***Практическое занятие № 2***

***Тема: «Плоская система произвольно расположенных сил»***

***Тема занятия:*** Определение опорных реакций балок плоской системы произвольно расположенных сил.

***Цель работы.*** Научить:

-приводить произвольную плоскую систему сил к точке,

-определять величины главного вектора и главного момента системы.

-используя три формы уравнений равновесия, определять реакции в опорах балочных систем.

**Пояснение к работе.**

***1.Пара сил, момент пары сил***

***Парой сил*** называется система двух сил, равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны.

**Вращающий момент пары cил** равен произведению одной из сил пары на плечо: $М=F\_{1}∙h, где h — плечо пары сил$



***2. Момент силы*** **относительно точки**

***Момент силы*** относительно точки численно равен произведению модуля силы на расстояние от точки до линий действия силы

$$M\_{0}\left(F\right)=F∙ a$$

Момент считается ***положительным,*** если сила разворачивает тело по часовой стрелке



Момент считается ***отрицательным,*** если сила разворачивает тело против часовой стрелки.



Момент силы относительно точки равен нулю, когда линия действия силы приходит через данную точку.



***3.Главный вектор***

**Главный вектор равен геометрической сумме** векторов произвольной плоской системы сил.

$$F\_{гл.}=\sqrt{F\_{гл.x}^{2}+F\_{гл.y}^{2}}$$

***4. Главный момент***

***Главный момент системы сил*** равен алгебраической сумме моментов *сил системы относительно точки приведения.*

$$M\_{гл.0}=\sum\_{0}^{n}m\_{0}\left(F\_{k}\right)$$

***5.Условие равновесия произвольной плоской системы сил***

Для того чтобы твердое тело под действием произвольной плоской системы сил находилось в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы алгебраическая сумма проекций всех сил системы на любую ось равнялась нулю и алгебраическая сумма моментов всех сил системы относительно любой точки в плоскости действия сил равнялась нулю.

***Виды опор балок и их реакции.***

***Жесткая заделка*** *(защемление)-* опора не допускает перемещений и поворотов. Заделку заменяют двумя составляющими силы $R\_{Ax} и R\_{Ay}$ и парой с моментом$-M\_{A}$

**

Для определения этих неизвестных Удобно использовать систему уравнений в виде

$$\sum\_{0}^{n}F\_{kx}=0; \sum\_{0}^{n}F\_{ky}=0; \sum\_{0}^{n}m\_{kA}=0$$

Для контроля правильности решений дополнительное уравнение моментов относительно любой точки на балке, например *В*

$$\sum\_{0}^{n}m\_{kB}=0$$

***Шарнирно-подвижная опора*** - допускает поворот вокруг шарнира и опорной поверхности. Реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности.



***Шарнирно-неподвижная опора*** - допускает поворот вокруг шарнира и может быть заменена двумя составляющими силы вдоль осей координат



***Балка на двух шарнирных опорах*** – не известны три силы, две из них вертикальные, следовательно, удобнее для определения неизвестных использовать систему уравнений во второй форме:

**

Составляются уравнения моментов относительно точек крепления балки. Поскольку момент силы, проходящей через точку крепления равен нулю, в уравнении останется одна неизвестная сила.

$$\sum\_{0}^{n}m\_{κA}\left(F\_{κ}\right)=0; \sum\_{0}^{n}m\_{κB}\left(F\_{κ}\right)=0; \sum\_{0}^{n}F\_{κχ}=0.$$

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Из уравнения | $$\sum\_{0}^{n}F\_{kx}=0$$$\sum\_{0}^{n}F\_{κχ}=0$$\sum\_{0}^{n}F\_{κχ}=0.$ | определяется реакция | $$R\_{Bx}$$ |
| Из уравнения | $$\sum\_{0}^{n}m\_{kA}\left(F\_{k}\right)=0$$ | определяется реакция | $$R\_{By}$$ |
| Из уравнения | $$\sum\_{0}^{n}m\_{kB}\left(F\_{k}\right)=0$$ | определяется реакция | $$R\_{Ay}$$ |

Для контроля правильности решения используется дополнительное уравнение

$$\sum\_{0}^{n}F\_{κy}=0$$

***Примеры решения задач***

*Пример 1.* Одноопорная (защемленная) балка нагружена сосредоточенными силами и парой сил. Определить реакции заделки.

***Дано:***$ F\_{1}=30 кН; F\_{2}=20 кН; m=100 кН∙м; a=1 м$



***Решение:***

1.В заделке может возникнуть реакция, представляемая двумя составляющими $R\_{Aх} и R\_{Ay} и реактивный момент M\_{A} $

Наносим на схему балки возможные направления реакций (направление произвольное).



2. Для решения удобно использовать систему уравнений равновесия в первой форме. Каждое уравнение будет содержать одну неизвестную.

$$\sum\_{0}^{n}F\_{k×}=0; \sum\_{0}^{n}F\_{ky}=0; \sum\_{0}^{n}m\_{kA}=0$$

3. Составляем уравнение проекций относительно оси Х:

$$\sum\_{0}^{n}F\_{kх}=0; -R\_{Aх}+F\_{1}∙\cos(60^{0})+F\_{2}∙\cos(90^{0})=0$$

$$R\_{Aх}=F\_{1}∙\cos(60^{0})+F\_{2}∙\cos(90^{0})$$

$$R\_{Aх}=30∙\cos(60^{0})+20∙\cos(90^{0})=30∙0,5+20∙0=15кН$$

4. Составляем уравнение проекций относительно оси У:

$$\sum\_{0}^{n}F\_{ky}=0; R\_{Ay}-F\_{1}∙\cos(30^{0})-F\_{2}∙\cos(0^{0})=0$$

$$R\_{Ay}=F\_{1}∙\cos(30^{0})+F\_{2}∙\cos(0^{0})$$

$$R\_{Ay}=30∙\cos(30^{0})+20∙\cos(0^{0}=)30∙0.866+20∙1=45.98кН$$

5. Составляем уравнения моментов относительно точки крепления А:

$$\sum\_{0}^{n}m\_{kA}=0; -M\_{A}+F\_{1}∙3a∙\sin(60^{0})+100+F\_{2}∙10a=0$$

$$M\_{A}=F\_{1}∙3a∙\sin(60^{0})+100+F\_{2}∙10a$$

$$М\_{А}=30∙3∙0.866+100+20∙10=377.94кН∙м$$

3. Для проверки правильности решения составляем уравнение моментов относительно точки В.

$$\sum\_{}^{}m\_{kB}=0; -M\_{A}+R\_{Ay}∙10a-F\_{1}∙7a∙\sin(60^{0})+100=0$$

Подставляем значения полученных реакций

Знаки полученных реакций положительны (+),следовательно,$ $направления реакций выбраны, верно.

***Примечание.*** Если направления выбраны неверно, при расчетах получим отрицательные значения реакций. В этом случае реакции на схеме следует направить в противоположную сторону, не повторяя расчета.

***Пример 2.*** Двух опорная балка с шарнирными опорами ***А*** и В нагружена сосредоточенной силой *F*. распределенной нагрузкой с интенсивностью ***q*** и парой сил с моментом ***т.*** Определить реакции опор.



***Решение:***

1.Левая опора (точка ***А)*** — подвижный шарнир, реакция направлена перпендикулярно опорной поверхности

Правая опора (точка ***В)*** — неподвижный шарнир, наносим две составляющие реакции вдоль осей координат.

Ось *х* совмещаем с продольной осью балки.

2.Заменяем распределенную нагрузку сосредоточенной:

$$G=g∙l; G=2∙6=12 кН$$

Сосредоточенную силу помещаем в середине балки, далее задачу решаем с сосредоточенными силами

3. Наносим возможные реакции в опорах (направление произвольное).



4. Для решения выбираем уравнение равновесия в виде:

$$\sum\_{0}^{n}F\_{kx}=0; \sum\_{0}^{n}m\_{kA}=0; \sum\_{0}^{n}m\_{kB}=0$$

4.1 Составляем уравнения моментов относительно точки крепления А:

$$\sum\_{0}^{n}m\_{kA}=0; G∙3+m-R\_{By}∙10+F∙12\sin(45^{0}=0)$$

$$R\_{By}∙10=12∙3+100+25∙12∙0.707$$

$$R\_{By}=\frac{12∙3+100+25∙12∙0.707}{10}=\frac{346}{10}=34.6 кН$$

4.2 Составляем уравнения моментов относительно точки крепления В:

$$\sum\_{0}^{n}m\_{kB}=0; R\_{Ay}∙10-G∙7+m+F∙2∙\sin(45^{0}=0)$$

$$R\_{Ay}∙10=G∙7-m-F∙2∙\sin(45^{0})$$

$$R\_{Ay}=\frac{12∙7-100-25∙2∙0.707}{10}=-\frac{51}{10}=-5.1 Кн$$

Реакция $R\_{Ay}-$ отрицательная, следовательно, нужно направить её в противоположную сторону

4.3 Составляем уравнение проекций относительно оси Х, получим:

$$\sum\_{0}^{n}F\_{kx}=0; R\_{Bх}+F∙\cos(45^{0}=0)$$

$$R\_{Bх}=-F∙\cos(45^{0}=-25∙0.707=-17.5 кН)$$

— горизонтальная реакция в опоре В.

Реакция отрицательна, следовательно, на схеме ее направление будет противоположно выбранному.

5. Проверка правильности решения.

Составляем уравнение равновесия относительно оси У.

$$\sum\_{0}^{n}F\_{kу}=0; -R\_{Ay}-G+R\_{By}-F∙\cos(45^{0}=0)$$

$-5.1-12+34.6-25∙0.707=0 решение верно$*.*

*Выполнить задания, согласно своего варианта*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | **ФИО** | **Номер варианта** |
| 1 | Абдуллин Радик Ринатович | 1 |
| 2 | Аграфенин Максим Владимирович | 2 |
| 3 | Аникин Дмитрий Васильевич | 3 |
| 4 | Аюев Григорий Викторович | 4 |
| 5 | Гарафиев Рамиль Василович | 5 |
| 6 | Головнин Андрей Владимирович | 6 |
| 7 | Данилин Валерий Валентинович | 1 |
| 8 | Демидов Вадим Владимирович | 2 |
| 9 | Демичев Олег Сергеевич | 3 |
| 10 | Жуков Игорь Иванович | 4 |
| 11 | Иванов Роман Олегович | 5 |
| 12 | Кашапов Вильнур Ильясович | 6 |
| 13 | Костина Елена Насирджановна | 1 |
| 14 | Кочеткова Татьяна Викторовна | 2 |
| 15 | Пущен Олег Сергеевич | 3 |
| 16 | Расулов Магомед Магомедгаджиевич | 4 |
| 17 | Рябов Сергей Евгеньевич | 5 |
| 18 | Сайкин Виталий Сергеевич | 6 |
| 19 | Самонов Иван Андреевич | 1 |
| 20 | Семенов Владимир Павлович | 2 |
| 21 | Спиридонов Александр Валерьевич | 3 |
| 22 | Чесалин Александр Сергеевич | 4 |
| 23 | Швецов Александр Николаевич | 5 |
| 24 | Швецова Елена Алижоновна | 6 |
| 25 | Щеголев Василий Михайлович | 1 |

***Задание 1.*** Определить величины реакций в опоре защемлённой балки.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1. |  |
| Вариант 2. |  |
| Вариант 3. |  |
| Вариант 4. |  |
| Вариант 5. |  |
| Вариант 6. |  |

|  |  |
| --- | --- |
| **Параметр** | **Вариант** |
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|  | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 |
|  | 4,4 | 4,8 | 7,8 | 8,4 | 12 | 12,8 | 17 | 18 | 22,8 | 24 |
|  | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| *α, м* | 0,2 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,5 | 0,6 | 0,6 |

*Задание 2.* Определить величины реакций для балки с шарнирными опорами.

|  |  |
| --- | --- |
| Вариант 1 |  |
| Вариант 2 |  |
| Вариант 3 |  |
| Вариант 4 |  |
| Вариант 5 |  |
| Вариант 6 |  |

|  |  |
| --- | --- |
| Параметр | Вариант |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|  | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 | 20 | 22 | 24 | 26 | 28 |
|  | 5 | 5,5 | 6 | 6,5 | 7 | 7,5 | 8 | 8,5 | 9 | 9,5 |
|  | 14 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 |
| *α, м* | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,2 |