

Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирский федеральный университет

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Расчеты элементов конструкций на прочность

Учебно-методическое пособие

Электронное издание

Красноярск
СФУ
2013

УДК 121.01:531(07)

ББК 22.2я73

П759

Составители: Трошин Сергей Иванович

Докшанин Сергей Георгиевич

П759 Прикладная механика. Расчеты элементов конструкций на прочность: учеб.-метод. пособие [Электронный ресурс] / сост. С.И. Трошин, С.Г. Докшанин. – Электрон. дан. – Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2013. – Систем. требования: РС не ниже класса Pentium I; 128 Mb RAM; Windows 98/XP/7; Adobe Reader V8.0 и выше. – Загл. с экрана.

Рассматриваются основные методы расчета элементов конструкций на прочность при основных видах деформации: растяжении-сжатии, кручении, изгибе. Приведены краткие теоретические сведения и примеры решения задач. Даны числовые данные и расчетные схемы для самостоятельного решения.

Предназначено для студентов дневной формы обучения специальности 130102.65 «Геофизические методы поисков и разведки месторождений полезных ископаемых», бакалавров направления подготовки 240100.62 «Химическая технология» при изучении дисциплины «Прикладная механика».

УДК 121.01:531(07)

ББК 22.2я73

© Сибирский
федеральный
университет, 2013

Учебное издание

Подготовлено к публикации Издательским центром
БИК СФУ

Подписано в свет 18.09.2013 г. Заказ 2221.
Тиражируется на машиночитаемых носителях.

Издательский центр
Библиотечно-издательского комплекса
Сибирского федерального университета
660041, г. Красноярск, пр. Свободный, 79
Тел/факс (391)206-21-49. E-mail rio.bik@mail.ru
<http://rio.sfu-kras.ru>

Введение

Прикладная механика – это технический курс, базирующийся на следующих самостоятельных дисциплинах: теории механизмов и машин, сопротивлению материалов, деталях машин.

Методы сопротивления материалов опираются на знания, получаемые студентами из математики, физики, теоретической механики, материаловедения.

В сопротивлении материалов изучают основы расчета элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость. При расчетах на прочность размеры элементов конструкций определяются из условия, чтобы при действии внешних нагрузок была исключена опасность разрушения элементов конструкций. При расчете на жесткость размеры элемента конструкции определяются из условия, чтобы при действии внешних сил изменение его формы и размеров происходило в пределах, не нарушающих нормальную эксплуатацию конструкции. Расчет на устойчивость должен обеспечить сохранение конструкции (или ее элементов) первоначальной формы.

Круг решаемых методами сопротивления материалов задач включает в себя нахождение безопасных нагрузок, определение надежных размеров элементов конструкций, обоснование выбора наиболее подходящих материалов. Для этого необходимо выявить закономерности распределения внутренних усилий при различных видах деформаций элементов конструкций.

В настоящем учебном пособии большое внимание уделено решению типовых задач сопротивления материалов. В набор входят задачи, касающиеся растяжения и сжатия, кручения и изгиба стержней. По каждой теме приведены теоретические сведения, основные расчетные формулы и необходимые справочные материалы. Подробный разбор решенных задач по основным темам изучаемого курса повышает эффективность самостоятельных занятий, приучает студентов к анализу методов решения и способствует приобретению навыков грамотного оформления технических расчетов.

1. Растяжение – сжатие стержня

1.1. Краткие теоретические сведения

Растяжением или сжатием называют такой вид деформации бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила N . Стержень испытывающий растяжение-сжатие обычно называют бруском.

Значение и направление продольной силы определяют с помощью метода сечений. Рассекая брус плоскостью, отбрасывают одну (любую) часть бруса и заменяют ее действие продольной силой N , которая представляет собой равнодействующую внутренних нормальных сил, возникающих в поперечном сечении бруса (рис. 1.1), т.е.

$$N = \int_F \sigma dF, \quad (1.1)$$

где F – площадь поперечного сечения; σ – нормальные напряжения.

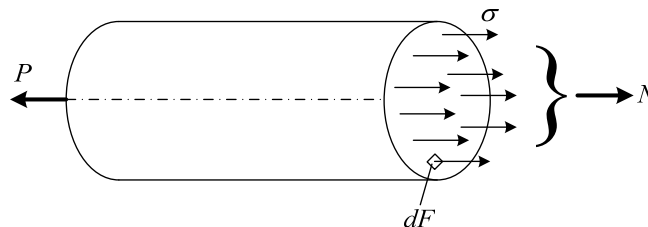


Рис. 1.1

Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения, т.е.

$$N = \sum_{i=1}^n P_{iz}. \quad (1.2)$$

Правило знаков. Внешняя сила, направленная от сечения, вызывает растяжение и считается положительной. Сила, направленная к сечению, вызывает сжатие и считается отрицательной.

При расчете бруса на прочность необходимо знать значения внутренних силовых факторов во всех его сечениях. С этой целью строят график (эпюру), показывающий, как изменяется внутренний силовой фактор по длине бруса (рис. 1.2). Условимся оси эпюр проводить тонкой линией, а сами эпюры очерчивать толстыми линиями. Эпюру штрихуют линиями, перпендикулярными ее оси. В масштабе каждая линия равна величине внутреннего силового фактора в соответствующем сечении стержня. На эпюре указывают знаки «плюс» и «минус» и в характерных ее точках проставляют значения.

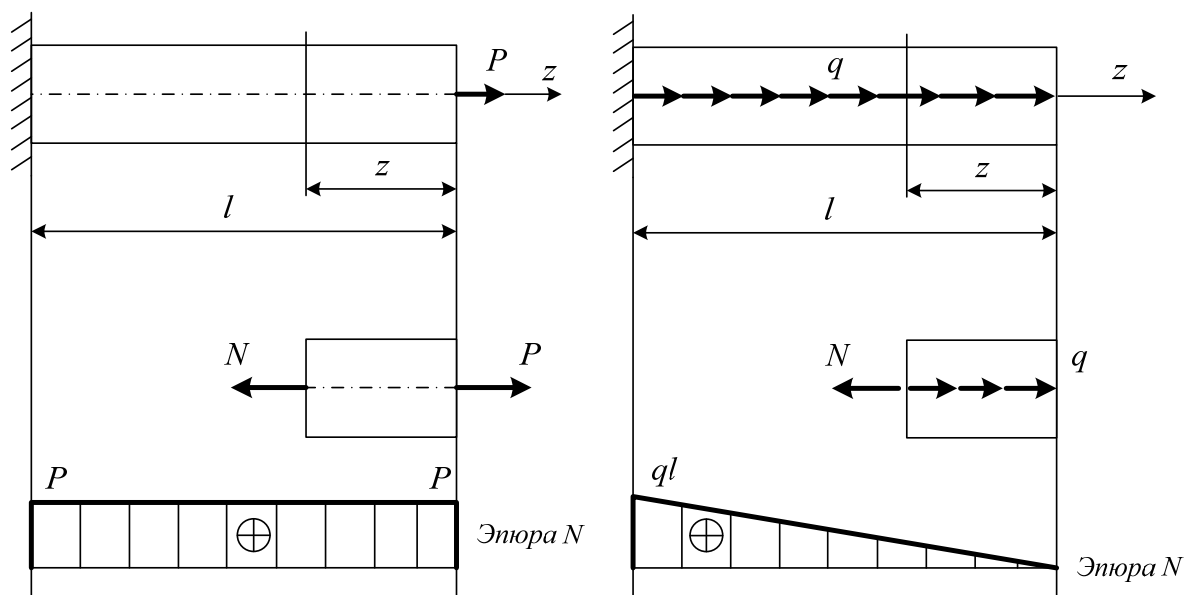


Рис. 1.2

В поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения, определяемые по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F}. \quad (1.3)$$

Под действием внешних сил брус удлиняется или укорачивается на величину Δl , которая является удлинением (укорочением) бруса длиной l . При этом появляется продольная деформация бруса, которая есть отношение между удлинением (укорочением) бруса и его длиной

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (1.4)$$

Между деформацией бруса и нормальным напряжением существует линейная зависимость

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (1.5)$$

которая носит название *закона Гука*.

Используя формулы (1.3-1.5) можно записать формулу определения удлинения (укорочения) бруса

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF}. \quad (1.6)$$

Если сечение бруса или продольная сила меняются по длине бруса, то формула (1.6) будет иметь вид

$$\Delta l = \int_l \frac{N}{EF} dz. \quad (1.7)$$

Расчет бруса на прочность при растяжении-сжатии производят из условия прочности по допускаемым напряжениям:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma], \quad (1.8)$$

где σ_{\max} – максимальное нормальное напряжение в опасном сечении; N – продольная сила; F – площадь поперечного сечения бруса; $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

1.2. Пример решения задачи 1

Условие задачи. Абсолютно жесткий брус ab имеет три опорных стержня и несет нагрузку известной величины. Требуется: с помощью уравнений равновесия определить усилия в опорных стержнях, подобрать площади поперечных сечений стержней, приняв допускаемые напряжения при сжатии $[\sigma]_c = 120$ МПа, при растяжении $[\sigma]_p = 80$ МПа.

Решение. Для расчетной схемы, представленной на рис. 1.3, дано: длина $l = 130$ мм, интенсивность распределенной нагрузки $q = 25$ кН/м, отношение $\frac{P}{ql} = 2,4$. Отсюда $P = 2,4ql = 2,4 \cdot 25 \cdot 0,130 = 7,8$ кН.

Формально полагая, что все опорные стержни растянуты, находим усилия N_1, N_2, N_3 из трех уравнений равновесия вырезанного элемента ab :

$$\sum m_c = 0, \quad N_1 \cdot 2l - P \cdot \sin 45^\circ \cdot l + q \cdot 2l \cdot l = 0, \quad (1.9)$$

$$N_1 = \frac{P \cdot \sin 45^\circ \cdot l - 2ql^2}{2l} = \frac{7,8 \cdot 0,707 \cdot 0,130 - 2 \cdot 25 \cdot 0,130^2}{2 \cdot 0,130} = -0,493 \text{ кН},$$

$$\sum X = 0, \quad -N_2 \cdot \cos 30^\circ - P \cdot \cos 45^\circ = 0, \quad (1.10)$$

$$N_2 = -\frac{P \cdot \cos 45^\circ}{\cos 30^\circ} = -\frac{7,8 \cdot 0,707}{0,866} = -6,37 \text{ кН},$$

$$\sum m_a = 0, \quad N_3 \cdot 2l - N_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2l - P \cdot \sin 45^\circ \cdot 3l - q \cdot 2l \cdot l = 0, \quad (1.11)$$

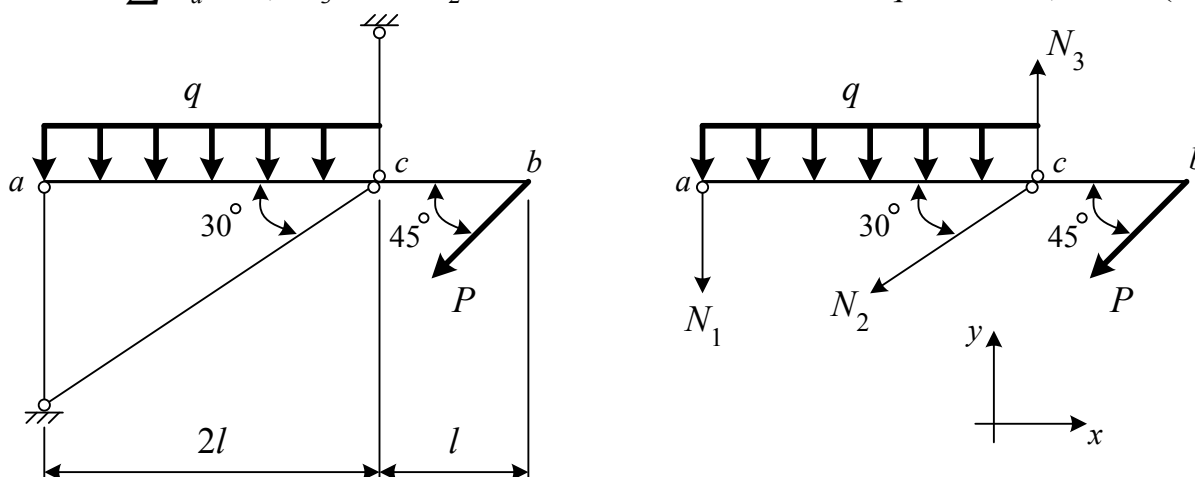


Рис. 1.3 Заданная схема (слева), вырезанный элемент ab (справа) и выбранная система координат xy

$$N_3 = \frac{N_2 \cdot \sin 30^\circ \cdot 2l + P \cdot \sin 45^\circ \cdot 3l + q \cdot 2l \cdot l}{2l} =$$

$$= \frac{-6,37 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 0,130 + 7,8 \cdot 0,707 \cdot 3 \cdot 0,130 + 25 \cdot 2 \cdot 0,130^2}{2 \cdot 0,130} = 8,34 \text{ кН.}$$

Ввиду того, что $N_1 < 0$ и $N_2 < 0$, будем считать соответствующие стержни сжатыми. Для проверки вычислений составляем четвертое уравнение равновесия, которое должно быть следствием трех предыдущих и тождественно удовлетворяться:

$$\sum Y = 0, \quad -N_1 - N_2 \cdot \sin 30^\circ + N_3 - P \cdot \sin 45^\circ - q \cdot 2l = 0, \quad (1.12)$$

$$0,493 + 6,37 \cdot 0,5 + 8,34 - 7,8 \cdot 0,707 - 25 \cdot 2 \cdot 0,130 = -12 + 12 = 0$$

Суммы положительных и отрицательных чисел в левой части тождества полностью совпали. В других случаях они могут отличаться в третьем знаке, что допустимо, поскольку расчеты производим с точностью до третьей значащей цифры.

В завершении расчетов подбираем минимальную площадь F_i поперечного сечения для каждого стержня, принимая во внимание разницу в допускаемых напряжениях при растяжении и сжатии:

$$F_1 = \frac{N_1}{[\sigma]_c} = \frac{0,493 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 0,0411 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 0,0411 \text{ см}^2$$

$$F_2 = \frac{N_2}{[\sigma]_c} = \frac{6,37 \cdot 10^3}{120 \cdot 10^6} = 0,531 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 0,531 \text{ см}^2 \quad (1.13)$$

$$F_3 = \frac{N_3}{[\sigma]_p} = \frac{8,34 \cdot 10^3}{80 \cdot 10^6} = 1,04 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,04 \text{ см}^2$$

1.3. Пример решения задачи 2

Условие задачи. Стальной ступенчатый брус заданной конфигурации подвергается воздействию внешней нагрузки q , P . Требуется:

1. Построить эпюру продольных сил N .
2. Построить эпюру нормальных напряжений σ при неизвестном значении площади F .
3. Записать условие прочности и определить необходимое значение F при допускаемом напряжении $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Затем назначить площадь поперечного сечения F_i на каждом участке бруса, соблюдая указанные на схеме соотношения между F и F_i .
4. Построить эпюру продольных перемещений u , принимая модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Решение. Для расчетной схемы, представленной на рис. 1.4, дано: длина $l = 240$ мм, распределенная нагрузка $q = 45$ кН/м, отношение $\frac{P}{ql} = 1,8$. Отсюда $P = 1,8ql = 1,8 \cdot 45 \cdot 0,24 = 19,4$ кН.

Нет необходимости в поиске опорной реакции, когда продольная сила N в произвольном сечении определяется как алгебраическая сумма всех внешних сил, приложенных со стороны свободного конца бруса. В конкретном случае удобнее отмерять координаты z_1, z_2, z_3 на каждом из трех участков справа налево и как всегда следует учитывать внешнюю силу со знаком «плюс», если она вызывает растяжение. Согласно этим правилам получаем:

$$\begin{aligned} N_1 &= qz_1, \\ N_2 &= q \cdot 1,2l + P = 1,2ql + 1,8ql = 3ql, \\ N_3 &= q \cdot 1,2l + P - 2,5qz_3 = 3ql - 2,5qz_3 \end{aligned} \quad (1.14)$$

где индексами 1, 2, 3 при N (а далее – при F и σ) помечены номера участков.

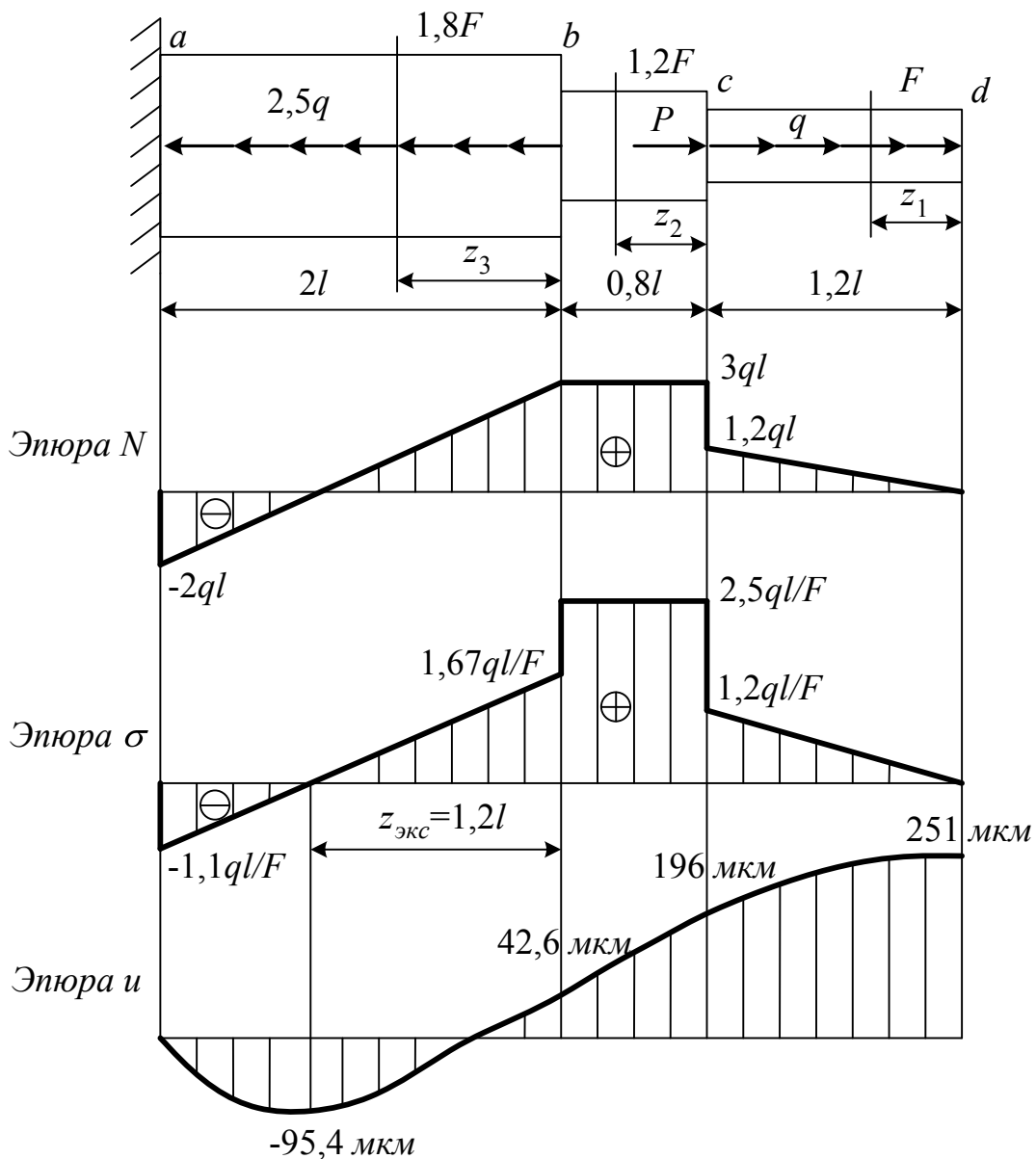


Рис. 1.4. Заданная схема, эпюры продольных сил, напряжений и перемещений для ступенчатого бруса

Для построения эпюры необходимо найти значения N на границах участков, где N меняется в зависимости от z :

$$\text{при } z_1 = 0 \quad N_1 = 0, \quad \text{при } z_1 = 1,2l \quad N_1 = 1,2ql,$$

$$\text{при } z_3 = 0 \quad N_3 = 3ql, \quad \text{при } z_3 = 2l \quad N_3 = -2ql,$$

затем указать полученные точки на чертеже, соединив их ломаной линией, и заполнить эпюру штриховкой по направлению отсчета ординат. Поскольку N_2 не зависит от z_2 , то эпюра на втором участке сверху ограничена горизонтальной прямой линией. Нормальное напряжение на каждом участке находим как отношение продольной силы N к площади поперечного сечения:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{qz_1}{F}, \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{3ql}{1,2F} = \frac{2,5ql}{F}, \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{3ql - 2,5qz_3}{1,8F}. \quad (1.15)$$

Построение эпюры σ осуществляется в той же последовательности и не требует дополнительных пояснений:

$$\begin{aligned} \text{при } z_1 = 0 \quad \sigma_1 = 0, \quad \text{при } z_1 = 1,2l \quad \sigma_1 = \frac{1,2ql}{F}, \\ \text{при } z_3 = 0 \quad \sigma_3 = \frac{1,67ql}{F}, \quad \text{при } z_3 = 2l \quad \sigma_3 = -\frac{1,11ql}{F}. \end{aligned}$$

Усматривая на готовой эпюре σ_{\max} (по абсолютной величине), записываем условие прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{2,5ql}{F} \leq [\sigma]. \quad (1.16)$$

Отсюда нетрудно определить минимальное значение F , а затем – F_1 , F_2 и F_3 :

$$\begin{aligned} F &= \frac{2,5ql}{[\sigma]} = \frac{2,5 \cdot 45 \cdot 10^3 \cdot 0,24}{160 \cdot 10^6} = 1,69 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 1,69 \text{ см}^2, \\ F_1 &= F = 1,69 \text{ см}^2, \\ F_2 &= 1,2F = 1,2 \cdot 1,69 = 2,03 \text{ см}^2, \\ F_3 &= 1,8F = 1,8 \cdot 1,69 = 3,04 \text{ см}^2. \end{aligned}$$

Приступая к расчетам, связанным с построением эпюры перемещений u , помечаем буквами a , b , c , d границы участков бруса. Очевидно, что при наличии заделки на левом торце $u_a = 0$, а перемещение сечения b совпадает с удлинением третьего участка бруса Δl_3 :

$$\begin{aligned} u_b = \Delta l_3 &= \int_0^{2l} \frac{N_3 dz_3}{EF_3} = \int_0^{2l} \frac{(3ql - 2,5qz_3) dz_3}{EF_3} = \frac{ql^2}{EF_3} = \frac{45 \cdot 10^3 \cdot 0,24^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,04 \cdot 10^{-4}} = \\ &= 4,26 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 42,6 \text{ мкм}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

Поскольку на этом участке действует распределенная нагрузка, то график функции $u = f(z)$ – квадратичная парабола и важно исследовать ее на экстремум в области $0 \leq z_3 \leq 2l$. Имея в виду дифференциальную зависимость

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{du}{dz}, \quad (1.18)$$

находим координату $z_{\text{экс}}$ точки экстремума и величину $u_{\text{экс}}$ при условии

$$\frac{du_3}{dz_3} = 0, \text{ если } z_3 = z_{\text{экс}} \text{ и } \sigma_3 = 0:$$

$$\sigma_3 = \frac{3ql - 2,5qz_3}{1,8F} = 0, \quad z_{\text{экс}} = 1,2l,$$

$$\begin{aligned}
u_{\text{экс}} &= \int_{1,2l}^{2l} \frac{(3ql - 2,5qz_3) dz_3}{EF_3} = -\frac{2,24ql^2}{EF_3} = -\frac{2,24 \cdot 45 \cdot 10^3 \cdot 0,24^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 3,04 \cdot 10^{-4}} = \\
&= -9,54 \cdot 10^{-5} \text{ м} = -95,4 \text{ мкм}.
\end{aligned} \tag{1.19}$$

В расчетах u_c можно не обращаться к интегрированию в силу того, что на втором участке бруса нет распределенной нагрузки:

$$\begin{aligned}
u_c = u_b + \Delta l_2 &= u_b + \frac{N_2 \cdot 0,8l}{EF_2} = u_b + \frac{3ql \cdot 0,8l}{EF_2} = 4,26 \cdot 10^{-5} + \\
&+ \frac{2,4 \cdot 45 \cdot 10^3 \cdot 0,24^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2,03 \cdot 10^{-4}} = 19,6 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 196 \text{ мкм}.
\end{aligned} \tag{1.20}$$

Распределенная нагрузка действует на первом участке, поэтому необходимо интегрирование:

$$\begin{aligned}
u_d = u_c + \Delta l_1 &= u_c + \int_0^{1,2l} \frac{N_1 dz_1}{EF_1} = u_c + \int_0^{1,2l} \frac{qz_1 dz_1}{EF_1} = u_c + \frac{0,72ql^2}{EF_1} = 19,6 \cdot 10^{-5} + \\
&+ \frac{0,72 \cdot 45 \cdot 10^3 \cdot 0,24^2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 1,69 \cdot 10^{-4}} = 25,1 \cdot 10^{-4} \text{ м} = 251 \text{ мкм}.
\end{aligned} \tag{1.21}$$

Уверенность в достоверности полученных результатов придает верификация решения. Прежде всего, обращаем внимание на то, что скачок на эпюре N точно соответствует силе P , сосредоточенной на границе первого и второго участков. Дополнительный скачок имеет место на эпюре σ , и он связан с резким увеличением площади поперечного сечения бруса при переходе от второго участка к третьему. Наконец, с дифференциальной зависимостью (1.18) увязываются возрастания и убывания переменной величины u в зависимости от z .

2. Кручение стержня круглого поперечного сечения

2.1. Краткие теоретические сведения

Кручением называют такой вид деформации, при котором в поперечных сечениях стержня возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент M_z , представляющий собой результирующий момент внутренних касательных сил, действующих в поперечном сечении

$$M_z = \int_F \tau \rho dF, \quad (2.1)$$

где τ – касательные напряжения; ρ – радиус кривизны.

Стержень круглого поперечного сечения, нагруженный крутящими моментами, обычно называют *валом*. Участки вала между сечениями, к которым приложены внешние моменты, скручиваются. Крутящий момент в любом сечении вала определяют методом сечений (рис. 2.1). Рассекая мысленно вал плоскостью, отбрасывают одну (любую) часть вала и заменяют действие отброшенной части моментом M_z .

Крутящий момент в сечении вала численно равен алгебраической сумме внешних моментов T , приложенных по одну сторону от сечения.

Правило знаков. Внешний крутящий момент T считается положительным, если при взгляде со стороны сечения он направлен против хода часовой стрелки.

Для определения опасного сечения вала строят эпюру крутящего момента M_z в выбранном масштабе.

Касательное напряжение в произвольной точке поперечного сечения определяется по формуле

$$\tau = \frac{M_z \rho}{I_p}, \quad (2.2)$$

где I_p – полярный момент инерции.

Эпюра касательного напряжения приведена на рис. 2.2. Наибольшие касательные напряжения возникают в точках внешнего контура и определяются по формуле

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p}, \quad (2.3)$$

где $W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}$ – полярный момент сопротивления сечения, а $\rho_{\max} = d/2$.

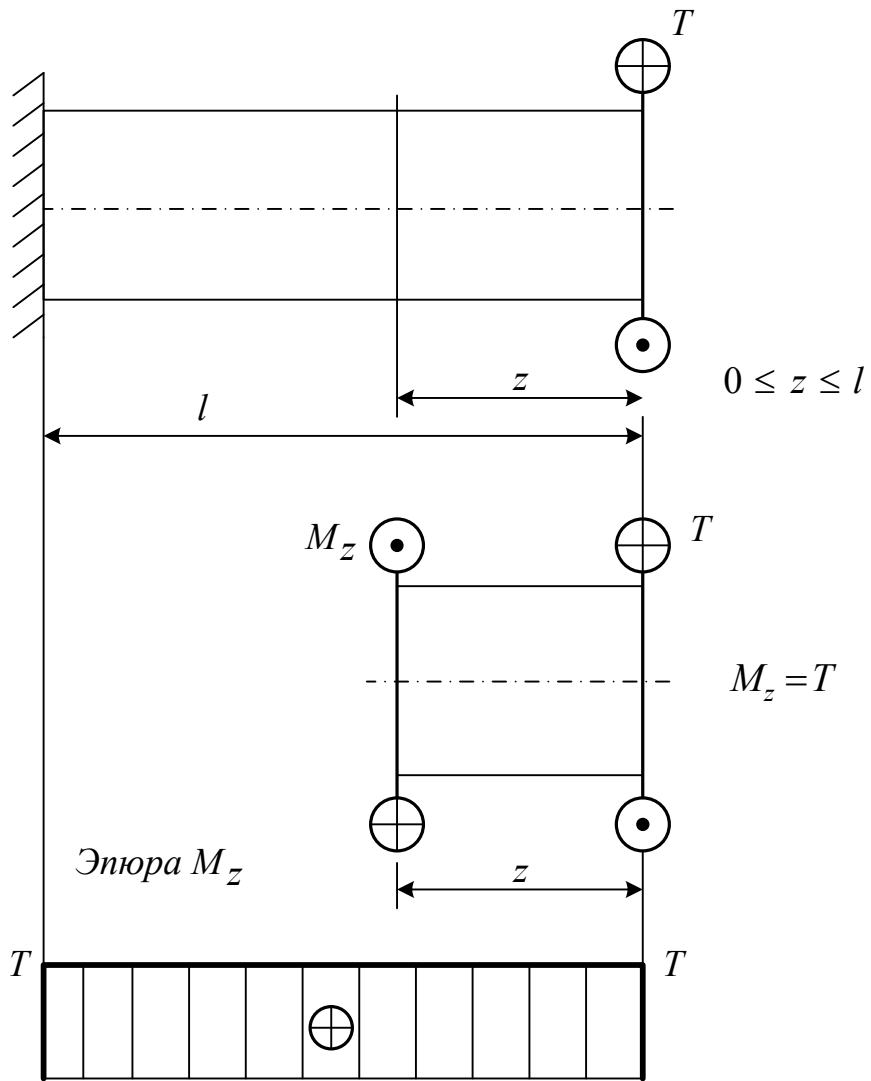


Рис. 2.1.

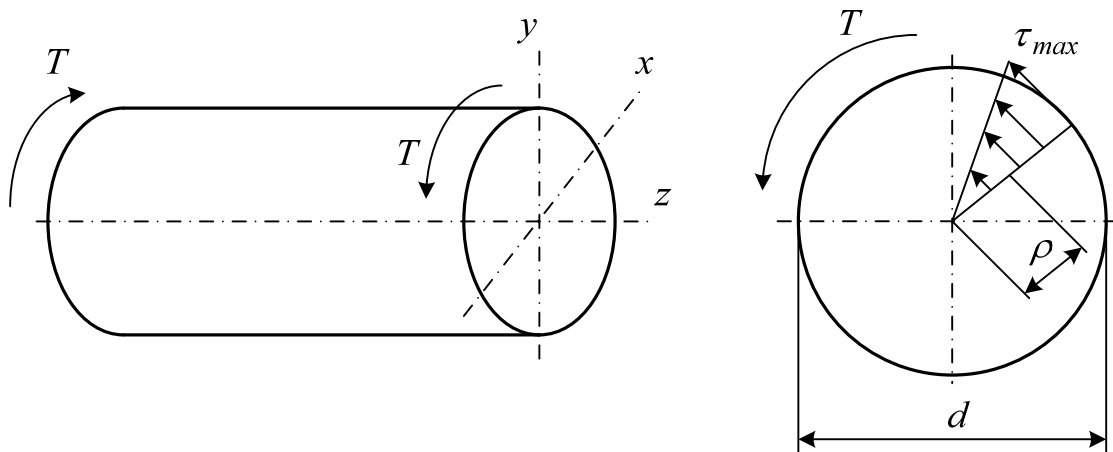


Рис. 2.2.

Геометрические характеристики вычисляются по следующим формулам:

а) для круга

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4; W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3; \quad (2.4)$$

б) для кольца

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - \alpha^4) \approx 0,1d^4 (1 - \alpha^4), \quad (2.5)$$

где $\alpha = d_0/d$ – отношение внутреннего диаметра к наружному.

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - \alpha^4) \approx 0,2d^3 (1 - \alpha^4). \quad (2.6)$$

Условие прочности при кручении имеет вид

$$\tau_{\max} = \frac{M_z}{W_p} \leq [\tau], \quad (2.7)$$

где $[\tau]$ – допускаемое напряжение при кручении.

Для расчетов на жесткость и решения статически неопределимых задач необходимо вычисление углов закручивания поперечных сечений φ .

Если крутящий момент и поперечное сечение постоянны в пределах каждого участка вала, то угол закручивания φ определяется по формуле

$$\varphi = \frac{M_z l}{GI_p}, \quad (2.8)$$

где l – длина участка; G – модуль сдвига.

Условие жесткости имеет вид

$$\theta = \frac{M_z}{GI_p} \leq [\theta], \quad (2.9)$$

где θ – относительный угол закручивания (т.е. угол закручивания на единицу длины); $[\theta]$ – допускаемый угол закручивания.

2.2. Пример решения задачи 3

Условие задачи. Для стального ступенчатого вала заданы величины крутящих моментов M_1, M_2, M_3 . Требуется:

1. Построить эпюры крутящих моментов M_z и максимальных касательных напряжений τ_{\max} при неизвестном диаметре вала d .

2. Составить условие прочности и вычислить необходимое d при допуске напряжении $[\tau] = 80$ МПа, затем назначить диаметр вала на каждом участке (d_1, d_2, d_3), соблюдая известную его зависимость от d .

3. Построить эпюру углов закручивания сечений φ , приняв модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Решение. Для расчетной схемы, показанной на рис. 2.3, дано: $M_1 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $M_2 = 84 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $M_3 = 30 \text{ Н}\cdot\text{м}$, $l = 0,1 \text{ м}$.

Присваивая порядковые номера участкам вала, находим крутящий момент M_z (Н·м) в проведенном сечении, затем – момент сопротивления сечения W_p (м³), и в последнюю очередь максимальные касательные напряжения τ_{\max} (МПа). Расчет производим со свободного конца.

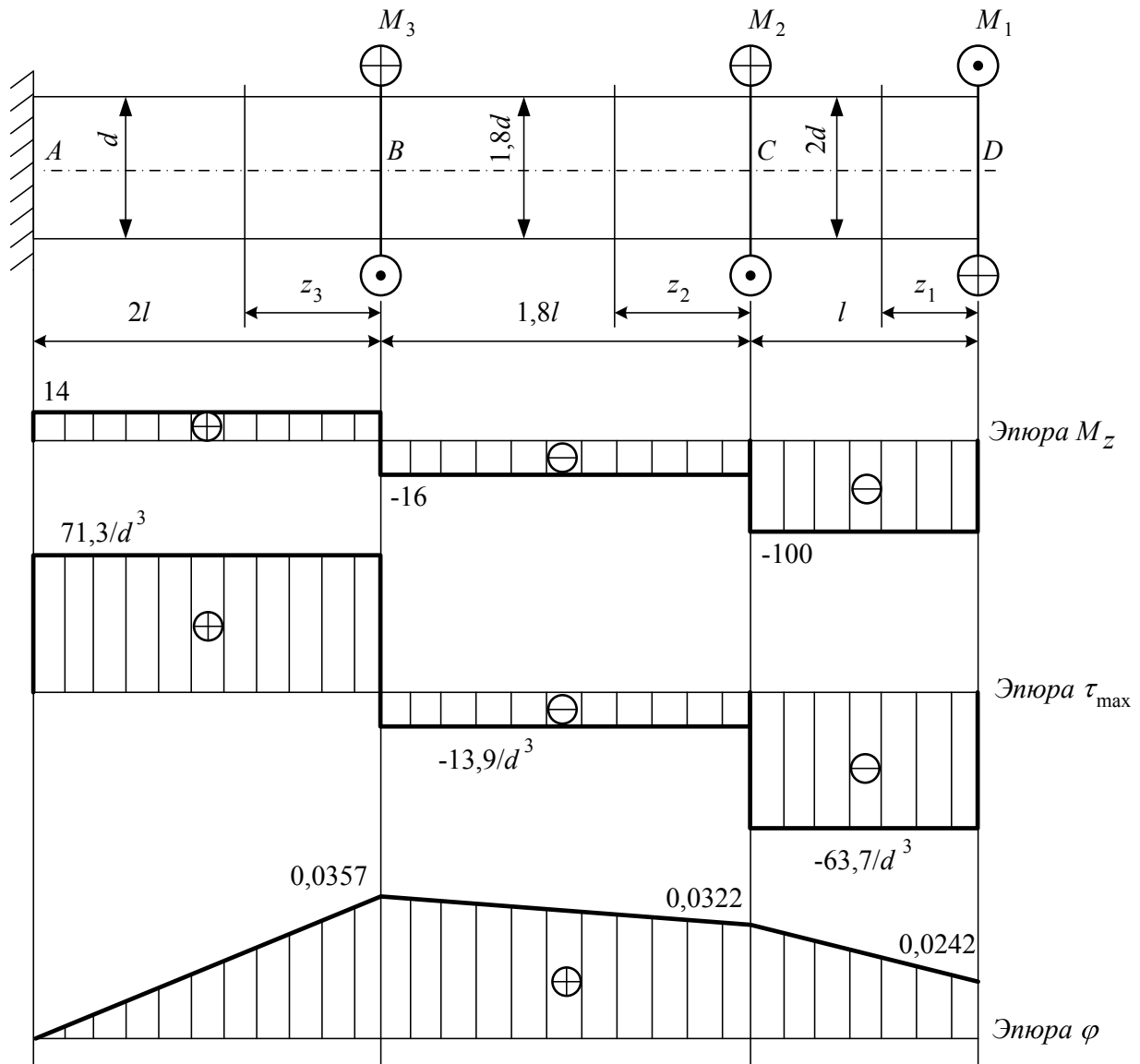


Рис. 2.3. Схема вала, эпюры крутящих моментов, напряжений и углов закручивания сечений

Первый участок.

$$M_{z1} = -M_1 = -100 \text{ Н}\cdot\text{м}, W_{p1} = \frac{\pi \cdot (2d)^3}{16},$$

$$\tau_{\max 1} = \frac{M_{z1}}{W_{p1}} = -\frac{100 \cdot 16}{\pi(2d)^3} = -\frac{63,7}{d^3} \quad (2.10)$$

Второй участок.

$$M_{z2} = -M_1 + M_2 = -100 + 84 = -16 \text{ Н}\cdot\text{м}, W_{p2} = \frac{\pi \cdot (1,8d)^3}{16},$$

$$\tau_{\max 2} = \frac{M_{z2}}{W_{p2}} = -\frac{16 \cdot 16}{\pi(1,8d)^3} = -\frac{13,9}{d^3} \quad (2.11)$$

Третий участок.

$$M_{z3} = -M_1 + M_2 + M_3 = -100 + 84 + 30 = 14 \text{ Н}\cdot\text{м}, W_{p3} = \frac{\pi \cdot d^3}{16},$$

$$\tau_{\max 3} = \frac{M_{z3}}{W_{p3}} = \frac{14 \cdot 16}{\pi d^3} = \frac{71,3}{d^3} \quad (2.12)$$

В силу того, что M_z и τ_{\max} независимы от z в пределах каждого участка, эпюры ограничены сверху горизонтальными прямыми линиями.

Условие прочности записываем в виде

$$\tau_{\max} = \tau_{\max 3} = \frac{71,3}{d^3} \leq [\tau]. \quad (2.13)$$

Отсюда находим минимальное значение d , удовлетворяющее условию прочности, а затем – диаметры вала на всех участках:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{71,3}{[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{71,3}{80 \cdot 10^6}} = 0,0096 \text{ м}, d = 10 \text{ мм},$$

$$d_1 = 2d = 20 \text{ мм}, d_2 = 1,8d = 18 \text{ мм}, d_3 = d = 10 \text{ мм}.$$

Переходя к построению эпюры углов закручивания сечений φ , принимаем за начало отсчета сечение A , где находится жесткая заделка. Тогда

$$\varphi_A = 0, \varphi_B = \varphi_A + \varphi_{AB} = 0 + \frac{M_{z3} \cdot l_3}{GI_{p3}}, \quad (2.15)$$

где φ_{AB} – угол закручивания третьего участка вала, l_3 , I_{p3} – длина участка и полярный момент инерции поперечного сечения:

$$l_3 = 2l = 0,2 \text{ м}, I_{p3} = \frac{\pi d_3^4}{32} = 9,81 \cdot 10^{-10} \text{ м}^4. \quad (2.16)$$

Подстановка известных значений M_{z3} , l_3 , I_{p3} , G в формулу (2.15) приводит к результату:

$$\varphi_B = \frac{14 \cdot 0,2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 9,81 \cdot 10^{-10}} = 0,0357 \text{ рад}. \quad (2.17)$$

Угол закручивания сечения C будет равен сумме углов закручивания второго и третьего участков.

$$\varphi_C = \varphi_B + \varphi_{BC} = \varphi_B + \frac{M_{z2} \cdot l_2}{GI_{p2}},$$

$$l_2 = 1,8l = 0,18 \text{ м}, I_{p2} = \frac{\pi d_2^4}{32} = 1,03 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4. \quad (2.18)$$

$$\varphi_C = 0,0357 + \frac{(-16) \cdot 0,18}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,03 \cdot 10^{-8}} = 0,0322 \text{ рад.}$$

Угол закручивания сечения D будет равен сумме углов закручивания первого и второго участков:

$$\varphi_D = \varphi_C + \varphi_{CD} = \varphi_C + \frac{M_{z1} \cdot l_1}{GI_{p1}},$$

$$l_1 = l = 0,1 \text{ м}, I_{p1} = \frac{\pi d_1^4}{32} = 1,57 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4. \quad (2.19)$$

$$\varphi_D = 0,0332 + \frac{(-100) \cdot 0,1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 1,57 \cdot 10^{-8}} = 0,0242 \text{ рад.}$$

Поскольку графики зависимостей φ от z – линейные в пределах каждого участка, то эпюра φ ограничена сверху ломаной линией.

3. Изгиб прямых брусьев

3.1. Краткие теоретические сведения

Плоским поперечным изгибом называют такой вид деформации стержня, при котором в его поперечных сечениях возникают два внутренних силовых фактора – поперечная сила Q и изгибающий момент M . Если в поперечном сечении возникает только изгибающий момент, то такой изгиб называется чистым. Стержень с прямолинейной осью, испытывающий изгиб, называется *балкой*.

Используя метод сечений, рассежем балку плоскостью и отбросим одну часть балки. Действие отброшенной части на оставшуюся заменим двумя силовыми факторами – поперечной силой Q и изгибающим моментом M .

Поперечная сила Q в произвольном сечении балки численно равна алгебраической сумме проекций всех внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения, на поперечную ось балки.

Изгибающий момент M в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов от внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения относительно его центра тяжести.

Правило знаков.

1. Поперечные силы считаются положительными, если они стремятся повернуть элемент по часовой стрелке (рис. 3.1,*а*).
2. Изгибающий момент считается положительным, если элемент бруса изгибается выпуклостью вниз (рис. 3.1,*б*).

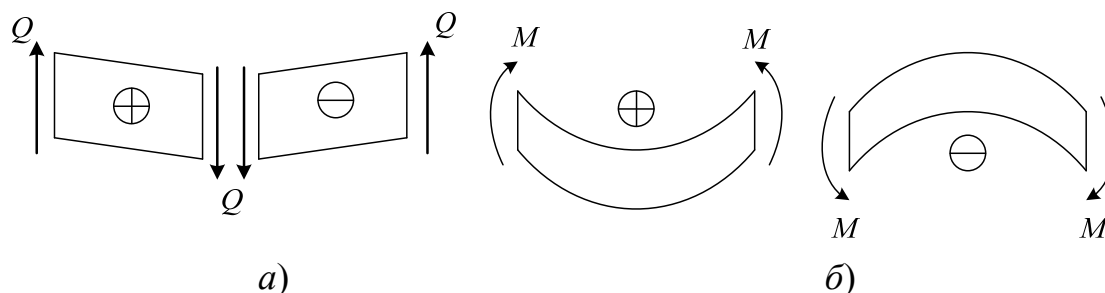


Рис. 3.1.

Между изгибающим моментом, поперечной силой и интенсивностью распределенной нагрузки существуют дифференциальные зависимости, которые используют для контроля правильности построения эпюр Q и M .

$$\frac{dQ}{dz} = q, \quad \frac{dM}{dz} = Q, \quad \frac{d^2M}{dz^2} = q. \quad (3.1)$$

1. Если на участке отсутствует распределенная нагрузка, то поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.

2. Если на участке поперечная сила $Q > 0$, то изгибающий момент возрастает. Если $Q < 0$, то изгибающий момент убывает.

3. Если на участке имеется равномерно распределенная нагрузка, то поперечная сила меняется по линейному закону, а изгибающий момент – по закону квадратной параболы. При этом парабола всегда обращена выпуклостью навстречу распределенной нагрузке.

4. Если поперечная сила Q на участке меняет знак с плюса на минус, то в сечении, где поперечная сила равна нулю, изгибающий момент достигает максимального значения. Если поперечная сила Q на участке меняет знак с минуса на плюс, то в сечении, где поперечная сила равна нулю, изгибающий момент достигает минимального значения.

5. В сечении, где приложена внешняя сосредоточенная сила, перпендикулярная к оси элемента, эюра Q имеет скачок направленный в сторону внешней силы и равный по модулю этой силе, а эюра M – излом.

6. В сечении, где приложен внешний сосредоточенный момент, эюра M имеет скачок на величину этого момента.

При прямом поперечном изгибе прямого бруса в его поперечных сечениях возникают нормальные σ и касательные τ напряжения (рис. 3.2).

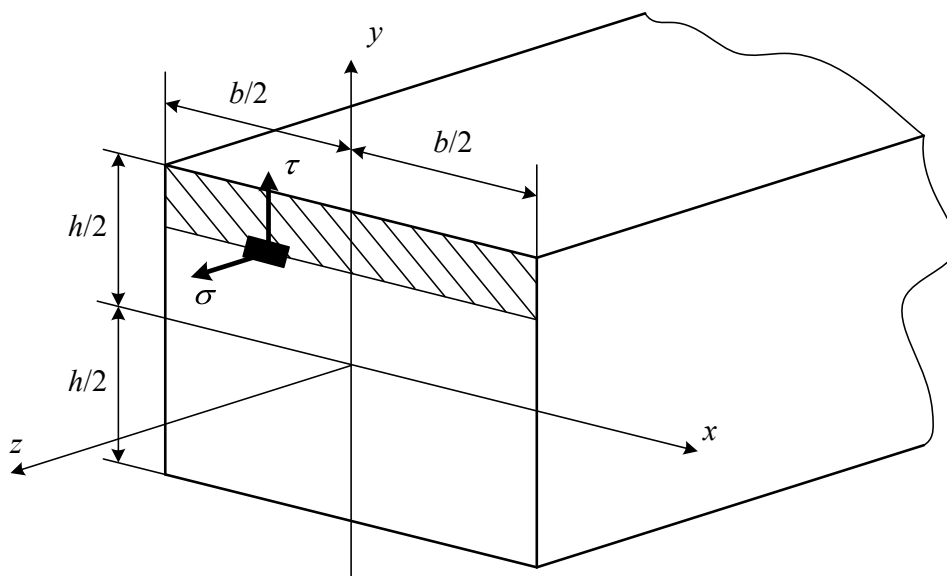


Рис. 3.2.

Нормальное напряжение в произвольной точке поперечного сечения определяют по формуле

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y, \quad (3.2)$$

где M_x – изгибающий момент в рассматриваемом сечении; y – расстояние от нейтральной оси до точки, в которой вычисляется напряжение; I_x – осевой момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Нормальные напряжения по высоте сечения изменяются по линейному закону и достигают наибольших значений в точках, наиболее удаленных от нейтральной оси

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}. \quad (3.3)$$

Отношение $\frac{I_x}{y_{\max}} = W_x$ называется *осевым моментом сопротивления при изгибе*.

Условие прочности при изгибе имеет вид

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma]. \quad (3.4)$$

Касательные напряжения в любой точке поперечного сечения определяют по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q_y S_x^*}{I_x b}, \quad (3.5)$$

где Q_y – поперечная сила в рассматриваемом сечении; S_x^* – статический момент отсеченной части площади сечения относительно нейтральной оси; I_x – осевой момент инерции всего сечения относительно нейтральной оси; b – ширина поперечного сечения на уровне рассматриваемой точки.

Условие прочности по касательным напряжениям имеет вид

$$\tau_{\max} \leq [\tau]. \quad (3.6)$$

3.2 Пример решения задачи 4

Условие задачи. Известны размеры балки и внешняя нагрузка. Требуется определить опорные реакции, построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M_x , вычислить величину M_x в опасном сечении.

Исходя из условия прочности по нормальным напряжениям σ в опасном сечении балки подобрать размеры сечений в пяти альтернативных вариантах. В первом варианте – двутавровое сечение ($[\sigma]=160$ МПа), во втором – два симметрично расположенных швеллера ($[\sigma]=160$ МПа), в третьем – два неравнополочных уголка ($[\sigma]=160$ МПа), в четвертом – труба из алюминиевого сплава ($[\sigma]=130$ МПа), в пятом – деревянный брус с прямоугольным профилем ($[\sigma]=12$ МПа).

Решение. Для балки, показанной на рис. 3.3, дано: длина $l = 0,8$ м, равномерно распределенная нагрузка $q = 25$ кН/м, отношения $\frac{P}{ql} = 1,2$, $\frac{M}{ql^2} = 1,3$. Откуда $P = 1,2ql$, $M = 1,3ql^2$.

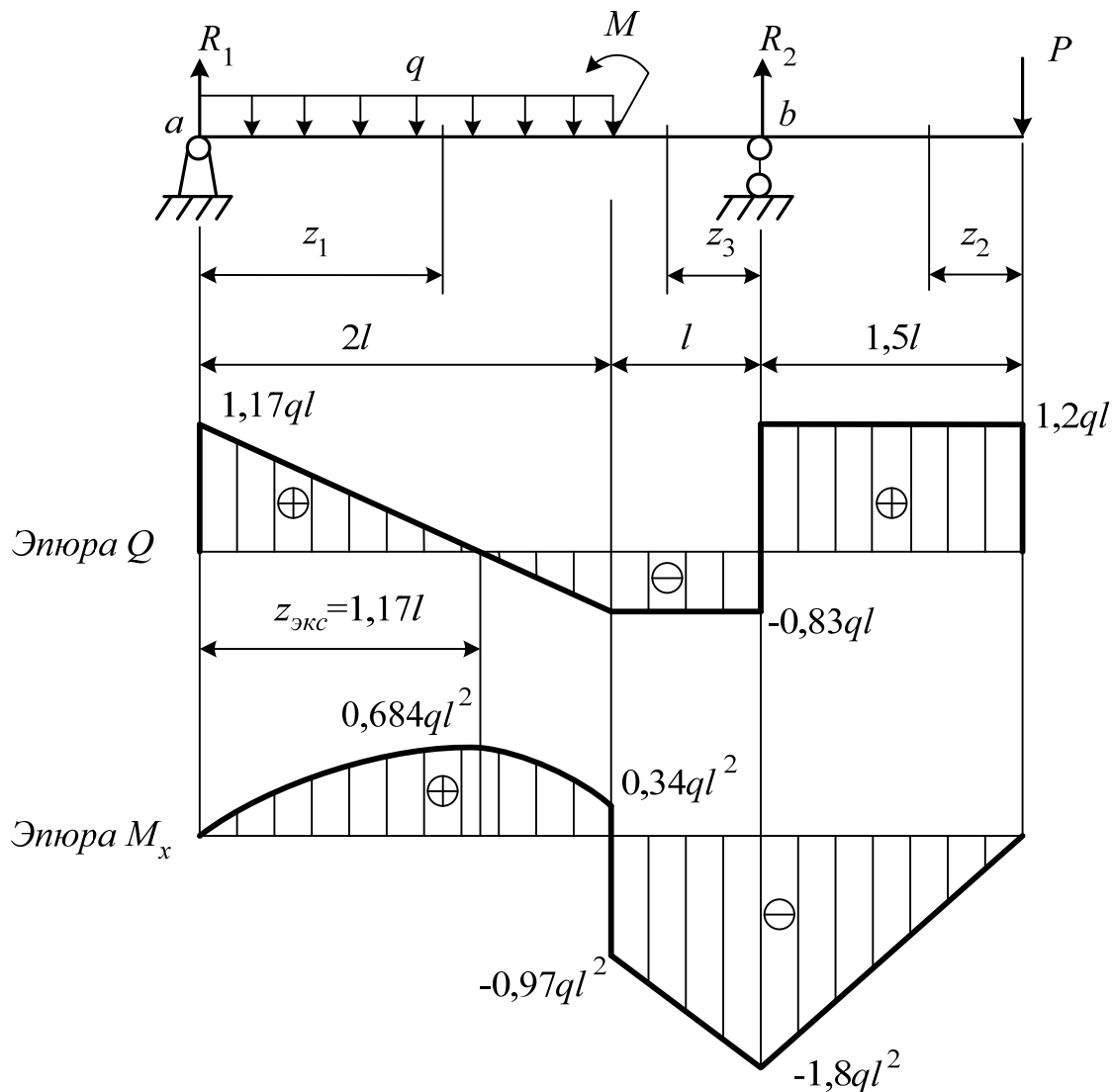


Рис. 3.3. Схема балки, эпюры поперечных сил и изгибающих моментов

Выбираем направления опорных реакций R_1 , R_2 и находим их из двух уравнений равновесия в моментах всех сил относительно точек a и b :

$$\sum m_a = 0, R_2 \cdot 3l - q \cdot 2l \cdot l + M - P \cdot 4,5l = 0,$$

$$R_2 = \frac{q \cdot 2l \cdot l - M + P \cdot 4,5l}{3l} = \frac{2ql^2 - 1,3ql^2 + 1,2ql \cdot 4,5l}{3l} = 2,03ql. \quad (3.7)$$

$$\sum m_b = 0, -R_1 \cdot 3l + q \cdot 2l \cdot 2l + M - P \cdot 1,5l = 0,$$

$$R_1 = \frac{q \cdot 2l \cdot 2l + M - P \cdot 1,5l}{3l} = \frac{4ql^2 + 1,3ql^2 - 1,2ql \cdot 1,5l}{3l} = 1,17ql$$

Для проверки полученных результатов целесообразно составить уравнение равновесия в проекциях всех сил на вертикальную ось y :

$$\sum Y = 0, R_1 + R_2 - 2ql - P = 0. \quad (3.8)$$

Подстановка значений R_1, R_2 по формулам (3.7) в уравнение (3.8) приводит к выводу о том, что проверка сходится:

$$1,17ql + 2,03ql - 2ql - 1,2ql = 3,2ql - 3,2ql = 0. \quad (3.9)$$

Приступаем к определению Q и M_x на всех трех участках балки, вводя координаты z_1, z_2, z_3 проведенных сечений.

Участок 1:

$$Q = R_1 - qz_1 = 1,17ql - qz_1, M_x = R_1 \cdot z_1 - \frac{qz_1^2}{2} = 1,17qlz_1 - \frac{qz_1^2}{2}. \quad (3.10)$$

Следует найти вначале значения Q и M_x на границах участка:

$$\text{при } z_1 = 0 \quad Q = 1,17ql, M_x = 0,$$

$$\text{при } z_1 = 2l \quad Q = 1,17ql - 2ql = -0,83ql, M_x = 1,17ql \cdot 2l - \frac{q \cdot (2l)^2}{2} = 0,34ql^2.$$

В силу того, что график функции M_x от z_1 – параболический, необходимо исследовать данную функцию на экстремум, применяя условие: при $z_1 = z_{\text{экс}} \quad Q = 0$ и $M_x = M_{\text{экс}}$. Пользуясь формулами (3.10), получаем:

$$1,17ql - qz_{\text{экс}} = 0, z_{\text{экс}} = 1,17l,$$

$$M_{\text{экс}} = 1,17ql \cdot z_{\text{экс}} - \frac{qz_{\text{экс}}^2}{2} = 0,684ql^2. \quad (3.11)$$

Участок 2:

$$Q = P = 1,2ql, M_x = -P \cdot z_2 = -1,2ql \cdot z_2, \quad (3.12)$$

$$\text{при } z_2 = 0 \quad M_x = 0,$$

$$\text{при } z_2 = 1,5l \quad M_x = -1,2ql \cdot 1,5l = -1,8ql^2.$$

Найденных значений Q и M_x достаточно для построения эпюр на втором участке, поскольку здесь Q не меняется, а M_x – линейная функция от z_2 .

Участок 3:

$$Q = P - R_2 = 1,2ql - 2,03ql = -0,83ql,$$

$$M_x = -P \cdot (1,5l + z_3) + R_2 \cdot z_3 = 0,83ql \cdot z_3 - 1,8ql^2 \quad (3.13)$$

$$\text{при } z_3 = 0 \quad M_x = -1,8ql^2,$$

$$\text{при } z_3 = l \quad M_x = 0,83ql^2 - 1,8ql^2 = -0,97ql^2.$$

Оценивая достоверность расчетов, отмечаем следующее. Скачок на эпюре изгибающих моментов составляет величину $0,34ql^2 + 0,97ql^2 = 1,31ql^2$, а

сосредоточенный момент в данном сечении $M = 1,3ql^2$. Расхождение в третьем знаке допустимо, поскольку весь расчет произведен с точностью до трех значащих цифр. Скачок на эпюре Q , равный величине $1,2ql + 0,83ql = 2,03ql$, полностью совпадает с найденным значением опорной реакции R_2 . Наконец, возрастания и убывания функций Q и M_x от z логически увязываются с дифференциальными зависимостями:

$$\frac{dQ}{dz} = q, \quad \frac{dM_x}{dz} = Q, \quad \frac{d^2M_x}{dz^2} = q. \quad (3.14)$$

Завершаем расчеты вычислением изгибающего момента в опасном сечении: $M_x = 1,8ql^2 = 1,8 \cdot 25 \cdot 0,8^2 = 28,8$ кН·м.

Известно значение изгибающего момента в опасном сечении $M_x = 28,8$ кН·м. Последовательно рассматриваем каждую форму сечения.

Двутавровая балка по ГОСТ 8239 – 89. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

Из условия прочности $\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$, где W_x – момент сопротивления сечения, находим минимальное значение W_x :

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{28,8 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 180 \text{ см}^3. \quad (3.15)$$

При желании выбрать балку берем из таблицы ГОСТа $W_x = 184 \text{ см}^3$ для двутаврового сечения № 20. При этом

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{28,8 \cdot 10^3}{184 \cdot 10^{-6}} = 156 \cdot 10^6 \text{ Па} = 156 \text{ МПа}. \quad (3.16)$$

Два симметрично расположенных швеллера по ГОСТ 8240 – 97. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

Полагая, что швеллеры поровну воспринимают внешнюю нагрузку, делим пополам известное значение изгибающего момента: $M_{x1} = 28,8/2 = 14,4$ кН·м. Затем находим из условия прочности:

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{14,4 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 = 90 \text{ см}^3. \quad (3.17)$$

При желании выбрать балку берем $W_x = 93,2 \text{ см}^3$ для швеллера № 16. При этом

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} = \frac{14,4 \cdot 10^3}{93,2 \cdot 10^{-6}} = 154,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 154,5 \text{ МПа}. \quad (3.18)$$

Два симметрично расположенных неравнополочных уголка по ГОСТ 8510 – 86. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 160$ МПа.

Исходя из прежнего условия прочности (3.17) и необходимого значения W_x , принимаем уголки 180x110x12 при $W_x = 93,3 \text{ см}^3$.

Труба из алюминиевого сплава. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 130 \text{ МПа}$, соотношение между внутренним и внешним диаметрами $d/D = 0,9$.

Подстановка W_x по формуле $W_x = \frac{\pi D^3}{32} \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]$ в условие прочности

$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma]$ дает возможность вычислить необходимое значение внешнего диаметра трубы:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{32M_x}{\pi[\sigma] \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^4 \right]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 28,8 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 130 \cdot 10^6 \cdot (1 - 0,9^4)}} = 0,187 \text{ м.} \quad (3.19)$$

В результате имеем: $D = 187 \text{ мм}$, $d = 0,9D = 0,9 \cdot 187 = 168 \text{ мм}$.

Деревянная балка с прямоугольным поперечным сечением. Допускаемое напряжение $[\sigma] = 12 \text{ МПа}$, отношение высоты сечения к его ширине $h/b = 2$.

Подстановка W_x по формуле $W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3}$ в прежнее условие прочности приводит к расчету:

$$b \geq \sqrt[3]{\frac{3M_x}{2[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 28,8 \cdot 10^3}{2 \cdot 12 \cdot 10^6}} = 0,153 \text{ м, } b = 153 \text{ мм, } h = 2b = 306 \text{ мм.} \quad (3.20)$$

4. Числовые данные и расчетные схемы

Задача 1. Стержневая система

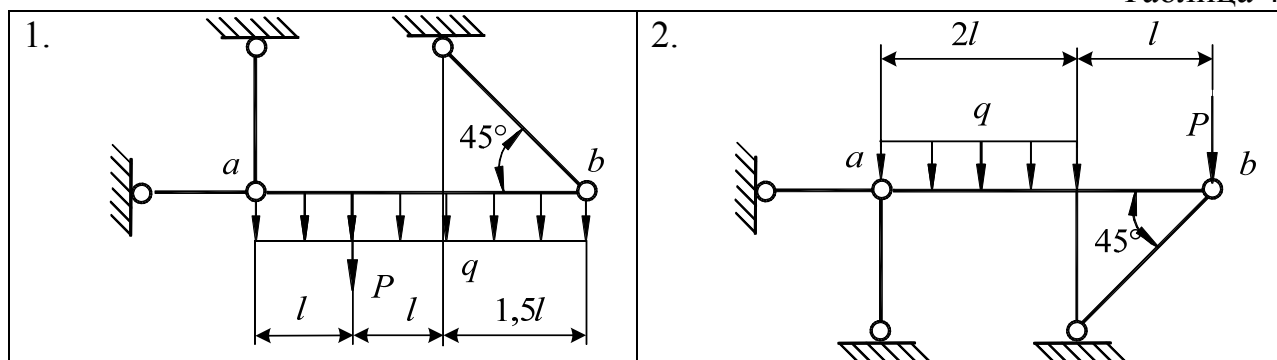
Абсолютно жесткий брус ab имеет три опорных стержня и несет нагрузку известной величины. Требуется: с помощью уравнений равновесия определить усилия в опорных стержнях, подобрать площади поперечных сечений стержней, приняв допускаемые напряжения при сжатии $[\sigma]_c = 120 \text{ МПа}$, при растяжении $[\sigma]_p = 80 \text{ МПа}$. Числовые данные взять из таблицы 4.1, расчетные схемы приведены в таблице 4.2.

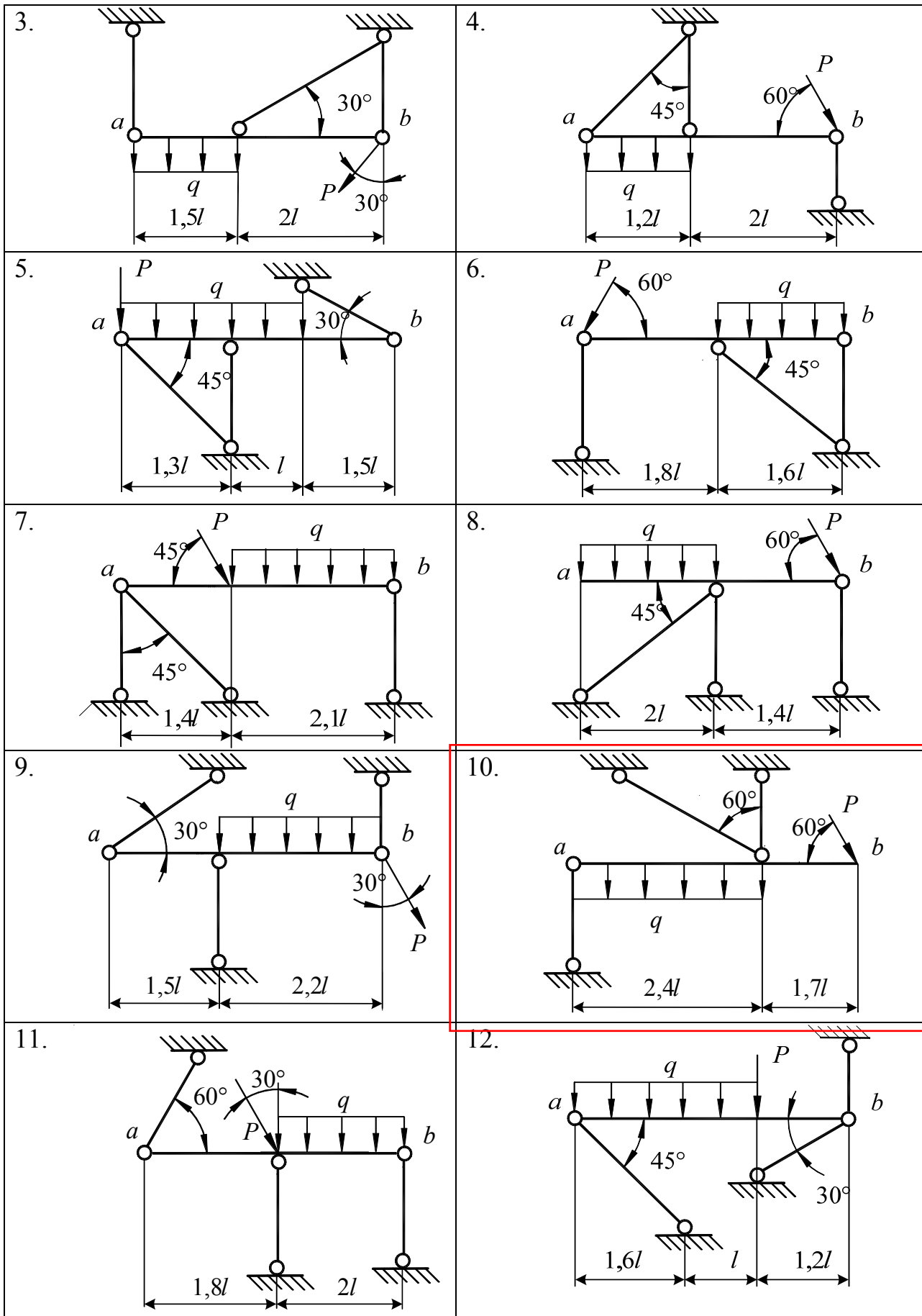
Таблица 4.1

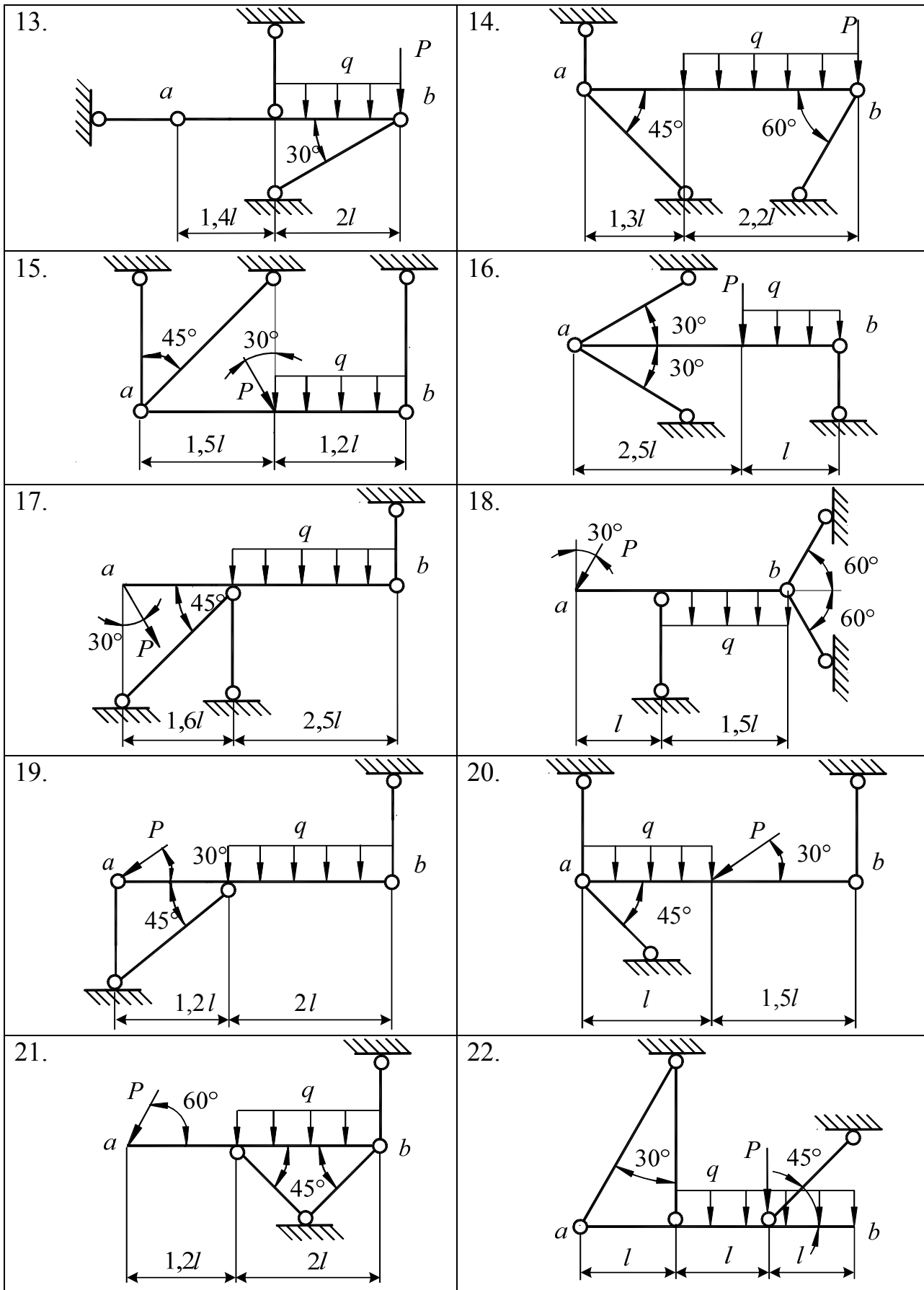
Номер варианта	l , мм	q , кН/м	$\frac{P}{ql}$
1	100	50	1,5
2	120	57	2,0
3	130	46	1,6
4	90	58	2,2
5	80	69	2,3
6	70	64	2,5
7	75	52	1,8
8	105	55	3,0
9	115	62	1,7
10	135	44	1,9
11	140	50	3,2
12	95	66	2,4
13	135	67	2,8
14	110	43	2,4
15	145	70	3,2

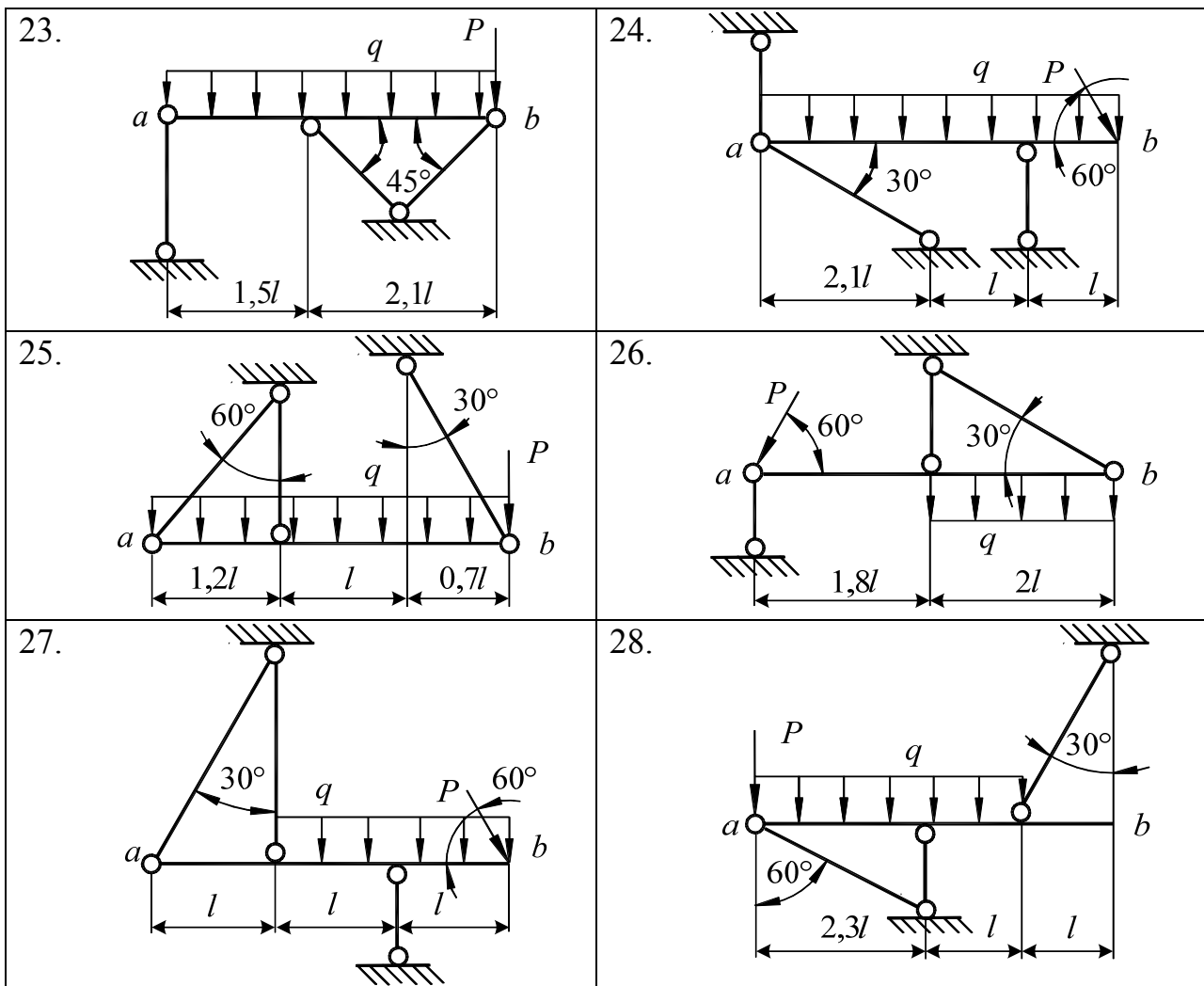
Номер варианта	l , мм	q , кН/м	$\frac{P}{ql}$
16	140	60	2,1
17	95	50	2,6
18	85	66	3,2
19	135	56	2,4
20	125	67	1,4
21	110	40	2,8
22	120	43	3,1
23	145	65	2,4
24	90	70	2,8
25	130	51	3,2
26	100	57	1,6
27	120	46	2,2
28	90	69	2,5
29	70	52	3,0
30	105	62	1,9

Таблица 4.2









Задача 2. Расчет ступенчатого бруса

Стальной ступенчатый брус заданной конфигурации подвергается воздействию внешней нагрузки q , P . Требуется:

1. Построить эпюру продольных сил N .
2. Построить эпюру нормальных напряжений σ при неизвестном значении площади F .

3. Записать условие прочности и определить необходимое значение F при допуске напряжении $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$. Затем назначить площадь поперечного сечения F_i на каждом участке бруса, соблюдая указанные на схеме соотношения между F и F_i .

4. Построить эпюру продольных перемещений u , принимая модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

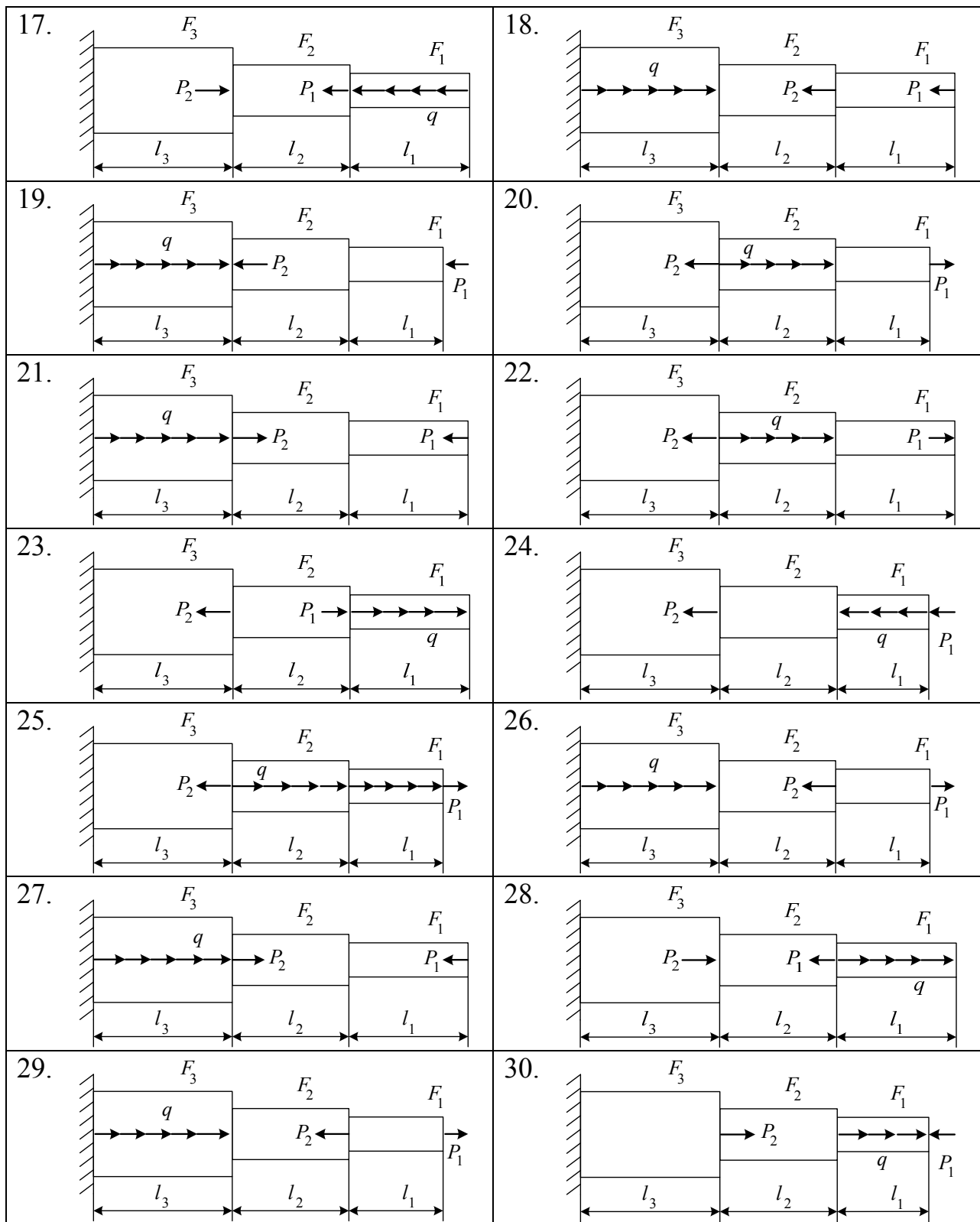
Числовые данные взять из таблицы 4.3, расчетные схемы приведены в таблице 4.4.

Таблица 4.3

Номер варианта	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$	$P_1, \text{ кН}$	$P_2, \text{ кН}$	$q, \text{ кН/м}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{F_2}{F}$	$\frac{F_3}{F}$
1	0,1	0,2	0,3	10	20	10	1,5	1	2
2	0,1	0,3	0,2	20	10	15	1,5	1	2
3	0,3	0,2	0,1	30	15	20	2	1	1
4	0,3	0,1	0,2	10	40	20	1	1	2
5	0,2	0,1	0,3	40	25	10	1	2	1,5
6	0,2	0,3	0,1	30	25	15	1	1	2
7	0,2	0,15	0,1	15	20	5	2	2	1
8	0,15	0,2	0,25	15	35	10	1	1	2
9	0,15	0,25	0,2	20	30	10	2	1,5	1
10	0,15	0,3	0,1	20	40	20	1	2	1
11	0,15	0,25	0,3	20	50	15	2	1,5	1
12	0,3	0,15	0,2	20	35	10	2	2	1,5
13	0,3	0,2	0,15	20	25	30	1	1	2
14	0,3	0,25	0,25	10	15	25	2	1,5	1
15	0,1	0,15	0,2	10	30	15	1,5	2	1
16	0,1	0,25	0,1	10	25	10	2	1,5	1
17	0,1	0,25	0,15	10	35	5	2	2	1
18	0,2	0,25	0,1	10	25	15	1	1	1,5
19	0,2	0,25	0,15	15	35	20	2	1,5	1
20	0,2	0,15	0,35	15	50	25	1	2	1,5
21	0,4	0,35	0,1	15	25	30	1,5	1	2
22	0,4	0,3	0,2	15	35	10	1,5	1	2
23	0,35	0,4	0,15	15	50	5	2	1	1
24	0,35	0,2	0,1	15	25	15	1	1	2
25	0,35	0,35	0,2	20	30	10	1	2	1,5
26	0,25	0,1	0,25	20	40	20	1	1	2
27	0,15	0,2	0,15	30	50	25	2	2	1
28	0,2	0,35	0,2	30	45	10	1	1	2
29	0,15	0,1	0,35	30	10	5	2	1,5	1
30	0,25	0,2	0,3	30	45	15	1	2	1

Таблица 4.4

1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	
7.		8.	
9.		10.	
11.		12.	
13.		14.	
15.		16.	



Задача 3. Расчеты на кручение

Для стального ступенчатого вала заданы величины крутящих моментов M_1 , M_2 , M_3 . Требуется:

1. Построить эпюры крутящих моментов M_z и максимальных касательных напряжений τ_{\max} при неизвестном диаметре вала d .

2. Составить условие прочности и вычислить необходимое d при допуске напряжении $[\tau]=80$ МПа, затем назначить диаметр вала на каждом участке (d_1, d_2, d_3), соблюдая известную его зависимость от d .

3. Построить эпюру углов закручивания сечений φ , приняв модуль сдвига $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

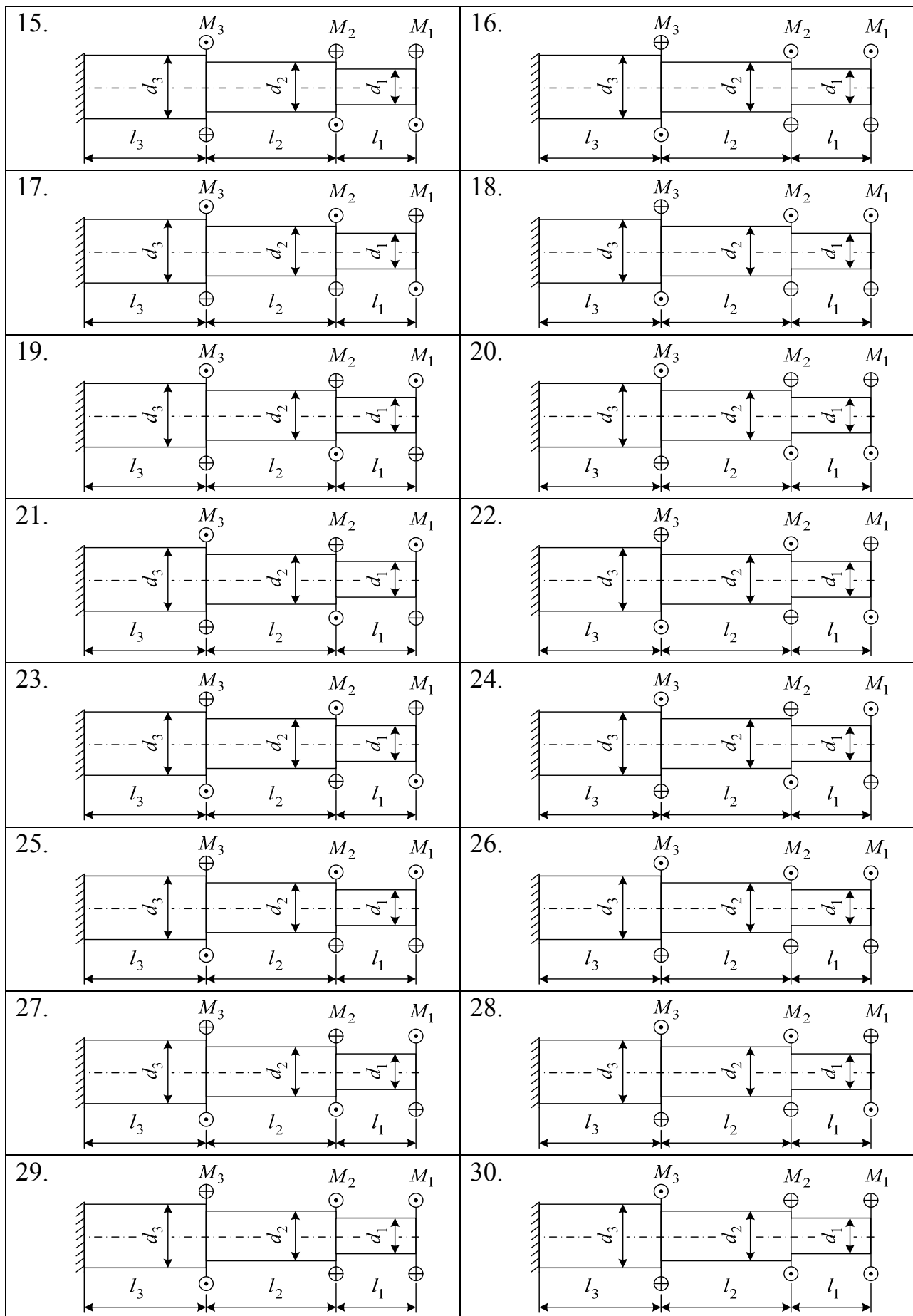
Числовые данные представлены в таблице 4.5, расчетные схемы взять из таблицы 4.6.

Таблица 4.5

Номер варианта	$l_1, \text{ м}$	$l_2, \text{ м}$	$l_3, \text{ м}$	$M_1, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$M_2, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$M_3, \text{ кН}\cdot\text{м}$	$\frac{d_1}{d}$	$\frac{d_2}{d}$	$\frac{d_3}{d}$
1	0,2	0,3	0,4	10	30	15	1	1,2	1,5
2	0,3	0,2	0,5	15	20	40	1,4	1	1,6
3	0,4	0,1	0,6	20	10	25	1,3	1,3	1
4	0,3	0,3	0,4	30	45	10	1	1,5	1,6
5	0,5	0,5	0,6	15	25	30	1,5	1	1,4
6	0,5	0,2	0,4	30	25	35	1,3	1,4	1
7	0,3	0,4	0,2	25	40	20	1	1,5	1,6
8	0,2	0,5	0,6	10	40	20	1,2	1	1,3
9	0,2	0,4	0,3	40	50	20	1,1	1,6	1
10	0,1	0,6	0,5	20	25	30	1	1,4	1,2
11	0,1	0,4	0,2	25	10	15	1,2	1	1,6
12	0,2	0,6	0,2	25	30	35	1,3	1,5	1
13	0,3	0,5	0,1	30	50	45	1	1,4	1,3
14	0,2	0,4	0,3	5	15	20	1,2	1	1,4
15	0,2	0,3	0,4	30	5	20	1,4	1,5	1
16	0,4	0,5	0,6	30	15	40	1	1,4	1,5
17	0,4	0,4	0,5	10	20	25	1,4	1	1,2
18	0,4	0,6	0,2	10	15	20	1,2	1,4	1
19	0,2	0,4	0,3	10	50	30	1	1,6	1,2
20	0,2	0,6	0,2	20	30	40	1,2	1	1,3
21	0,2	0,4	0,2	20	35	45	1,2	1,5	1
22	0,2	0,4	0,3	20	50	5	1	1,4	1,3
23	0,3	0,3	0,4	25	20	10	1,3	1	1,3
24	0,3	0,6	0,6	25	50	10	1,6	1,3	1
25	0,4	0,6	0,3	25	45	25	1	1,5	1,2
26	0,4	0,5	0,2	30	10	20	1,6	1	1,2
27	0,6	0,7	0,2	30	35	50	1,1	1,4	1
28	0,1	0,5	0,4	15	10	40	1	1,2	1,4
29	0,4	0,2	0,4	15	30	45	1,6	1	1,3
30	0,6	0,1	0,3	15	35	10	1,2	1,3	1

Таблица 4.6

1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	
7.		8.	
9.		10.	
11.		12.	
13.		14.	



Задача 4. Анализ внутренних силовых факторов при изгибе

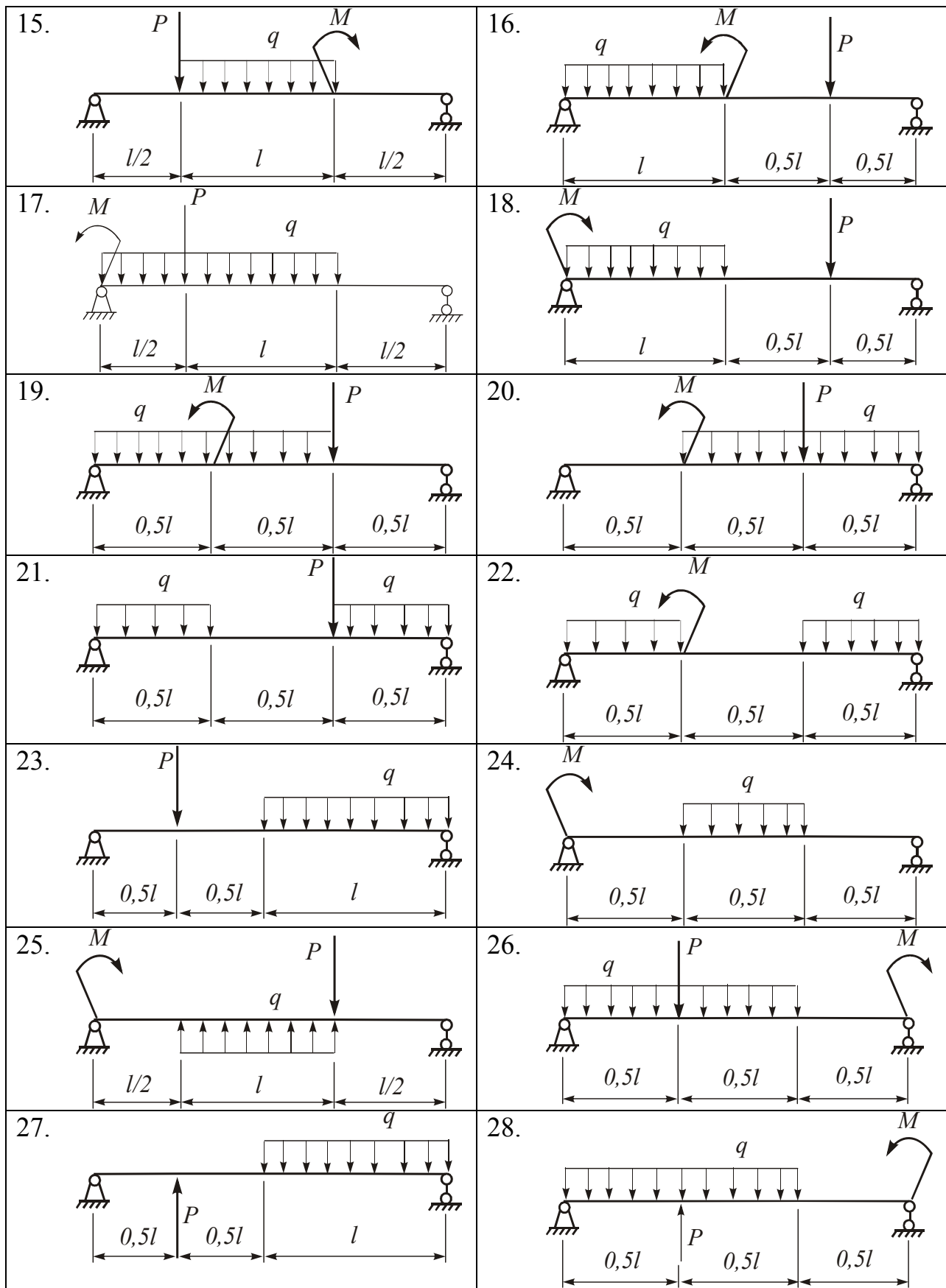
Известны размеры балки и внешняя нагрузка. Требуется определить опорные реакции, построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M_x , вычислить величину M_x в опасном сечении. Числовые данные взять из таблицы 4.7, расчетные схемы представлены в таблице 4.8. Исходя из условия прочности по нормальным напряжениям σ в опасном сечении балки подобрать размеры сечений в пяти альтернативных вариантах. В первом варианте – двутавровое сечение ($[\sigma]=160$ МПа), во втором – два симметрично расположенных швеллера ($[\sigma]=160$ МПа), в третьем – два неравнополочных уголка ($[\sigma]=160$ МПа), в четвертом – труба из алюминиевого сплава ($[\sigma]=130$ МПа), в пятом – деревянный брус с прямоугольным профилем ($[\sigma]=12$ МПа).

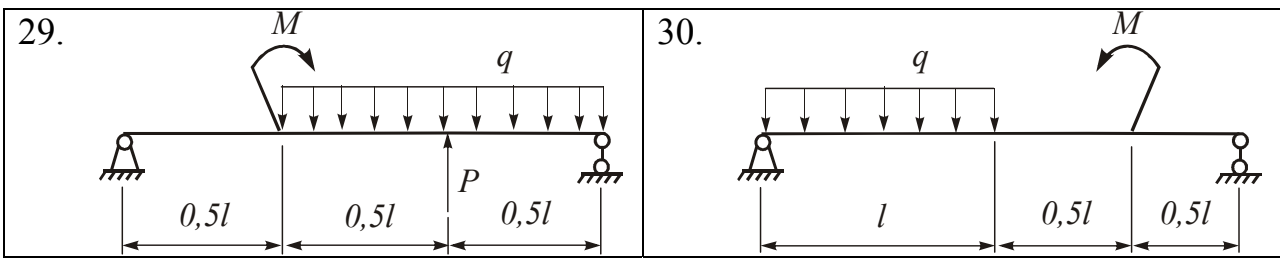
Таблица 4.7

Номер вариант	M , кН·м	P , кН	q , кН/м	l , м
1	10	10	10	1
2	15	20	15	2
3	20	40	10	1,5
4	25	55	15	2
5	30	50	10	1,5
6	35	45	20	0,6
7	40	15	15	0,8
8	45	25	14	1
9	50	30	16	1
10	55	35	18	2
11	60	5	22	1
12	12	15	24	1,8
13	14	20	12	0,8
14	18	40	8	1,4
15	22	45	6	1,6
16	24	55	10	0,6
17	26	50	10	0,4
18	28	30	20	0,5
19	32	25	14	1
20	34	35	10	1,5
21	36	10	5	1,6
22	38	15	15	1,8
23	42	20	18	1,4
24	44	30	20	1,2
25	46	40	5	1
26	48	45	5	2
27	52	10	5	2,2
28	54	5	10	1
29	58	15	20	1,5
30	62	20	15	2

Таблица 4.8

<p>1.</p>	<p>2.</p>
<p>3.</p>	<p>4.</p>
<p>5.</p>	<p>6.</p>
<p>7.</p>	<p>8.</p>
<p>9.</p>	<p>10.</p>
<p>11.</p>	<p>12.</p>
<p>13.</p>	<p>14.</p>



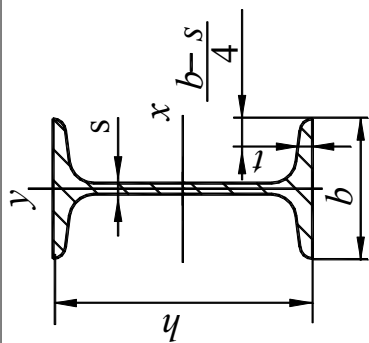


5. Сортамент прокатной стали

Таблица 5.1

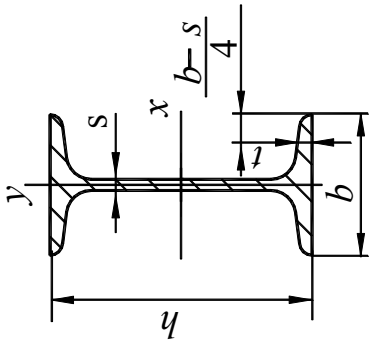
Балки двутавровые (по ГОСТ 8239 – 89)

Номер двутавра	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм
		h	b	s	t								
10	9,46	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	40,6	23,0	17,9	6,49	12,2
12	11,5	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	48,8	33,7	27,9	8,72	13,8
14	13,7	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	57,3	46,8	41,9	11,5	15,5
16	15,9	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	65,7	62,3	58,6	14,5	17,0
18	18,4	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	74,2	81,4	82,6	18,4	18,8
20	21,0	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	82,8	104	115	23,1	20,7
22	24,0	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	91,3	131	157	28,6	22,7
24	27,3	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	99,7	163	198	34,5	23,7



h – высота двутавра;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 i – радиус инерции.

Номер двутавра	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм
		h	b	s	t								
27	31,5	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	112	210	41,5	25,4	
30	36,5	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	123	268	49,9	26,9	
33	42,2	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	135	339	59,9	27,9	
36	48,6	360	145	7,5	12,3	61,9	13400	743	147	423	71,1	28,9	
40	57,0	400	155	8,3	13,0	72,6	19100	953	162	545	86,1	30,3	
45	66,5	450	160	9,0	14,2	84,7	27700	1230	181	708	101	30,9	
50	78,5	500	170	10	15,2	100	39700	1590	199	919	123	32,3	
55	92,6	550	180	11	16,5	118	56000	2040	218	1180	151	33,9	
60	108	600	190	12	17,8	138	76800	2560	236	1490	182	35,4	

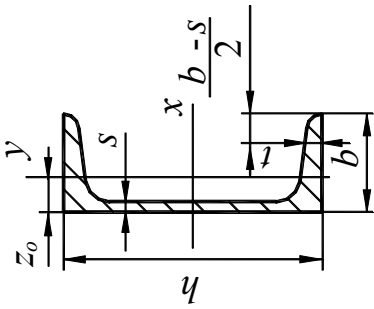


h – высота двутавра;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;

I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 i – радиус инерции.

Швеллеры (по ГОСТ 8240 – 97)

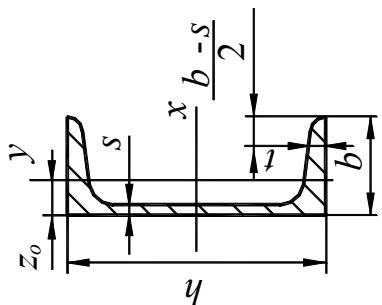
Номер швеллера	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	z_0 , мм
		h	b	s	t									
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6,16	22,7	9,1	19,2	5,52	2,70	9,47	11,5	
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	7,51	48,5	14,9	25,4	8,55	3,60	10,7	12,3	
8	7,05	80	40	4,5	7,4	8,97	89,3	22,3	31,5	12,8	4,65	11,8	13,0	
10	8,59	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,7	39,8	20,0	6,30	13,5	14,2	
12	10,4	120	52	4,8	7,8	13,3	303	50,6	47,8	30,6	8,32	15,2	15,3	
14	12,3	140	58	4,9	8,1	15,6	490	70,1	56,0	44,5	10,7	16,9	16,6	
16	14,2	160	64	5,0	8,4	18,1	746	93,2	64,2	61,9	13,4	18,5	17,8	
16а	15,3	160	68	5,0	9,0	19,5	822	103	64,9	77,2	16,0	19,9	19,8	
18	16,3	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	72,4	84,1	16,5	20,2	19,1	



h – высота швеллера;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения; z_0 – расстояние от оси y до наружной грани стенки.

I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 i – радиус инерции;

Номер швеллера	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	S_x , см ³	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	z_0 , мм
		h	b	s	t									
18а	17,4	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	73,2	76,1	103	19,5	21,6	21,1
20	18,4	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	80,7	87,8	111	19,9	21,7	20,4
22	21,0	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	88,9	110	147	24,4	23,5	21,8
24	24,0	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	97,3	139	208	30,7	25,7	23,9
27	27,7	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	109	178	255	36,2	26,9	24,4
30	31,8	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	120	224	318	42,3	28,0	24,8
33	36,5	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	131	281	400	50,4	29,3	25,6
36	41,9	360	110	7,5	12,6	53,4	10800	601	142	350	499	59,7	30,6	26,4
40	48,3	400	115	8,0	13,5	61,5	15200	761	157	444	626	71,3	31,9	27,2

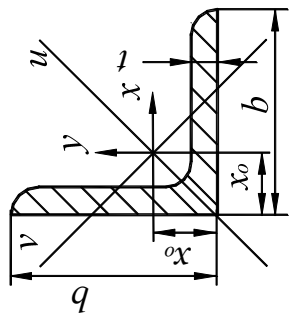


h – высота швеллера;
 b – ширина полки;
 s – толщина стенки;
 t – средняя толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения; z_0 – расстояние от оси y до наружной грани стенки.

I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 S – статический момент полусечения;
 i – радиус инерции;
 z_0 – расстояние от оси y до наружной грани стенки.

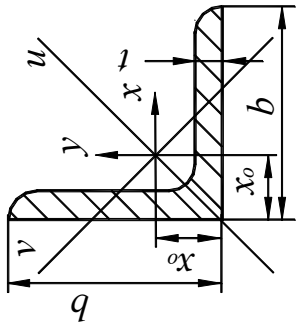
Уголки равнополочные (по ГОСТ 8509 – 93)

Номер УГОЛКА	Масса, кг/м	Размеры, мм		F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_u , см ⁴	i_u , мм	I_v , см ⁴	W_v , см ³	i_v , мм	I_{xy} , см ⁴
		b	t										
20x3	0,890	20	3	1,13	0,400	0,280	5,90	0,630	7,50	0,170	0,200	3,90	0,230
20x4	1,15	20	4	1,46	0,500	0,370	5,80	0,780	7,30	0,220	0,240	3,80	0,280
25x3	1,12	25	3	1,43	0,810	0,460	7,50	1,29	9,50	0,340	0,330	4,90	0,470
25x4	1,46	25	4	1,86	1,03	0,590	7,40	1,62	9,30	0,440	0,410	4,80	0,590
28x3	1,27	28	3	1,62	1,16	0,580	8,50	1,84	10,7	0,480	0,420	5,50	0,680
30x3	1,36	30	3	1,74	1,45	0,670	9,10	2,30	11,5	0,600	0,530	5,90	0,850
30x4	1,78	30	4	2,27	1,84	0,870	8,00	2,92	11,3	0,770	0,610	5,80	1,08
32x3	1,46	32	3	1,86	1,77	0,770	9,70	2,80	12,3	0,740	0,590	6,30	1,03
32x4	1,91	32	4	2,43	2,26	1,00	9,60	3,58	12,1	0,940	0,710	6,20	1,32
35x3	1,60	35	3	2,04	2,35	0,930	10,7	3,72	13,5	0,970	0,710	6,90	1,37
35x4	2,10	35	4	2,17	3,01	1,21	10,6	4,76	13,3	1,25	0,880	6,80	1,75
35x5	2,58	35	5	3,28	3,61	1,47	10,5	5,71	13,2	1,52	1,02	6,80	2,10
40x3	1,85	40	3	2,35	3,55	1,22	12,3	5,63	15,5	1,47	0,950	7,90	2,08
40x4	2,42	40	4	3,08	4,58	1,60	12,2	7,26	15,3	1,90	1,19	7,80	2,68



b – ширина полки; W – момент сопротивления;
 t – толщина полки; i – радиус инерции;
 F – площадь поперечного сечения; x_0 – расстояние от оси y до наружной
 I – момент инерции сечения; грани полки.

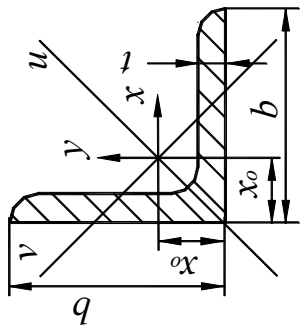
Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм		F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_u , см ⁴	i_u , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	I_{xy} , см ⁴
		b	t										
40x5	2,98	40	5	11,7	3,79	1,95	12,1	8,75	15,2	2,30	1,39	7,80	3,22
45x3	2,08	45	3	12,1	2,65	1,56	13,9	8,13	17,5	2,12	1,24	8,90	3,00
45x4	2,73	45	4	12,6	3,48	2,04	13,8	10,5	17,4	2,74	1,54	8,90	3,89
45x5	3,37	45	5	13,0	4,29	2,51	13,7	12,7	17,2	3,33	1,81	8,80	4,71
50x3	2,32	50	3	13,3	2,96	1,94	15,5	11,3	19,5	2,95	1,57	10,0	4,16
50x4	3,05	50	4	13,8	3,89	2,54	15,4	14,6	19,4	3,80	1,95	9,90	5,42
50x5	3,77	50	5	14,2	4,80	3,13	15,3	17,8	19,2	4,63	2,30	9,80	6,57
50x6	4,47	50	6	14,6	5,69	3,69	15,2	20,7	19,1	5,43	2,63	9,80	7,65
56x4	3,44	56	4	15,2	4,38	3,21	17,3	20,8	21,8	5,41	2,52	11,1	7,69
56x5	4,25	56	5	15,7	5,41	3,96	17,2	25,4	21,6	6,59	2,97	11,0	9,41
63x4	3,90	63	4	16,9	4,96	4,09	19,5	29,9	24,5	7,81	3,26	12,5	11,0
63x5	4,81	63	5	17,4	6,13	5,05	19,4	36,8	24,4	9,52	3,87	12,5	13,7
63x6	5,72	63	6	17,8	7,28	5,98	19,3	42,9	24,3	11,2	4,44	12,4	15,9
70x5	5,38	70	5	19,0	6,86	6,27	21,6	50,7	27,2	13,2	4,92	13,9	18,7



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 x_0 – расстояние от оси y до наружной грани полки.

Продолжение таблицы 5.3

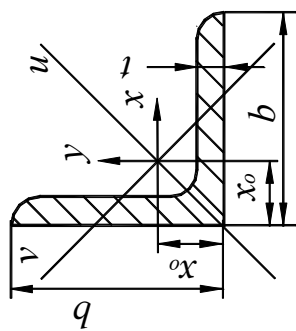
Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм		F , см ²	I_x , см ⁴	W_{x_s} , см ³	i_x , мм	I_u , см ⁴	i_u , мм	I_v , см ⁴	W_v , см ³	i_v , мм	I_{xy} , см ⁴
		b	t										
70x6	6,39	70	6	8,15	37,6	7,43	21,5	59,6	27,1	15,5	5,66	13,8	22,1
70x7	7,39	70	7	9,42	43,0	8,57	21,4	68,2	26,9	17,8	6,31	13,7	25,2
70x8	8,37	70	8	10,7	48,2	9,68	21,2	76,4	26,8	20,0	6,99	13,7	28,2
75x5	5,80	75	5	7,39	39,5	7,21	23,1	62,6	29,1	16,4	5,74	14,9	23,1
75x6	6,89	75	6	8,78	46,6	8,57	23,0	73,9	29,0	19,3	6,62	14,8	27,3
75x7	7,96	75	7	10,2	53,3	9,89	22,9	84,6	28,9	22,1	7,43	14,7	31,2
75x8	9,02	75	8	11,5	59,8	11,2	22,8	94,9	28,7	24,8	8,16	14,7	35,0
75x9	10,1	75	9	12,8	66,1	12,4	22,7	105	28,6	27,5	8,91	14,6	38,6
80x5	6,78	80	5,5	8,63	52,7	9,03	24,7	83,6	31,1	21,8	7,10	15,9	30,9
80x6	7,36	80	6	9,38	57,0	9,80	24,7	90,4	31,1	23,5	7,60	15,8	33,4
80x7	8,51	80	7	10,8	65,3	11,3	24,5	104	30,9	27,0	8,55	15,8	38,3
80x8	9,65	80	8	12,3	73,4	12,8	24,4	116	30,0	30,3	9,44	15,7	43,0
90x6	8,33	90	6	10,6	82,1	12,5	27,8	130	35,0	34,0	9,88	17,9	48,1
90x7	9,64	90	7	12,3	94,3	14,4	27,7	150	34,9	38,9	11,2	17,8	55,4



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции сечения;

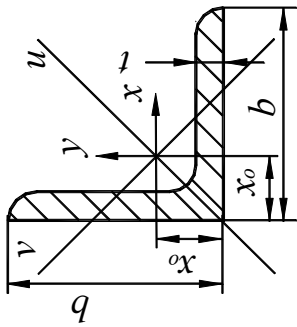
W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 x_0 – расстояние от оси y до наружной
 грани полки.

Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм			F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_u , см ⁴	i_u , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	I_{xy} , см ⁴
		b	t	x_0										
90x8	10,9	90	8	25,1	13,9	106	16,4	27,6	168	34,8	43,8	12,3	17,7	62,3
90x9	12,2	90	9	25,5	15,6	118	18,3	27,5	186	34,6	48,6	13,5	17,7	68,0
100x6,5	10,1	100	6,5	26,8	12,8	122	16,7	30,9	193	38,9	50,7	13,4	19,9	71,4
100x7	10,8	100	7	27,1	13,8	131	17,9	30,8	207	38,8	54,2	14,1	19,8	76,4
100x8	12,2	100	8	27,5	15,6	147	20,3	30,7	233	38,7	60,9	15,7	19,8	86,3
100x10	15,1	100	10	28,3	19,2	179	25,0	30,5	284	38,4	74,1	18,5	19,6	110
100x12	17,9	100	12	29,1	22,8	209	29,5	30,3	331	38,1	86,8	21,1	19,5	122
100x14	20,6	100	14	29,9	26,3	237	33,8	30,0	375	37,8	99,3	23,5	19,4	138
100x16	23,3	100	16	30,6	29,7	264	38,0	29,8	416	37,4	112	25,8	19,4	152
110x7	11,9	110	7	29,6	15,2	176	21,8	34,0	279	42,9	72,7	17,4	21,9	106
110x8	13,5	110	8	30,0	17,2	198	24,8	33,9	315	42,8	81,8	19,3	21,8	116
125x8	15,5	125	8	33,6	19,7	294	32,2	38,7	467	48,7	122	25,7	24,9	172
125x9	17,3	125	9	34,0	22,0	327	36,0	38,6	520	48,6	136	28,3	24,8	192
125x10	19,1	125	10	34,5	24,3	360	39,7	38,5	571	48,4	149	30,4	24,7	211



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 x_0 – расстояние от оси y до наружной грани полки.

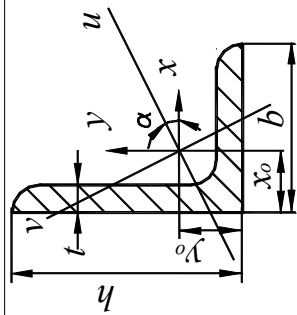
Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм		F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_u , см ⁴	i_u , мм	I_v , см ⁴	W_v , см ³	i_v , мм	I_{xy} , см ⁴
		b	t										
125x12	22,7	125	12	35,3	422	47,1	38,2	670	48,2	174	34,9	24,6	248
125x14	26,2	125	14	36,1	482	54,2	38,0	764	47,8	200	39,1	24,5	282
125x16	29,6	125	16	36,8	539	61,1	37,8	853	47,5	224	43,1	24,4	315
140x9	19,4	140	9	37,8	466	45,6	43,4	739	54,7	192	35,9	27,9	274
140x10	21,4	140	10	38,2	512	50,3	43,3	814	54,6	211	39,0	27,8	301
140x12	25,5	140	12	39,0	602	59,7	43,1	957	54,3	248	45,0	27,6	354
160x10	24,7	160	10	43,0	774	66,2	49,6	1230	62,5	319	52,5	31,9	455
160x11	27,0	160	11	43,5	844	72,4	49,5	1340	62,4	348	56,5	31,8	496
160x12	29,4	100	12	43,9	913	78,6	49,4	1450	62,3	376	60,5	31,7	537
160x14	34,2	110	14	44,7	1050	90,8	49,2	1660	62,0	431	68,2	31,6	615
160x16	38,5	110	16	45,5	1180	103	48,9	1870	61,7	485	75,9	31,4	690
160x18	43,0	125	18	46,3	1290	114	48,7	2060	61,3	537	82,1	31,3	771
160x20	47,4	125	20	47,0	1420	126	48,5	2250	61,0	589	90,0	31,2	830
180x11	30,5	125	11	48,5	1220	92,5	56,0	1930	70,6	500	72,9	35,9	716



b – ширина полки;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 x_0 – расстояние от оси y до наружной грани полки.

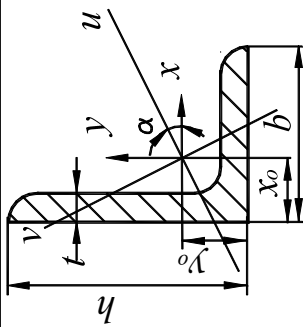
Уголки неравнополочные (по ГОСТ 8510–86)

Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	I_v , см ⁴	I_{xy} , см ⁴	$tg\alpha$	
		h	b	t	x_0											y_0
25x16x3	0,910	25	16	3	4,20	8,60	1,16	0,700	0,430	7,80	0,220	0,190	4,40	0,130	0,220	0,392
30x20x3	1,12	30	20	3	5,10	10,0	1,43	1,27	0,620	9,40	0,450	0,300	5,60	0,260	0,430	0,427
30x20x4	1,46	30	20	4	5,40	10,4	1,86	1,61	0,820	9,30	0,560	0,390	5,50	0,340	0,540	0,421
32x20x3	1,17	32	20	3	4,90	10,8	1,49	1,52	0,720	10,1	0,460	0,300	5,50	0,280	0,470	0,382
32x20x4	1,52	32	20	4	5,30	11,2	1,94	1,93	0,930	10,0	0,570	0,390	5,40	0,350	0,500	0,374
40x25x3	1,48	40	25	3	5,90	13,2	1,89	3,06	1,14	12,7	0,930	0,490	7,00	0,560	0,960	0,385
40x25x4	1,94	40	25	4	6,30	13,7	2,47	3,93	1,49	12,6	1,18	0,630	6,90	0,710	1,22	0,281
40x25x5	2,37	40	25	5	6,60	14,1	3,03	4,73	1,82	12,5	1,41	0,770	6,80	0,860	1,44	0,374
40x30x4	2,26	40	30	4	7,80	12,8	2,67	4,18	1,54	12,5	2,01	0,910	8,70	1,09	1,68	0,544
40x30x5	2,46	40	30	5	8,20	13,2	3,28	5,04	1,88	12,4	2,41	1,11	8,60	1,33	2,00	0,539
45x28x3	1,68	45	28	3	6,40	14,7	2,14	4,41	1,45	14,8	1,32	0,610	7,90	0,790	1,38	0,382
45x28x4	2,20	45	28	4	6,80	15,1	2,80	5,68	1,90	14,2	1,69	0,800	7,80	1,02	1,77	0,379
50x32x3	1,90	50	32	3	7,20	16,0	2,42	6,18	1,82	16,0	1,99	0,810	9,10	1,18	2,01	0,403
50x32x4	2,40	50	32	4	7,60	16,5	3,17	7,98	2,38	15,9	2,56	1,05	9,00	1,52	2,59	0,401



h, b – размеры полков;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения; x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.
 I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;

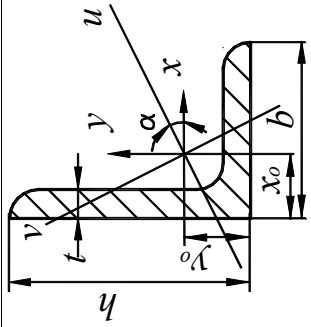
Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	I_v , см ⁴	I_{xy} , см ⁴	$tg\alpha$	
		h	b	t	x_0											y_0
56x36x4	2,81	56	36	4	8,40	18,2	3,58	11,3	3,01	17,8	3,70	1,34	10,2	2,19	3,74	0,406
56x36x5	3,46	56	36	5	8,80	18,7	4,41	13,8	3,70	17,7	4,48	1,65	10,1	2,65	4,50	0,404
63x40x4	3,17	63	40	4	9,10	20,3	4,04	16,3	3,83	20,1	5,16	1,67	11,3	3,07	5,25	0,397
63x40x5	3,91	63	40	5	9,50	20,8	4,98	19,9	4,72	20,0	6,26	2,05	11,2	3,73	6,41	0,396
63x40x6	4,63	63	40	6	9,00	21,2	5,90	23,3	5,58	19,9	7,29	2,42	11,1	4,36	7,44	0,393
63x40x8	6,03	63	40	8	10,7	22,0	7,68	29,6	7,22	19,6	9,15	3,12	10,9	5,58	9,27	0,386
65x50x5	4,36	65	50	5	12,6	20,0	5,56	23,4	5,20	20,5	12,1	3,23	14,7	6,41	9,77	0,576
65x50x6	5,18	65	50	6	13,0	20,4	6,60	27,5	6,16	20,4	14,1	3,82	14,6	7,52	11,5	0,575
65x50x7	5,98	65	50	7	13,4	20,8	7,62	31,3	7,08	20,3	16,0	4,38	14,5	8,60	12,9	0,571
65x50x8	6,77	65	50	8	13,7	21,2	8,62	35,0	7,99	20,2	18,9	4,93	14,4	9,65	13,6	0,570
70x45x5	4,39	70	45	5	10,5	22,8	5,59	27,8	5,88	22,3	9,05	2,62	12,7	5,34	9,12	0,406
80x50x5	4,49	80	50	5	11,3	26,0	6,36	41,6	7,71	25,6	12,7	3,28	14,1	7,57	13,2	0,387
80x50x6	5,92	80	50	6	11,7	26,5	7,55	49,0	9,15	25,5	14,8	3,88	14,0	8,88	15,5	0,386
80x60x6	6,39	80	60	6	14,9	24,7	8,15	52,1	9,42	25,3	25,2	5,58	17,6	13,6	21,0	0,547



h, b – размеры полков;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения;
 I – момент инерции сечения;

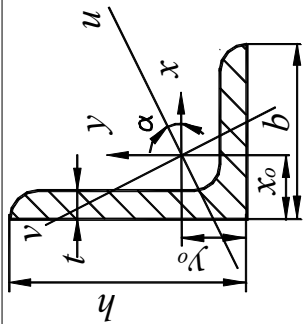
W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	I_v , см ⁴	I_{xy} , см ⁴	$tg \alpha$	
		h	b	t	x_0											y_0
80x60x7	7,39	80	60	7	15,3	25,2	9,42	59,6	10,9	25,2	28,7	6,43	17,5	15,6	24,0	0,546
80x60x8	8,37	80	60	8	15,7	25,6	10,7	66,9	12,4	25,0	32,2	7,26	17,4	17,5	26,8	0,544
90x56x5	6,17	90	56	5,5	12,6	29,2	7,86	65,3	10,7	28,8	19,7	4,53	15,8	11,8	20,5	0,384
90x56x6	6,70	90	56	6	12,8	29,5	8,54	70,6	11,7	28,8	21,2	4,91	15,8	12,7	22,2	0,384
90x56x8	8,77	90	56	8	13,6	30,4	11,2	90,9	15,2	28,5	27,1	6,39	15,6	16,3	28,3	0,380
100x63x6	7,53	100	63	6	14,2	32,3	9,58	98,3	14,5	32,0	30,6	6,27	17,9	18,2	31,5	0,393
100x63x7	8,70	100	63	7	14,6	32,8	11,1	113	16,8	31,9	35,0	7,23	17,8	20,8	36,1	0,392
100x63x8	9,87	100	63	8	15,0	33,2	12,6	127	19,0	31,8	39,2	8,17	17,7	23,4	40,5	0,391
100x63x10	12,1	100	63	10	15,8	34,0	15,5	154	23,3	31,5	47,2	9,99	17,5	28,3	48,6	0,387
100x65x7	8,81	100	65	7	15,2	32,4	11,2	114	16,9	31,9	38,3	7,70	18,5	22,8	38,0	0,415
100x65x8	9,99	100	65	8	15,6	32,8	12,7	128	19,1	31,8	43,0	8,70	18,4	25,2	42,6	0,414
100x65x10	12,3	100	65	10	16,4	33,7	15,7	156	23,4	31,5	51,7	10,6	18,2	30,6	51,2	0,410
110x70x6	8,98	110	70	6,5	15,8	35,5	11,4	142	19,1	35,3	45,6	8,42	20,0	26,9	46,8	0,402
110x70x8	10,9	110	70	8	16,4	36,1	13,9	172	23,2	35,1	54,6	10,2	19,8	32,3	55,9	0,400



h, b – размеры полки;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения; x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.
 I – момент инерции сечения;
 W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;

Номер уголка	Масса, кг/м	Размеры, мм				F , см ²	I_x , см ⁴	W_x , см ³	i_x , мм	I_y , см ⁴	W_y , см ³	i_y , мм	I_v , см ⁴	I_{xy} , см ⁴	$fg\alpha$	
		h	b	t	x_0											y_0
125x80x7	11,0	125	80	7	18,0	40,1	14,1	226	26,7	40,1	73,7	11,9	22,9	43,4	74,7	0,407
125x80x8	12,6	125	80	8	18,4	40,5	16,0	226	30,3	40,0	81,0	13,5	22,8	48,8	84,1	0,406
125x80x10	15,5	125	80	10	19,2	41,4	19,7	312	37,3	39,8	100	16,5	22,6	59,3	102	0,404
125x80x12	18,3	125	80	12	20,0	42,2	23,4	365	44,1	39,5	117	19,5	22,4	69,5	118	0,400
140x90x8	14,1	140	90	8	20,3	44,9	18,0	364	38,2	44,9	120	17,2	25,8	70,3	121	0,411
140x90x10	17,5	140	90	10	21,2	45,8	22,2	444	47,2	44,7	146	21,1	25,8	85,5	147	0,409
160x100x9	18,0	160	100	9	22,4	51,9	22,9	606	56,0	51,5	186	24,0	28,5	110	194	0,391
160x100x10	19,8	160	100	10	22,8	52,3	25,3	667	61,9	51,3	204	26,4	28,4	121	213	0,390
160x100x12	23,6	160	100	12	23,6	53,2	30,0	784	73,4	51,1	239	31,2	28,2	142	249	0,388
160x100x14	27,3	160	100	14	24,3	54,0	34,7	897	84,6	50,8	272	35,9	28,0	162	232	0,385
180x110x10	22,2	180	110	10	24,4	58,8	28,3	952	78,6	58,0	276	32,3	31,2	165	295	0,376
180x110x12	26,4	180	110	12	25,2	59,7	33,7	1120	93,3	57,7	324	38,2	31,0	194	348	0,374
200x125x11	27,4	200	125	11	27,9	65,0	34,9	1450	107	64,5	446	46,0	35,8	264	465	0,392
200x125x12	29,4	200	125	12	28,3	65,4	37,9	1570	116	64,3	482	49,8	35,7	285	503	0,392



h, b – размеры полков;
 t – толщина полки;
 F – площадь поперечного сечения; x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки;
 I – момент инерции сечения;

W – момент сопротивления;
 i – радиус инерции;
 x_0, y_0 – расстояние от центра тяжести до наружной грани полки.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Растяжение – сжатие стержня	4
1.1. Краткие теоретические сведения	4
1.2. Пример решения задачи 1	6
1.3. Пример решения задачи 2	8
2. Кручение стержня круглого поперечного сечения	12
2.1. Краткие теоретические сведения	12
2.2. Пример решения задачи 3	14
3. Изгиб прямых брусьев	18
3.1. Краткие теоретические сведения	18
3.2. Пример решения задачи 4	20
4. Числовые данные и расчетные схемы	25
Задача 1. Стержневая система	25
Задача 2. Расчет ступенчатого бруса	28
Задача 3. Расчеты на кручение	32
Задача 4. Анализ внутренних силовых факторов при изгибе	35
5. Сортамент прокатной стали	39
Балки двутавровые (по ГОСТ 8239 – 89)	39
Швеллеры (по ГОСТ 8240 – 97)	41
Уголки равнополочные (по ГОСТ 8509 – 93)	43
Уголки неравнополочные (по ГОСТ 8510 – 86)	48