## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №4

**Тема:** Определение максимума мощности в цепи постоянного тока с применением производной.

**Цель работы:** Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Дифференциальное и интегральное исчисление».

**Задание: Выполните задание по чертежу:**

**4\***



На рисунке изображен график функции *у = f (x)* , определенной на интервале (-6; 5). Найдите сумму точек экстремума функции

 *f (x)*.

10\*

**Задание: Выполните задание по чертежу:**



На рисунке изображен график производной функции *f(x),* определенной на интервале

 (−11; 3). Найдите промежутки возрастания функции *f(x).* В ответе укажите длину наибольшего из них.

16\* **Задание: Найти точки экстремума и определить их характер:**

*y=-*

*22\** **Задание: Исследуйте на экстремум функцию:**

$$y=\sqrt[3]{x^{2}}\left(10-x\right)$$

28\* **Задание: Постройте график функции:**



## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

**Тема:** Вычисление площадей и объемов при проектировании объектов транспорта с применением определенного интеграла.

 **Цель работы:** Корректировать знания, умения и навыки по теме: «Дифференциальное и интегральное исчисление».

**Задание: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:**

****

10\* **Задание: Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:**



16\* **Задание**: **Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями:**

$$y=-1,5x^{2}+9x-7,5, y=-x^{2}+6x-5$$

*22\** **Задание: Вычислить объем тела:**

Полученного при вращении вокруг оси *Оy* трапеции, образованной прямыми $y=3x,у=2,у$=4 и осью ординат.

*28\** **Задание: Решить задачу:**

Скорость движения поезда задается формулой $V\left(t\right)=3+3t^{2}$км/ч. Найти путь пройденный поездом за первые 4с от начала движения.

**Пояснения к работе:**

**Необходимые формулы:**

**Вычисление площадей плоских фигур**

Площадь криволинейной трапеции (рис.1) с основанием на оси ох вычисляется по формуле

*y*

*x*

*0*







 Рис. 1.

Если , т.е. криволинейная трапеция расположена ниже оси ох (рис.2), то её площадь вычисляется по формуле

.

*y*

*x*

*0*







 Рис. 2.

Если для всех выполняется условие , т.е. , то площадь фигуры, ограниченной графиками непрерывных функций ,  и прямыми , ,  (рис.3), вычисляется по формуле

*y*

*x*

*0*









 Рис. 3.

Площадь криволинейной трапеции с основанием на оси оу (рис.4) вычисляется по формуле:

 *y*

*x*

*0*







 Рис. 4.

Если , т.е. криволинейная трапеция расположена левее оси оу (рис.5), то её площадь вычисляют по формуле

 *y*

*x*

*0*







 Рис. 5.

Если для всех выполняется условие , т.е. , то площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиками непрерывных функций ,  и прямыми , ,  (рис.6), вычисляется по формуле

 *y*

*x*

*0*









 Рис. 6.

**Вычисление объёмов тел вращения**

Объём тела, образованного вращением вокруг оси ох криволинейной трапеции, ограниченной непрерывной линией , отрезком оси абсцисс  и прямыми , вычисляется по формуле

.

Объём тела, образованного вращением вокруг оси оу криволинейной трапеции, ограниченной непрерывной линией , отрезком оси ординат  и прямыми , вычисляется по формуле

.

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

**Тема:** Решение дифференциальных уравнений первого порядка с разделяющимися переменными.

**Цель работы:** Закрепить и систематизировать знания по теме «Обыкновенные дифференциальные уравнения».

**4\* Задание: Проверить подстановкой, что данная функция является общим решением (интегралом) данного дифференциального уравнения:**

$y=3x^{3}-2x;$ $dy=\left(3x^{2}-2\right) dx$

**10\* Задание: Найти общие решения дифференциальных уравнений методом разделения переменных:**

$$xy^{/}-y=0$$

**16\* Задание: Найти частные решения уравнений первого порядка, удовлетворяющие указанным начальным условиям:**

|  |  |
| --- | --- |
| 16. | $\frac{xdx}{y}-dy+\frac{dx}{4y}=0,$ $$ y\ne 0 , y\_{0}=-5, при x\_{0}=3$$ |

**\*Задание**: **Решить линейные уравнения первого порядка:**

|  |  |
| --- | --- |
| 22. | $$y^{/}+\frac{2y}{x}=x^{3}$$ |

**Задание**: **Найти частные решения однородных дифференциальных уравнений:**

|  |  |
| --- | --- |
| 28. | $$\left(1-x\right)dy-\left(y-1\right)dx=0, $$$$если при x=2, y=3 $$ |

**Пояснения к работе:**

**Необходимые формулы:**

**Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка**

***y' = f(x,y)*** с разделяющими переменными

1. Рассмотрим производную *y'* как отношение дифференциалов ,
2. Перенесем *dx* в правую часть и разделим уравнение на *h(y):* 
3. Разделим обе части уравнения на *h(y) ≠ 0*
4. Запишем уравнение в форме: 
5. Проинтегрируем дифференциальное уравнение: 

 где C − постоянная интегрирования.

1. Вычислим интегралы, получаем выражение 

**Алгоритм решения дифференциального уравнения первого порядка**

**вида **

1. Пусть *y = uv*, тогда по правилу дифференцирования произведения функций и линейное дифференциальное уравнения первого порядка примет вид  или 
2. Выберем функцию *v(x)* так, чтобы в этом уравнении выражение в скобках обратилось в нуль: 
3. Разделим в уравнении  переменные.
4. Выполним почленное интегрирование, найдём функцию *v.* Так как функция *v* - решение уравнения, то её подстановка в уравнение  даёт 
5. Найдём функцию *u* как общее решение этого уравнения.
6. Найдем решение исходного линейного дифференциального уравнения первого порядка. Оно равно произведению функций *y = uv.*

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №7

### Тема: Разложение функций в ряд Фурье.

**Цель работы:** Закрепить и систематизировать знания по теме: «Ряды».

**Задание: Найдите первые четыре члена ряда по заданному члену:**

|  |  |
| --- | --- |
| 4. | $$u\_{n}=\frac{3n+1}{\left(n^{2}+1\right)3^{n-1}}$$ |

**Задание: Написать простейшую формулу *n*-го члена ряда по указанным его первым членам и записать ряд, используя знак суммы (Σ):**

|  |  |
| --- | --- |
| 10. | $$\frac{1}{2}+\frac{3}{4}+\frac{5}{6}+\frac{7}{8}+…$$ |

**Задание: Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Коши**:

|  |  |
| --- | --- |
| 16. |  |

**Задание: Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Даламбера**:

|  |  |
| --- | --- |
| 22. | C:\Users\Администратор\Desktop\123.png  |

**Задание: Разложите в ряд Фурье функцию:**

|  |  |
| --- | --- |
| 28. | $$f\left(x\right)=\left\{\begin{array}{c}-1 при-π<x<0,\\1 при 0<x<π\end{array}\right.$$ |

**Пояснения к работе:**

**Необходимые формулы:**

**Частичная сумма ряда**

Пусть — числовой ряд.

Число  называется n-ой частичной суммой ряда .

Сумма (числового) ряда — это предел частичных сумм , если он существует и конечен. Таким образом, если существует число  то в этом случае пишут  . Такой ряд называется сходящимся. Если предел частичных сумм не существует или бесконечен, то ряд называется расходящимся.

**Признак Даламбера:**

Если для ряда с положительными членами существует  , то при p<1 ряд сходится, при p>1 ряд расходится, при p=1 вопрос о сходимости остается открытым.

**Разложение в ряд Фурье периодических функций Т=2L,**



Коэффициенты Фурье

;

;

 ; n = 1, 2, 3, …:; ; , n = 1, 2, 3, …

## ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №9

**Тема:** Оценка результатов тестового эксперимента эффективности работы механизмов и оборудования на железнодорожном транспорте посредством определения сходимости числового ряда по признаку Даламбера.

**Цель работы:** Закрепить и систематизировать знания по теме: «Ряды».

**Задание:** **Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью теорем сравнения:**

|  |  |
| --- | --- |
| 4. | http://www.mathprofi.ru/g/ryady_dlya_chajnikov_clip_image146.gif |

**Задание:** **Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью признака Даламбера:**

|  |  |
| --- | --- |
| 10. | http://pgsksaa07.narod.ru/Images/examples/examples_ryad_Dalamber/example_3/e_3_1.gif |

## Задание: Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью признака Коши:

|  |  |
| --- | --- |
| 16. | \sum\limits_{n = 2}^\infty  {\sin \frac{{n - 2}}{{{n^2} + 5}}} |

**Задание: Найти сумму ряда:**

|  |  |
| --- | --- |
| 22. |  с точностью  |

**Задание: Исследовать на сходимость числовой ряд с произвольными членами (в случае сходимости указать тип: абсолютная или условная):**

|  |  |
| --- | --- |
| 28. | http://www.kvadromir.com/kuznec/rjady/4.26/1.gif |

**Пояснения к работе:**

**Необходимые формулы:**

**1.Признак сравнения**

Пусть даны два ряда с положительными членами *а1+ а2+…+ аn+…* (А)

и *b1+ b2+…+ bn+…* (B), причем каждый член ряда (А) не превосходит соответствующего члена ряда (B), т.е. *аnbn*, начиная с некоторого номера, тогда:

1) если сходится ряд (B), то сходится и ряд (А);

2) если расходится ряд (А), то расходится и ряд (В).

**2. Признак Даламбера**

Если для ряда с положительными членами существует  , то при p<1 ряд сходится, при p>1 ряд расходится, при p=1 вопрос о сходимости остается открытым.

**3.Радикальный признак Коши**

Если для ряда с положительными членами  существует , то при p<1 ряд сходится, при p>1 ряд расходится, при p=1 вопрос о сходимости остается открытым