

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Санкт-Петербургский Государственный Морской Технический университет

Факультет корабельной энергетики и автоматики
Кафедра теоретической механики и сопротивления материалов

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

Расчет неразрезной балки по теореме о трёх моментах.

Выполнил:

Балашова Э.В.

Группа 2210

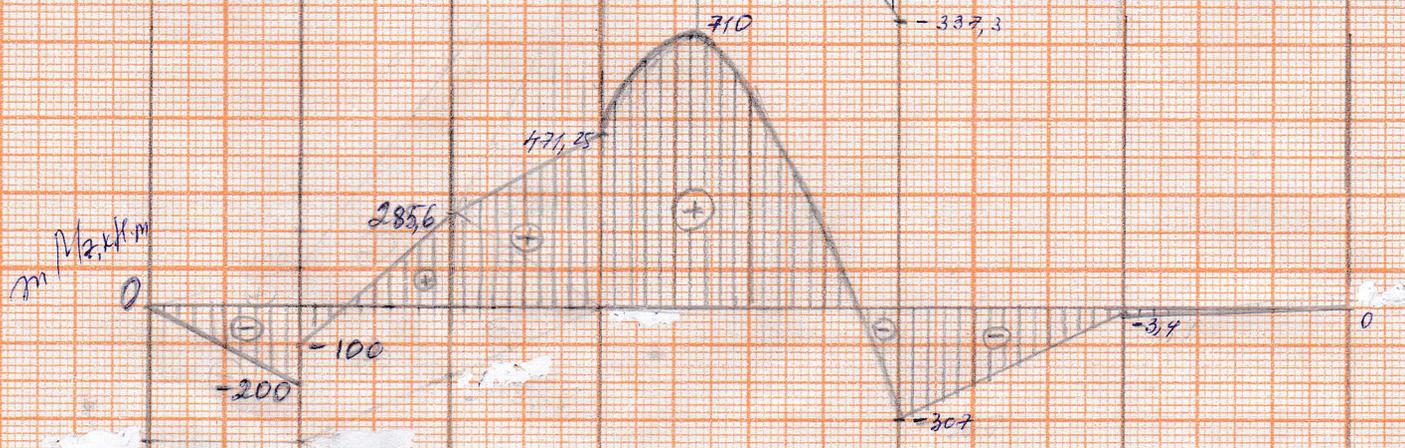
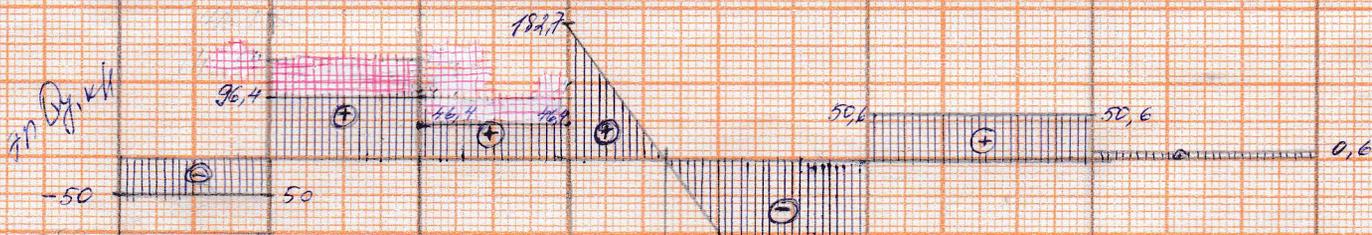
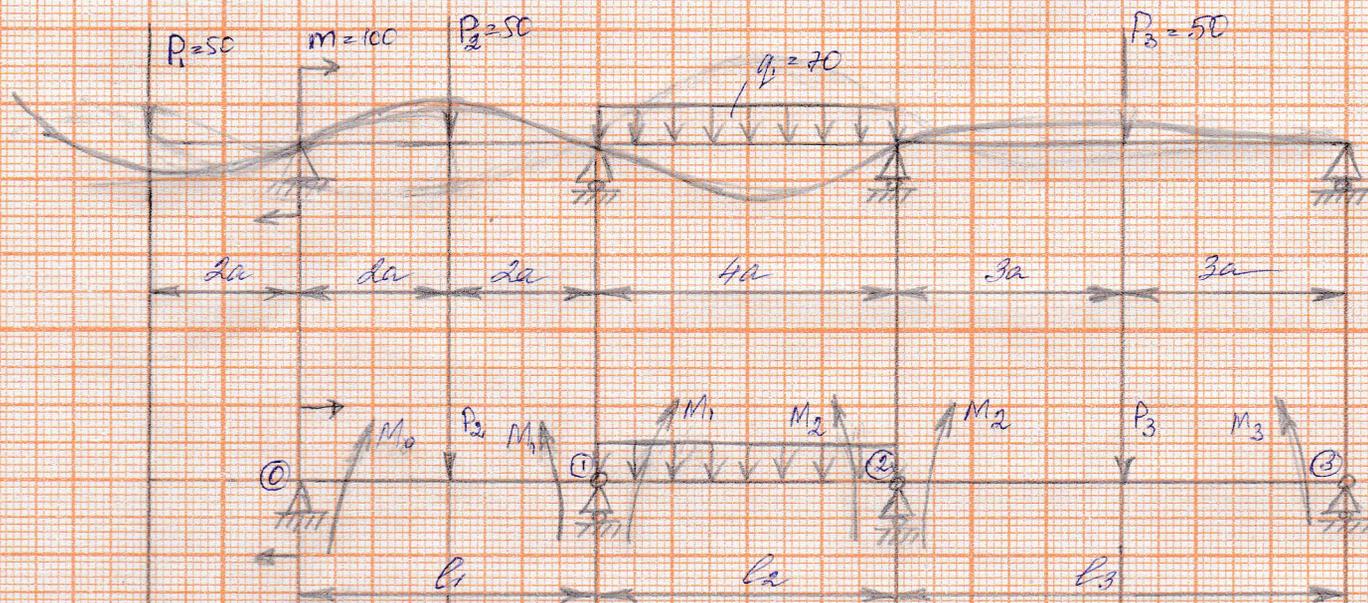
Преподаватель:

Терентьев А.В.

Санкт-Петербург

2019

Karamolla 2.B
 2.2.10. Kapuacık 2.



Дано:

- $M_1 = 100 \text{ кН}$
- $q_1 = 80 \text{ кН/м}$
- $a = 2 \text{ м}$
- $q_2 = 0 \text{ кН/м}$
- $P_1 = 50 \text{ кН}$
- $P_2 = 50 \text{ кН}$
- $P_3 = 50 \text{ кН}$

1) Построить эпюры Q и M.

Решение:

① Определим ССН = $4 - 2 = 2$
исходное состояние гравитационно-опорно-стержневой системы.

② Определение моментов на крайних опорах

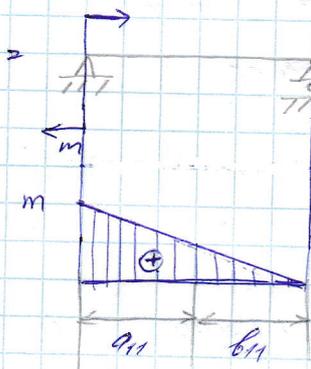
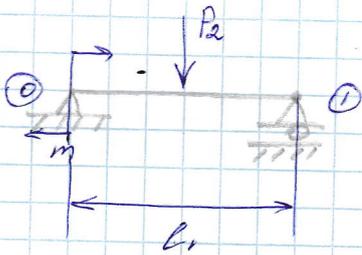
$$M_0 = -P_1 \cdot 2a; \quad M_3 = 0$$

$$l_1 = 4a = 8 \text{ м}$$

$$l_2 = 4a = 8 \text{ м}$$

$$l_3 = 6a = 12 \text{ м}$$

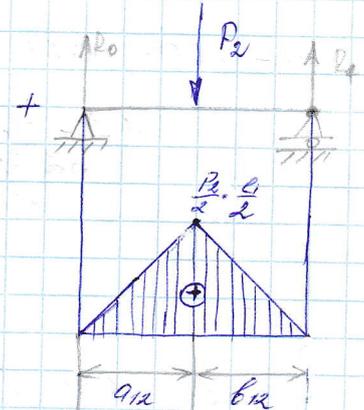
③ Определение реакций от заданных нагрузок



$$a_{11} = \frac{1}{3} l_1$$

$$b_{11} = \frac{2}{3} l_1$$

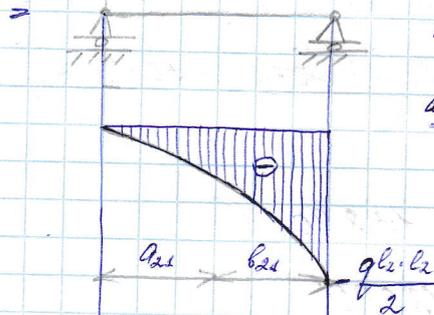
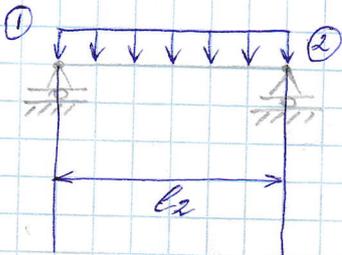
$$W_{11} = \frac{1}{2} m \cdot l_1$$



$$a_{12} = \frac{l_1}{2}$$

$$b_{12} = \frac{l_1}{2}$$

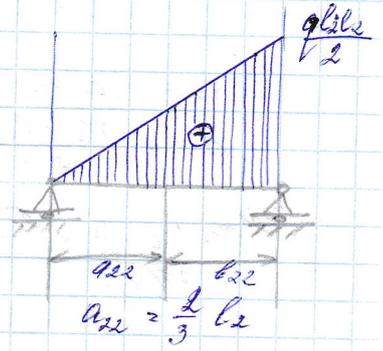
$$W_{12} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_2 \cdot l_1}{4} \cdot l_1$$



$$a_{21} = \frac{3}{4} l_2$$

$$b_{21} = \frac{1}{4} l_2$$

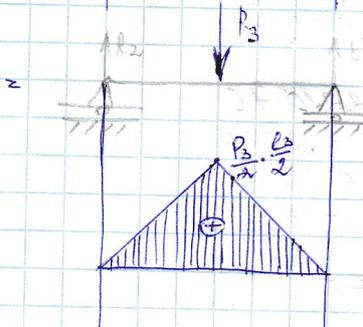
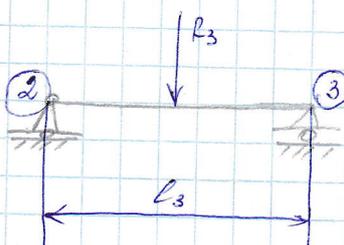
$$W_{21} = \frac{1}{3} \cdot \frac{q_2 l_2^2}{2} \cdot l_2$$



$$a_{22} = \frac{1}{3} l_2$$

$$b_{22} = \frac{2}{3} l_2$$

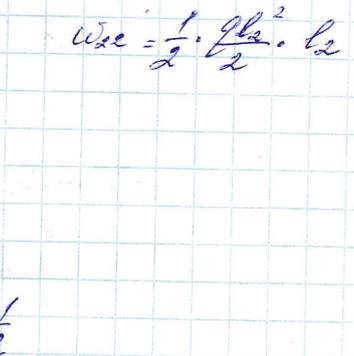
$$W_{22} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_2 l_2^2}{2} \cdot l_2$$



$$a_{31} = \frac{l_3}{2}$$

$$b_{31} = \frac{l_3}{2}$$

$$W_{31} = \frac{P_3 l_3}{4} \cdot l_3 \cdot \frac{1}{2}$$



4) Определение моментов на промежуточных опорах по теореме о 3-х моментах

$$M_{n-2} \cdot l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1} \cdot l_{n+1} = -6 \left(\frac{\bar{w}_n \cdot a_n}{l_n} + \frac{\bar{w}_{n+1} \cdot b_{n+1}}{l_{n+1}} \right)$$

$$n=1: M_0 \cdot l_1 + 2M_1(l_1 + l_2) + M_2 \cdot l_2 = -6 \left(\frac{\bar{w}_1 \cdot a_1}{l_1} + \frac{\bar{w}_2 \cdot a_2}{l_2} + \frac{\bar{w}_2 \cdot b_2}{l_2} + \frac{\bar{w}_2 \cdot b_2}{l_2} \right)$$

Левая часть:

$$= P_1 \cdot 2a \cdot 4a + 2M_1 \cdot 8a + M_2 \cdot 4a = -50 \cdot 4 \cdot 8 + 2 \cdot 8 \cdot 2M_1 + 8M_2 = -1600 + 32M_1 + 8M_2$$

Правая часть:

$$= -6 \left(\frac{m \cdot l_1 \cdot l_1}{2 \cdot 3 \cdot l_1} + \frac{p_2 \cdot l_1^2 \cdot l_1}{8 \cdot 2 \cdot l_1} + \left(\frac{l_2 \cdot q l_2^2 \cdot l_2}{4 \cdot 6 \cdot l_2} \right) + \frac{q l_2^2 \cdot l_2 \cdot l_2}{4 \cdot 3 \cdot l_2} \right) =$$

$$= -\frac{6 \cdot 100 \cdot 8}{2 \cdot 3} - \frac{6 \cdot 50 \cdot (4 \cdot 2)^2}{8 \cdot 2} + \frac{6 \cdot 70 \cdot (4 \cdot 2)^3}{4 \cdot 6} - \frac{6 \cdot 70 \cdot (4 \cdot 2)^2 \cdot 8}{4 \cdot 3}$$

$$= -800 - 1200 + 8960 - 14920 = -10960$$

$$32M_1 + 8M_2 = -10960 - 1600$$

$$32M_1 + 8M_2 = -12560$$

$$4M_1 + M_2 = 1570$$

$n=2:$

$$M_1 \cdot l_2 + 2M_2(l_2 + l_3) + M_3 \cdot l_3 = -6 \left(\frac{\bar{w}_2 \cdot a_{21}}{l_2} + \frac{\bar{w}_2 \cdot a_{22}}{l_2} + \frac{\bar{w}_3 \cdot b_{31}}{l_3} \right)$$

Левая часть:

$$M_1 \cdot 4a + 2M_2 \cdot 10a = 8M_1 + 40M_2$$

Правая часть:

$$= -6 \left(-\frac{q l_2^2 \cdot l_2 \cdot 3l_2}{6 \cdot 4 \cdot l_2} + \frac{q l_2^2 \cdot l_2 \cdot 2 \cdot l_2}{4 \cdot 3 \cdot l_2} + \frac{p_3 l_3 \cdot l_3 \cdot l_3}{4 \cdot 2 \cdot l_3 \cdot 2} \right) =$$

$$= \frac{6 \cdot 70 \cdot (4 \cdot 2)^2 \cdot 8 \cdot 3}{6 \cdot 4} - \frac{6 \cdot 70 \cdot (4 \cdot 2)^2 \cdot 2 \cdot 8}{4 \cdot 3} + \frac{50 \cdot (6 \cdot 2)^2}{4 \cdot 2 \cdot 2}$$

$$= 26880 - 35840 + 450 = -8510$$

$$8M_1 + 40M_2 = -8510$$

$$M_1 + 5M_2 = -1063,75$$

$$M_1 = -1063,75 - 5M_2$$

$$4(-1063,75 - 5M_2) + M_2 = 1570$$

$$-4255 - 20M_2 + M_2 = 1570$$

$$-19M_2 = 5825$$

$$+ M_2 = -307,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

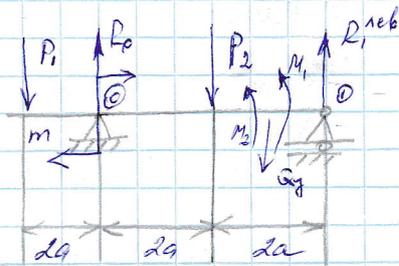
$$M_1 = 471,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

Барановский ИВ
8370

⑤ Определить опорные реакции.

$$M_1 = 471,25 \text{ кН}\cdot\text{м}$$

$$M_2 = -307 \text{ кН}\cdot\text{м}$$



$$\sum y = 0$$

$$R_0 - P_2 - P_1 + R_1^{neb} = 0$$

$$\sum M = 0$$

$$m - P_1 \cdot 2a - M_1 + P_2 \cdot 2a - R_1^{neb} \cdot 4a = 0$$

$$R_1^{neb} = \frac{m - P_1 \cdot 2a - M_1 + P_2 \cdot 2a}{4a}$$

$$R_1^{neb} = \frac{100 - 50 \cdot 4 - 471,25 + 50 \cdot 4}{8} = -46,4 \text{ кН}$$

$$\sum M = 0$$

$$R_0 \cdot 4a + m - P_1 \cdot 6a - P_2 \cdot 2a - M_1 = 0$$

$$R_0 = P_2 + P_1 - R_1^{neb} = 100 + 46,4 = 146,4 \text{ кН}$$

$$R_0 = \frac{M_1 + P_1 \cdot 6a + P_2 \cdot 2a - m}{4a}$$

$$R_0 = \frac{471,25 + 50 \cdot 12 + 50 \cdot 4 - 100}{8} = 146,4 \text{ кН}$$

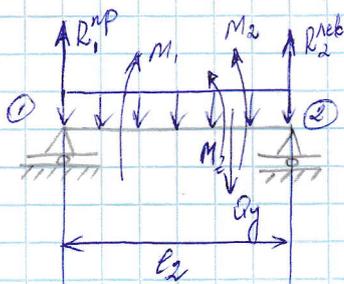
$$R_0 - R_0 = 0$$

$$Q_y(x) = -P_2 + \parallel R_0 - \parallel P_2 = -50 + \parallel 146,4 - \parallel 150$$

$\times 2a$ $\times 4a$ $\times 2a$ $\times 4a$

$$M_2(x) = -P_1 \cdot x + \parallel R_0(x-2a) + \parallel m - \parallel P_2(x-4a)$$

$\times 2a$ $\times 2a$ $\times 2a$ $\times 4a$



$$\sum y = 0$$

$$R_1^{np} + R_2^{neb} - ql_2 = 0$$

$$\sum M = 0$$

$$M_1 - M_2 - R_2^{neb} \cdot l_2 + ql_2 \cdot \frac{l_2}{2} = 0$$

$$\sum M = 0$$

$$R_1^{np} \cdot l_2 + M_1 - M_2 - \frac{ql_2 \cdot l_2}{2} = 0$$

$$R_2^{neb} = \frac{M_1 - M_2 + \frac{ql_2^2}{2}}{l_2}$$

$$R_2^{neb} = \frac{471,25 + 307 + \frac{70 \cdot 8^2}{2}}{8} = 377,3 \text{ кН}$$

$$R_1^{np} = 70 \cdot 8 - 377,3 = 182,7 \text{ кН}$$

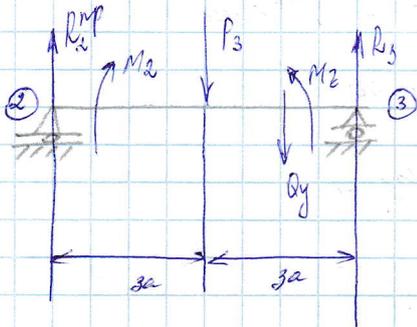
$$R_1^{np} = \frac{M_2 - M_1 + \frac{qL^2}{2}}{L_2}; \quad R_1^{np} = \frac{-307 - 471,25 + 2240}{8} = 182,7 \text{ kH}$$

$$182,7 - 182,7 = 0.$$

$$Q_y(x) = R_1^{np} - q \cdot x = 182,7 - 70 \cdot x \stackrel{!}{=} 0. \quad x = 2,61 \text{ m.}$$

$$M_2(x) = M_1 + R_1^{np} \cdot x - \frac{q \cdot x^2}{2} = 471,25 + 182,7 \cdot x - 35 \cdot x^2$$

$$M_2^{max}(x) = 710 \text{ kH} \cdot \text{m}$$



$$\sum y = 0.$$

$$R_1^{np} - P_3 + R_3 = 0.$$

$$\sum_2 M = 0.$$

$$P_3 \cdot 3a + M_2 - R_3 \cdot 6a = 0.$$

$$\sum_3 M = 0.$$

$$R_1^{np} \cdot 6a + M_2 - P_3 \cdot 3a = 0.$$

$$R_3 = \frac{M_2 + P_3 \cdot 3a}{6a}; \quad R_3 = \frac{-307 + 50 \cdot 6}{12} = -0,6 \text{ kH.}$$

$$R_2^{np} = P_3 - R_3; \quad R_2^{np} = 50 + 0,6 = 50,6.$$

$$R_2^{np} = \frac{P_3 \cdot 3a - M_2}{6a}; \quad R_2^{np} = \frac{50 \cdot 6 + 307}{12} = 50,6 \text{ kH.}$$

$$Q_y(x) = R_2^{np} - \parallel P_3 \quad x > 3a$$

$$M_2(x) = M_2 + R_2^{np} \cdot x - \parallel P(x - 3a) \quad x > 3a$$