивности. За один период переменного тока энергия дважды отдается источником и дважды он получает ее обратно от реактивных потребителей цепи:

$$Q = I^2(X_L - X_C) = UI \sin \varphi.$$

Единицы измерения реактивной мощности вольт-амперы реактивные, [ВАр].

**Полная мощность.** Понятие полной мощности применяют для оценки предельной мощности электрических машин:

Активная, реактивная и полная мощности графически изображаются сторонами прямоугольного *треугольника мощностей* (рис. 2.16). Треугольник мощностей можно получить, умножив на ток стороны треугольника напряжений (рис. 2.14).

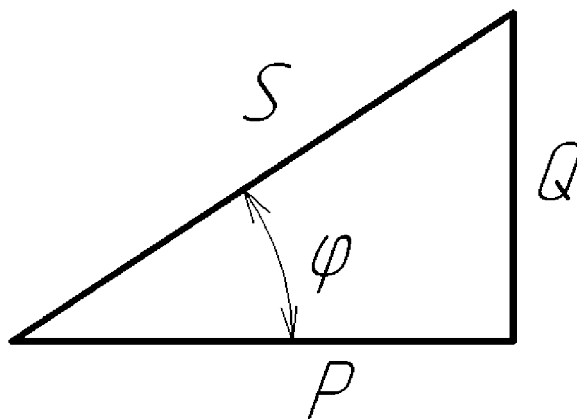


Рис. 2.16. Треугольник мощностей

Из треугольника мощностей по теореме Пифагора полная мощность равна:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

подставив значения  $P$  и  $Q$  получим:

$$S = \sqrt{(UI)^2(\cos \varphi)^2 + (UI)^2(UI)^2(\sin \varphi)^2},$$

$$S = UI\sqrt{(\cos\varphi)^2 + (\sin\varphi)^2}.$$

Так как  $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$ , то получим:

$$S = UI.$$

Единицей измерения полной мощности является вольт-ампер [ВА].

### 2.8. Пример расчета разветвленной электрической цепи при синусоидальном токе

Графоаналитический метод расчета разветвленной цепи переменного тока разберем на примере.

Для цепи (рис 2.17) дано:  $U = 220$  В;  $f = 50$  Гц;

$R = 32$  Ом;  $R_1 = 50$  Ом;  $R_2 = 20$  Ом;  $C = 150$  мкФ;

$C_1 = 200$  мкФ;  $C_2 = 100$  мкФ.  $L = 0,15$  Гн;  $L_2 = 0,04$  Гн.

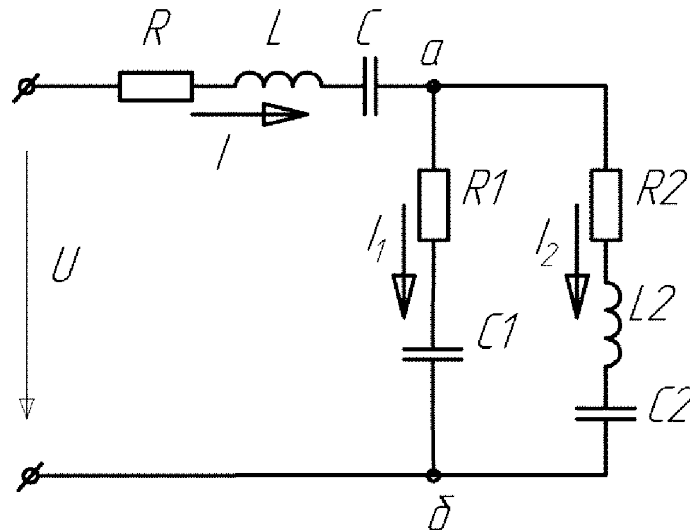


Рис. 2.17. Схема со смешанным соединением участков

Требуется определить токи в ветвях, угол сдвига фаз между приложенным к цепи напряжением и потребляемым током и мощности.

Решение

1. Определяем величины индуктивных и емкостных сопротивлений цепи:

$$X_L = \omega L = 2\pi fL = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,15 = 47,1 \text{ Ом},$$

$$X_{L2} = \omega L2 = 2\pi fL2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,04 = 12,56 \text{ Ом},$$

$$X_C = 1/\omega C = 1/2\pi fC = 1/2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 150 \cdot 10^{-6} = 21,25 \text{ Ом},$$

$$X_{C1} = 1/\omega C1 = 1/2\pi fC1 = 1/2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 15,96 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = 1/\omega C2 = 1/2\pi fC2 = 1/2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 31,85 \text{ Ом},$$

2. Произвольно задаемся величиной и направлением вектора действующего напряжения между узлами а и б схемы. Пусть  $U_{аб} = 100 \text{ В}$ .

3. Определяем модули векторов токов  $I'_1$  и  $I'_2$ :

$$I'_1 = \frac{U'_{аб}}{Z_1} = \frac{U'_{аб}}{\sqrt{R1^2 + X_{C1}^2}} = \frac{100}{\sqrt{50^2 + 15,95^2}} = 1,9 \text{ А},$$

$$I'_2 = \frac{U'_{аб}}{Z_2} = \frac{U'_{аб}}{\sqrt{R2^2 + (X_{L2} - X_{C2})^2}} = \frac{100}{\sqrt{20^2 + (12,56 - 31,85)^2}} = 3,6 \text{ А},$$

штрих у значений электрических величин означает, что это не истинное значение, а соответствующее  $U_{аб} = 100 \text{ В}$ .

4. Определяем направления векторов  $\bar{I}'_1$  и  $\bar{I}'_2$  относительно вектора  $\bar{U}'_{аб}$ , т.е. углы между вектором  $\bar{U}'_{аб}$  и векторами  $\bar{I}'_1$  и  $\bar{I}'_2$  соответственно

$$\varphi_1 = \text{arc tg} \frac{-X_{C1}}{R_1} = \text{arc tg} \frac{-15,95}{50} = -17,7^\circ,$$

где  $\varphi_1$  – угол между вектором  $\bar{I}'_1$  и  $\bar{U}'_{аб}$ , откладывается от вектора  $\bar{U}'_{аб}$  против часовой стрелки, т.к. ток в цепи с емкостью  $C_1$  и

активным сопротивлением  $R_1$  опережает напряжение по фазе на угол  $\varphi_1$ .

$$\varphi_2 = \arctg \frac{X_{L2} - X_{C2}}{R_2} = \arctg \frac{12,56 - 31,85}{20} = -44^\circ,$$

где  $\varphi_2$  – угол между вектором  $\vec{I}'_2$  и  $\vec{U}'_{a\delta}$ , откладывается от вектора  $\vec{U}'_{a\delta}$  против часовой стрелки, т.к. величина емкостного сопротивления в цепи с последовательным соединением  $R_2, L_2, C_2$  больше индуктивного сопротивления и ток  $\vec{I}'_2$  на данном участке опережает напряжение  $\vec{U}'_{a\delta}$  по фазе на угол  $\varphi_2$ .

5. Определяем ток  $I'$  в неразветвленной части схемы графическим путем. Для этого необходимо графически реализовать уравнение, составленное по первому закону Кирхгофа для узла «а»;

$$\vec{I}' = \vec{I}'_1 + \vec{I}'_2.$$

Для построения векторной диаграммы (рис. 2.18) следует воспользоваться листом миллиметровой бумаги, задаться масштабом векторов током  $M_I$  и напряжений  $M_U$ , отложить из выбранного начала координат вектор напряжения  $\vec{U}'_{a\delta}$ , а затем из начала координат под углом  $\varphi_1$ , относительно  $\vec{U}'_{a\delta}$  отложить вектор  $\vec{I}'_1$ , а из конца вектора  $\vec{I}'_1$  под углом  $\varphi_2$  к  $\vec{U}'_{a\delta}$  построить вектор  $\vec{I}'_2$ .

Отрезок прямой  $OB$ , соединяющий конец вектора  $\vec{I}'_2$  с началом координат, дает в масштабе модуль вектора  $\vec{I}'$ , направленный от начала координат.

Прежде чем начать графические построения следует рассчитать длины отрезков, изображающих на плоскости модули соответствующих. Пусть  $M_I = 0,05$  А/мм,  $M_U = 2$  В/мм.

Тогда:

$$l_{U'_{a\bar{b}}} = U'_{a\bar{b}} / M_U = 100/2 = 50 \text{ мм},$$

$$l_{I'_1} = I'_1 / M_I = 1,9/0,05 = 38 \text{ мм},$$

$$l_{I'_2} = I'_2 / M_I = 3,8/0,05 = 72 \text{ мм}.$$

Таким образом, в результате графических построений и измерения длины отрезка  $l_{I'}$  получим:  $l_{I'} = 108 \text{ мм}$ .

Модуль вектора  $\vec{I}'$  в неразветвленной части схемы равен

$$I' = l_{I'} \cdot M_I = 108 \cdot 0,05 = 5 \text{ А}.$$

6. Определяем падения напряжения на элементах неразветвленной части схемы:

$$U'_R = I' \cdot R = 5,4 \cdot 32 = 172,8 \text{ В},$$

$$U'_L = I' \cdot X_L = 5,4 \cdot 47,1 = 254,34 \text{ В},$$

$$U'_C = I' \cdot X_C = 5,4 \cdot 21,23 = 114,84 \text{ В}.$$

Направления векторов  $\vec{U}'_R$ ,  $\vec{U}'_L$ , и  $\vec{U}'_C$  легко определяются по заданному направлению вектора  $\vec{I}'$  исходя из того, что падение напряжения на активном сопротивлении совпадает по фазе с током, падение напряжения на идеальной индуктивности опережает ток по фазе на угол  $\pi/2$ , а на емкости – отстает от тока по фазе на угол  $\pi/2$ .

7. Запишем уравнение по второму закону Кирхгофа для контура (рис. 2.17), в который входят резистор  $R$ , индуктивность  $L$ , конденсатор  $C$  и ветвь с напряжением  $U_{a\bar{b}}$ , и графически реализуем его

$$\vec{U}' = \vec{U}'_R + \vec{U}'_L + \vec{U}'_C + \vec{U}'_{a\bar{b}}.$$

Построение векторной диаграммы (рис. 2.18) напряжений ведем следующим образом: из конца вектора  $\bar{U}'_{ab}$  откладываем вектор  $\bar{U}'_R$ , совпадавший по направлению с  $\bar{I}'$ ; из конца вектора  $\bar{U}'_R$  откладываем вектор  $\bar{U}'_L$  перпендикулярно направлению вектора  $\bar{I}'$  таким образом, чтобы  $\bar{U}'_L$  опережал ток по фазе; из конца вектора  $\bar{U}'_L$  в противоположном направлении откладываем вектор  $\bar{U}'_C$ . Отрезок прямой, соединяющий начало координат с концом вектора  $\bar{U}'_C$  дает в масштабе модуль вектора  $\bar{U}'$ , выходящего из начала координат.

Для построения векторной диаграммы предварительно определяются в масштабе модули векторов  $\bar{U}'_R$ ,  $\bar{U}'_L$ ,  $\bar{U}'_C$ .

$$l_{U'_R} = U'_R / M_U = 172,8 / 2 = 86,4 \text{ мм},$$

$$l_{U'_L} = U'_L / M_U = 254,34 / 2 = 127 \text{ мм},$$

$$l_{U'_C} = U'_C / M_U = 114,64 / 2 = 57,3 \text{ мм}.$$

В результат построения получили  $l_{U'} = 133 \text{ мм}$ ,  $\varphi = 18^\circ$ . Поскольку общий ток отстает от напряжения, то нагрузка носит активно-индуктивный характер

Расчетное значение напряжения питающей сети  $U'$ , будет

$$U' = I_U \cdot M_U = 133 \cdot 2 = 266 \text{ В}.$$

При таком напряжении питания напряжение  $U_{ab}$  было бы равно 100 В. По заданию же напряжение питания составляет  $U = 220 \text{ В}$ . Чтобы найти истинные значения токов (напряжений) все расчетные значения необходимо пересчитать с соответствующим коэффициентом.

8. Найдем коэффициент пересчета  $k$  и определим истинные значения токов на отдельных участках.

$$k = U / U' = 220 / 266 = 0,827$$

$$I = k \cdot I' = 0,827 \cdot 5,4 = 4,46 \text{ А},$$

$$I_1 = k \cdot I'_1 = 0,827 \cdot 1,9 = 1,57 \text{ А},$$



$$I_2 = k \cdot I_2' = 0,827 \cdot 3,6 = 2,98 \text{ А,}$$

9. Определим мощности источника:

$$\text{Полная мощность источника } S = U \cdot I = 220 \cdot 4,46 = 981,2 \text{ ВА.}$$

$$\text{Активная мощность источника } P_{\text{И}} = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 4,46 \cdot \cos 18^\circ = 220 \cdot 4,46 \cdot 0,95 = 933 \text{ Вт.}$$

$$\text{Реактивная мощность источника } Q_{\text{И}} = U \cdot I \cdot \sin \varphi = 220 \cdot 4,46 \cdot \sin 18^\circ = 220 \cdot 4,46 \cdot 0,31 = 303 \text{ Вар.}$$

10. Определим мощности потребителей:

$$P_{\text{П}} = I^2 R + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 = 4,46^2 \cdot 32 + 2,98^2 \cdot 20 + 1,57^2 \cdot 50 = 937 \text{ Вт.}$$

$$Q_{\text{П}} = I^2 (X_L - X_C) + I_1^2 (-X_{C1}) + I_2^2 (X_{L2} - X_{C2}) = 4,46^2 (47,1 - 21,25) + 1,57^2 (-15,96) + 2,98^2 (12,56 - 31,85) = 303,5 \text{ Вар.}$$

11. Определим погрешность расчетов по балансу мощностей:

Погрешность по активной мощности

$$\delta_A = \left| \frac{P_{\text{И}} - P_{\text{П}}}{P_{\text{И}}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{933 - 937}{933} \right| \cdot 100\% = 0,428\%.$$

Погрешность по реактивной мощности

$$\delta_P = \left| \frac{Q_{\text{И}} - Q_{\text{П}}}{Q_{\text{И}}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{303 - 303,5}{303} \right| = 0,16\%.$$

Погрешность не превышает 5%, следовательно, находится в приемлемых пределах.

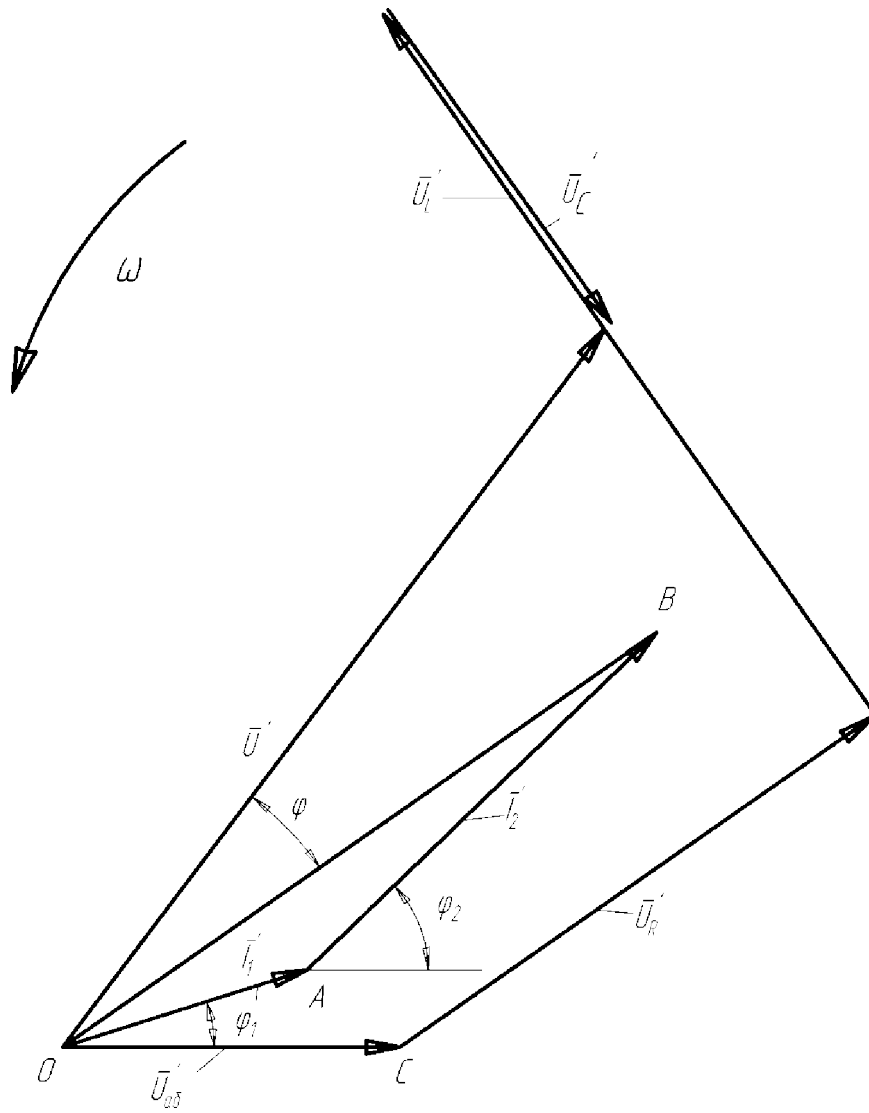


Рис. 2.18. Векторная диаграмма

## 2.9. Контрольное задание №2

При заданных значениях действующего напряжения  $U = 220$  В и частоте напряжения источника  $f = 50$  Гц определить графоаналитическим методом:

- 1) действующее значение токов в ветвях;
- 2) действующие значения активной, реактивной и полной мощностей;
- 3) проверить правильность расчета по балансу мощностей.

По полученным данным построить векторные диаграммы токов и напряжений.

Данные параметров потребителей и электрические схемы выбираются из таблиц №2.1, 2.2 и рисунков 2.19, 2.20 согласно своему варианту.

Данные электрической схемы

Таблица 2.1

№ варианта	№ схемы	Соединение цепи	№ строки данных	№ варианта	№ схемы	Соединение цепи	№ строки данных
1	1	1AF	1	26	2	2AE	6
2	1	1AE	2	27	2	2AG	7
3	1	1AG	3	28	2	2AH	8
4	1	1AH	4	29	2	2BE	9
5	1	1BE	5	30	2	2BF	10
6	1	2BF	6	31	2	3BG	11
7	1	2BG	7	32	2	3BH	12
8	1	2BH	8	33	2	3CE	13
9	1	2CE	9	34	2	3CF	14
10	1	2CF	10	35	2	3CG	15
11	1	3CG	11	36	2	4CH	16
12	1	3CH	12	37	2	4DE	17
13	1	3DE	13	38	2	4DF	18
14	1	3DF	14	39	2	4DG	19
15	1	3DG	15	40	2	4DH	20
16	1	4DH	16	41	2	5AE	1
17	1	4AE	17	42	2	5AF	2
18	1	4AF	18	43	2	5AG	3
19	1	4AG	19	44	2	5AH	4
20	1	4AH	20	45	2	5BF	5
21	1	5AE	1	46	2	1BG	6
22	1	5AF	2	47	2	1BH	7
23	1	5AG	3	38	2	1CE	8
24	1	5AH	4	39	2	1AF	8
25	1	5AF	5	50	2	1AG	10

Данные вариантов потребителей

Таблица 2.2

№	$R$ , Ом	$L$ , Гн	$C$ , мкФ	$R_1$ , Ом	$L_1$ , Гн	$C_1$ , мкФ	$R_2$ , Ом	$L_2$ , Гн	$C_2$ , мкФ
1	8	0,02	600	20	0,1	200	30	0,04	300
2	6	0,03	300	10	0,06	100	25	0,05	150
3	10	0,05	500	15	0,08	60	10	0,1	200
4	12	0,1	300	25	0,02	80	40	0,15	180
5	25	0,2	100	30	0,05	150	15	0,09	80
6	32	0,15	150	50	0,04	200	20	0,04	100
7	17	0,04	250	15	0,1	250	12	0,08	160
8	20	0,03	160	20	0,2	140	35	0,16	250
9	10	0,07	140	10	0,08	120	40	0,2	300
10	5	0,08	120	14	0,03	100	60	0,1	350
11	4	0,02	100	8	0,02	90	20	0,15	500
12	2	0,05	80	20	0,04	80	18	0,05	400
13	12	0,04	160	25	0,12	300	35	0,06	200
14	24	0,1	180	35	0,14	400	40	0,02	500
15	29	0,2	200	40	0,04	500	45	0,08	100
16	32	0,14	250	20	0,08	450	30	0,06	250
17	40	0,06	150	30	0,06	550	14	0,12	140
18	45	0,16	120	18	0,1	600	10	0,14	180
19	50	0,18	130	25	0,14	400	20	0,08	400
20	20	0,1	60	20	0,07	300	20	0,03	450

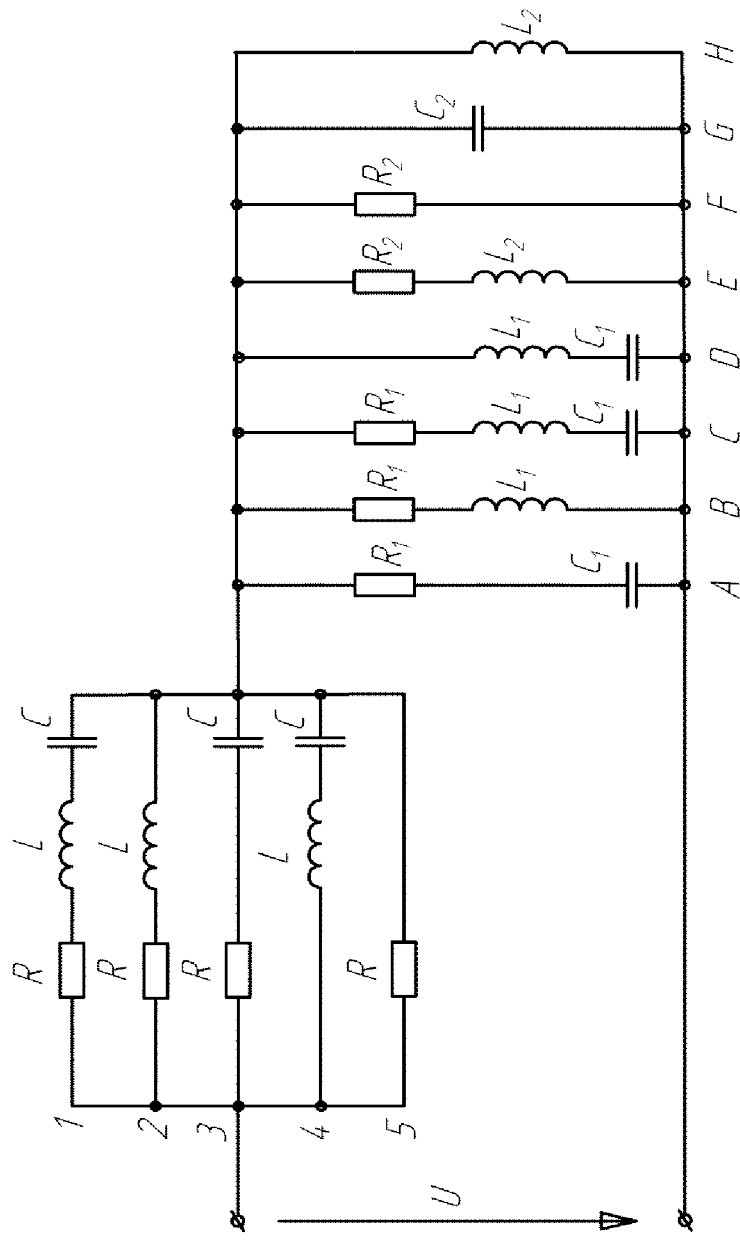


Рис. 2.19. Электрическая схема 1

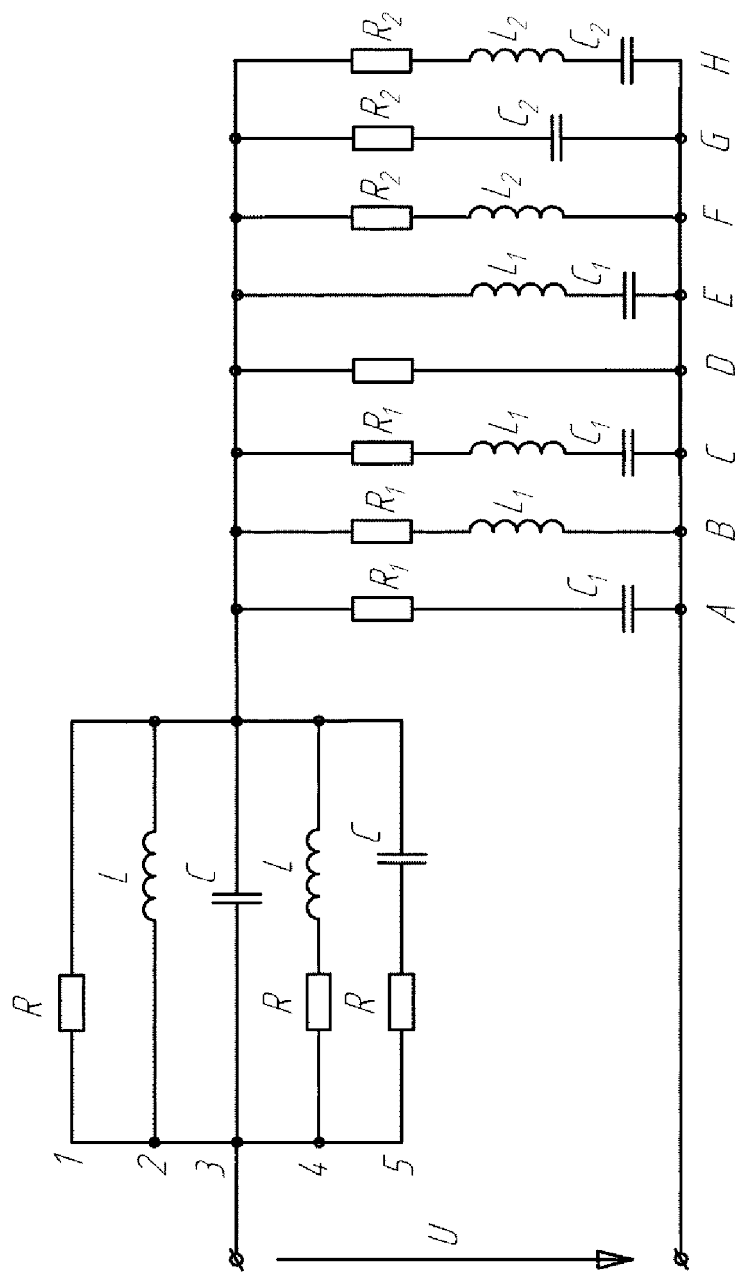


Рис. 2.20. Электрическая схема 2

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Касаткин, А. С. Электротехника: учебник для неэлектротехн. спец. вузов / А. С. Касаткин, М.В. Немцов. – М. : Академия, 2008. – 538 с.
2. Электротехника: учебное пособие для вузов / Ю. М. Борисов [и др.]. – Минск : Высшая школа, 2008. – 543 с.
3. Астапенко, Э.С. Электротехника. Электрические цепи постоянного тока. [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э.С. Астапенко. – Томск : Том. гос. архит.-строит. ун-т, 2016. – 50 с.  
<http://izido.ru/mod/data/view.php?d=1&rid=500>
4. Астапенко Э.С. Электротехника. Однофазные и трехфазные цепи переменного тока. [Электронный ресурс] : учебное пособие / Э.С. Астапенко. – Томск : Том. гос. архит.-строит. ун-т, 2016. – 65 с.
5. ГОСТ 2.710–81. Обозначения буквенно–цифровые в электрических схемах.
6. ГОСТ 2.721–74. Обозначения условные графические в схемах. Обозначения общего применения.