

Пример решения задачи эссе

Построить эпюры внутренних сил для балки (рис. 11)

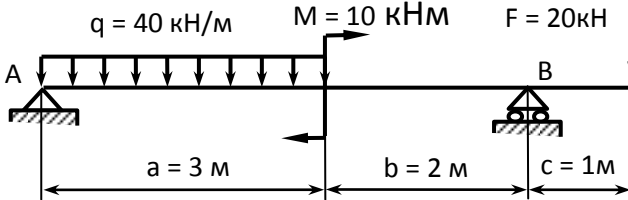


Рис. 11

1. Находим реакции опор.

Так как балка не нагружена горизонтальными силами, то горизонтальная реакция в опоре А будет равна нулю. Для определения двух вертикальных реакций необходимо составить два уравнения равновесия. Уравнения равновесия целесообразно составлять в виде суммы моментов от всех сил, действующих на балку, относительно каждой опоры. В этом случае в уравнениях будет присутствовать только одна неизвестная и уравнения можно решать независимо друг от друга.

Определяем реакции опор

$$\sum m_A = 0 \quad -R_B \cdot 5 + F \cdot 6 + M + q \cdot 3 \cdot 1,5 = 0,$$

$$R_B = (20 \cdot 6 + 10 + 40 \cdot 3 \cdot 1,5) / 5 = 62 \text{ кН.}$$

$$\sum m_B = 0 \quad R_A \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot 3,5 + M + F \cdot 1 = 0,$$

$$R_A = (40 \cdot 3 \cdot 3,5 - 10 - 20) / 5 = 78 \text{ кН.}$$

Производим проверку расчета реакций

$$\sum F_y = R_A + R_B - F - q \cdot 3 = 0,$$

$$78 + 62 - 20 - 40 \cdot 3 = 0, \quad 0 = 0.$$

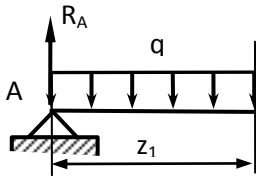
Проверка выполняется.

2. Разделяем балку на участки.

Границами участков являются сечения, в которых приложены силы, моменты или расположены края погонной нагрузки. Балка имеет три участка.

3. Определяем значения внутренних сил.

Используя метод сечений, составляем формулы для вычисления Q и M на каждом участке балки.



Участок 1. $z_1 \in [0; 3\text{м}]$.

$$Q(z_1) = R_A - q \cdot z_1 = 78 - 40 \cdot z_1,$$

$$Q(0) = 78 \text{ кН}, \quad Q(3) = -42 \text{ кН};$$

$$M(z_1) = R_A \cdot z_1 - \frac{q \cdot z_1^2}{2} = 78 \cdot z_1 - 20 \cdot z_1^2,$$

$$M(0) = 0, \quad M(3) = 54 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

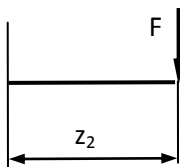
Так как на участке I эпюра Q пересекает ось эпюры, т.е. имеется точка, где $Q = \frac{dM}{dz} = 0$, то функция $M(z_1)$ имеет экстремум.

Для определения экстремального значения $M(z_1)$ приравняем нулю $Q(z_1^*)$, где z_1^* - координата точки экстремума:

$$Q(z_1^*) = R_A - q z_1^* = 0 \Rightarrow z_1^* = \frac{R_A}{q} = \frac{78}{40} = 1,95 \text{ м}.$$

Значение $z_1^* = 1,95$ м подставляем в выражение для $M(z_1)$:

$$M_{\max} = M(1,95) = 76,05 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

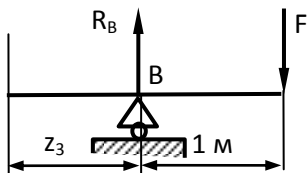


Участок 2. $z_2 \in [0; 1\text{м}]$.

$$Q(z_2) = F = 20 \text{ кН};$$

$$M(z_2) = -F \cdot z_2 = -20 \cdot z_2,$$

$$M(0) = 0, \quad M(1) = -20 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$



Участок 3. $z_3 \in [0; 2\text{м}]$.

$$Q(z_3) = F - R_B = 20 - 62 = -42 \text{ кН};$$

$$\begin{aligned} M(z_3) &= -F(1 + z_3) + R_B \cdot z_3 = \\ &= -20 + 42 \cdot z_3, \end{aligned}$$

$$M(0) = -20 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M(2) = -20 + 42 \cdot 2 = 64 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

4. По результатам расчета строим эпюры Q и M (рис. 12).

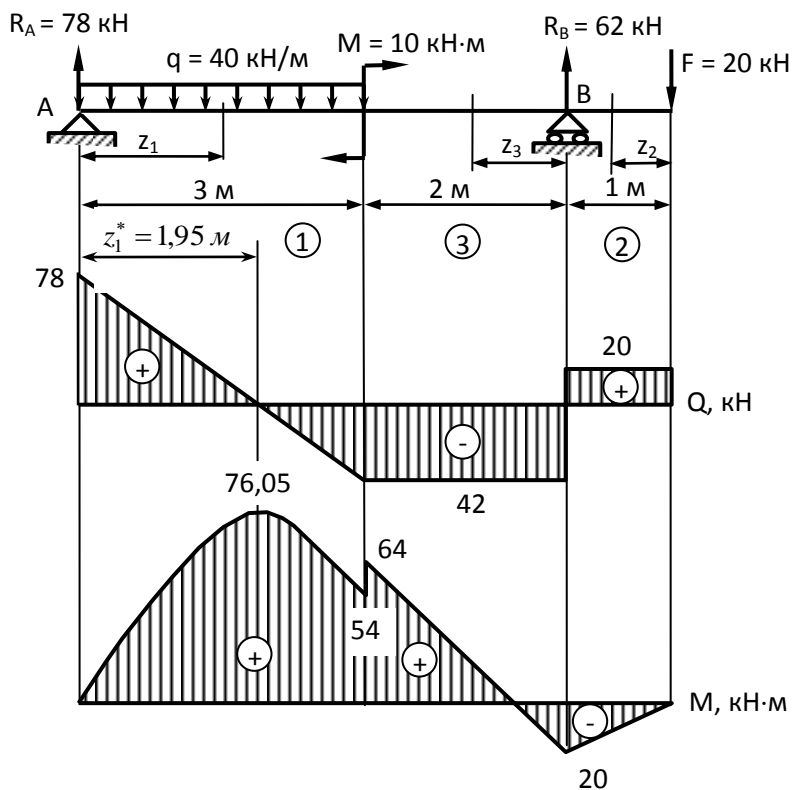


Рис. 12