Лабораторная работа № 1

***Тема. . Плоская система сходящихся сил***

*Цель занятия:* -научить определять равнодействующую системы сил геометрическим и аналитическим способами;

Система сил, линии действия которых пересекаются в одной точке, называется ***сходящейся.***



***При графическом способе*** определения равнодействующей векторы сил можно вычерчивать в любом порядке, результат (величина и направление равнодействующей) при этом не изменится.

Если плоская система сходящихся сил находится в равновесии, многоугольник сил должен быть замкнут. Вектор равнодействующей направлен навстречу векторам сил-слагаемых. Такой способ получения равнодействующей называют геометрическим.



***Алгоритм построения многоугольника сил.***

-Вычертить векторы сил заданной системы в некотором масштабе один за другим так, чтобы конец предыдущего вектора совпадал с началом последующего.

-Вектор равнодействующей замыкает полученную ломаную линию; он соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.

-При изменении порядка вычерчивания векторов в многоугольнике меняется видфигуры. На результат порядок вычерчивания не влияет.

***Определение равнодействующей системы сил аналитическим способом.***

Проекцией силы на ось называется алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси:



а). Сила$F\_{1}$ составляет с положительным направлением осиОхострый угол а

$$F\_{x1}=F\_{1}∙\cos(α)$$

б). Сила$F\_{2}$ составляет с положительным направлением осиОхтупой угол а

$$F\_{x2}=-F\_{2}∙\cos(β\_{2})$$

в). Сила$F\_{3}$ перпендикулярна оси **х** проекция силы **F** на ось Ох равна нулю

$$F\_{x3}=F\_{3}∙\cos(α)$$

$$F\_{x3}=F\_{3}∙\cos(90^{0}=0)$$

г). Сила$F\_{4}$ составляет с положительным направлением осиОх угол $α=180^{0}$

$$F\_{x4}=-F\_{4}∙\cos(180^{0}=)-F\_{4}$$

Проекция силы на две взаимно перпендикулярные оси



$$F\_{x}=F∙\cos(α)>0; F\_{у}=F∙\cos(β)=F∙\sin(α)>0$$

$$\rightharpoonaccent{F}\_{∑}=\rightharpoonaccent{F}\_{1}+\rightharpoonaccent{F}\_{2}+\rightharpoonaccent{F}\_{3}+\rightharpoonaccent{F}\_{4}+\rightharpoonaccent{F}\_{5}=\sum\_{0}^{n}\rightharpoonaccent{F}\_{k}$$

Модуль (величину) равнодействующей системы сил можно найти по известным проекциям

$$F\_{∑}=\sqrt{F\_{∑х}^{2}+F\_{∑у}^{2}}$$

где $F\_{∑х},F\_{∑у}$— проекции равнодействующей на оси координат;

$$F\_{∑χ}=\sum\_{0}^{n}F\_{kχ}; F\_{∑χ}=\sum\_{0}^{n}F\_{kχ}; $$

$F\_{kх},F\_{kу}$— проекции векторов-сил системы на оси координат.

Направление вектора равнодействующей можно определить по величинам и знакам косинусов углов, образуемых равнодействующей с осями координат:



$$\cos(α\_{∑χ}=\frac{F\_{∑х}}{F\_{∑}}); где α\_{∑х },угол равнодействующей с осью Ох$$

***Условия равновесия плоской системы сходящихся сил в аналитической форме***

Исходя из того, что равнодействующая равна нулю, получим:

|  |  |
| --- | --- |
| $$F\_{∑}=\sqrt{F\_{∑х}^{2}+F\_{∑у}^{2}} ⟹$$ | $$F\_{∑х}=\sum\_{}^{}F\_{kх}$$$$F\_{∑у}=\sum\_{}^{}F\_{kу}; $$ |
| $$F\_{∑}=0$$ |  |

Плоская система сходящихся сил находится в равновесии, если алгебраическая сумма проекций всех сил системы на любую ось равна нулю.

**Условие равновесия**

$$\left\{\begin{array}{c}\sum\_{0}^{n}F\_{kχ}=0\\\sum\_{0}^{n}F\_{kγ}=0\end{array}\right.$$

***Определение равнодействующей графическим и***

***аналитическим способами.***

***Пример1:*** Определить равнодействующую, плоской системы сходящихся сил геометрическим способом.

***Дано:***

|  |  |
| --- | --- |
| $$F\_{1}=10 кН$$ | $$α\_{1}=30^{0}$$ |
| $$F\_{2}=15 кН$$ | $$α\_{2}=60^{0}$$ |
| $$F\_{3}=12 кН$$ | $$α\_{3}=120^{0}$$ |
| $$F\_{4}=8 кН$$ | $$α\_{4}=180^{0}$$ |
| $$F\_{5}=8 кН$$ | $$α\_{5}=300^{0}$$ |
|  |  |

***Решение:***

1.Определить равнодействующую системы сил графическим способом.



***Порядок построения многоугольника сил.***

1.1 С помощью транспортира строим многоугольник сил (рис. 1б):

-выбираем масштаб построения сил, $М2:1; 2мм=1кН$

1.2 Строим оси координат, так как, линии действия всех сил пересекаются в одной точке, построение начнем с точки сходимости.

1.3 Откладываем угол $α\_{1}=30^{0}$ по принятому правилу знаков против хода часовой стрелки, проводим вспомогательную линию:

-по вспомогательной прямой откладываем длину вектора силы:

$$\vec{ F\_{1}}=10 кН$$

$$\vec{F\_{1}}=20∙2=20 мм$$

-при графическом сложении следующую силу $\vec{F\_{2} }$прикладываем к концу первой силы$\rightharpoonaccent{ F\_{1}}$, и проводим вспомогательную прямую , параллельно оси Ох;

-построив угол $α\_{2}=60^{0}$ , откладываем длину вектора силы: $\rightharpoonaccent{F\_{2}}$ .

$$\rightharpoonaccent{F\_{2}}=15∙2=30 мм$$

Далее выполняем аналогическое построение сил $\vec{F}\_{3}; \vec{F}\_{4};и \vec{F}\_{5}.$

Построив последнюю силу $\rightharpoonaccent{F\_{5}}$ , находим конечную точку построения.

Вектор равнодействующей замыкает полученную ломанную линию; он соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.

1.4 Измерением определяем:

-модуль равнодействующей силы$ F\_{∑гр.}≈22 кН; $

-угол наклона ее к оси Ох $ α\_{∑χ}=73^{0}$

***Пример 2. Определить равнодействующую плоской системы сходящихся сил аналитическим способом***

***Дано:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$F\_{1}=10 кН$$ | $$α\_{1}=30^{0}$$ |  |
| $$F\_{2}=15 кН$$ | $$α\_{2}=60^{0}$$ |
| $$F\_{3}=12 кН$$ | $$α\_{3}=120^{0}$$ |
| $$F\_{4}=8 кН$$ | $$α\_{4}=180^{0}$$ |
| $$F\_{5}=8 кН$$ | $$α\_{5}=300^{0}$$ |

***2.1. Определяем проекции всех сил на ось Ох:***

$$F\_{1х}=10∙\cos(30^{0})=10∙0,866=8,66 кН$$

$$F\_{2х}=15∙\cos(60^{0})=15∙0,5=7.5 кН$$

$$F\_{3х}=-12∙\cos(60^{0})=-12∙0,5=-6 кН$$

$$F\_{4х}=-8кН$$

$$F\_{5х}=8∙\cos(60^{0}=8∙0,5=4 кН)$$

***2.2. Определяем проекцию равнодействующей всех сил на ось Ох:*** Сложив алгебраически значения проекций, получим проекцию равнодействующей на ось Ох:

$$F\_{∑х}=F\_{1х}+F\_{2х}+F\_{3х}+F\_{4х}+F\_{5х}$$

$$F\_{∑х}=8,66+7,5+\left(-6\right)+\left(-8\right)+4=6,16 кН$$

***2.3.Определяем проекции всех сил на ось Оу:***

$$F\_{1y}=10∙\cos(60^{0})=10∙0,5=5 кН$$

$$F\_{2y}=15∙\cos(30^{0})=15∙0,866=12.99 кН$$

$$F\_{3y}=12∙\cos(30^{0})=12∙0,866=10,4 кН$$

$$F\_{4y}=0$$

$$F\_{5y}=-8∙\cos(30^{0}=8∙0,866=-6.9 кН)$$

***2.4 Определяем проекцию равнодействующей всех сил на ось Оy:***

Сложив алгебраически значения проекций, получим проекцию равнодействующей на ось Оy:

$$F\_{∑y}=F\_{1y}+F\_{2y}+F\_{3y}+F\_{4y}+F\_{5y}$$

$$F\_{∑y}=5+12.99+10.4+\left(-6.9\right)=21.49 кН$$

***2.5.Определяем модуль равнодействующей по величинам проекций:***

$$F\_{∑}=\sqrt{F\_{∑х}^{2}+F\_{∑y}^{2}};$$

$$F\_{∑}=\sqrt{6.16^{2}+22.36^{2}}=22.36 кН $$

***2.6. Определяем значение угла равнодействующей с осью Ох:***

$$\cos(α)=\frac{F\_{∑х}}{F\_{∑}}=\frac{6.16}{22,36}=0,2755$$

$$α\_{∑х}=74^{0}$$

***3.Сравниваем определение равнодействующей геометрическим и аналитическим способами.***

Результаты расчётов не должны отличаться более чем на 5 %.

$$\frac{F\_{∑анал.}-F\_{∑граф.}}{F\_{∑анал.}}×100\%\leq 5\%$$

$$\frac{22,36-22}{22,36}×100\%=1,61<5\%$$

*Выполнить задания, согласно своего варианта*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | ФИО | Номер варианта |  | ФИО | Номер варианта |
| 1 | Абдуллин Радик  | **1** | 14 | Кочеткова Татьяна  | **4** |
| 2 | Аграфенин Максим | **2** | 15 | Пущен Олег  | **5** |
| 3 | Аникин Дмитрий  | **3** | 16 | Расулов Магомед | **1** |
| 4 | Аюев Григорий  | **4** | 17 | Рябов Сергей  | **2** |
| 5 | Гарафиев Рамиль  | **5** | 18 | Сайкин Виталий | **3** |
| 6 | Головнин Андрей | **1** | 19 | Самонов Иван  | **4** |
| 7 | Данилин Валерий | **2** | 20 | Семенов Владимир | **5** |
| 8 | Демидов Вадим  | **3** | 21 | Спиридонов Александр | **1** |
| 9 | Демичев Олег  | **4** | 22 | Чесалин Александр  | **2** |
| 10 | Жуков Игорь  | **5** | 23 | Швецов Александр  | **3** |
| 11 | Иванов Роман | **1** | 24 | Швецова Елена  | **4** |
| 12 | Кашапов Вильнур | **2** | 25 | Щеголев Василий | **5** |
| 13 | Костина Елена  | **3** |  |  |  |

*Задание 1.*

Используя схему определить равнодействующую системы силгеометрическим способом.

*Задание 2.*

Используя схему определить равнодействующую системы силаналитическим способом.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |

|  |  |
| --- | --- |
| Параметр | Вариант |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| F1,кH | 12 | 8 | 20 | 3 | 6 |
| F2,KH | 8 | 12 | 5 | 6 | 12 |
| F3,кH | 6 | 2 | 10 | 12 | 15 |
| F4,кH | 4 | 10 | 15 | 15 | 3 |
| F5,кH | 10 | 6 | 10 | 9 | 18 |
| a1, град | 30 | 0 | 0 | 15 | 0 |
| a2, град | 45 | 45 | 60 | 45 | 15 |
| a3, град | 0 | 75 | 75 | 60 | 45 |
| a4, град | 60 | 30 | 150 | 120 | 150 |
| a5, град | 300 | 270 | 210 | 270 | 300 |

 |