

Индивидуальное домашнее задание по теории вероятностей для НФИБд-02-19 (2 модуль).

1. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Найдите вероятности указанных в варианте событий.
2. Из колоды в 52 карты наугад (без возвращения) извлекаются четыре. Найти вероятность указанных в варианте событий.
3. Консультация перед экзаменом должна начаться между 11.00 и 12.00. Преподаватель и студенты забыли уточнить время. Если преподаватель приходит первым в указанное время, а студентов еще нет, то преподаватель ждет студентов не более 20 минут. Если же студенты пришли первыми, то они ждут преподавателя не более 15 минут. Нарисовать указанное в варианте событие и найти его вероятность.
4. Система надежности состоит из 7 элементов и имеет заданную структурную схему. События A_i , $i=1, \dots, 7$, — отказы элементов за заданный промежуток времени.
 - а) Выразите через события A_i события A и \bar{A} , где A — отказ всей системы за заданный промежуток времени.
 - б) Считая, что события A_i независимы в совокупности и имеют вероятности $P(A_i) = p_i$, $i = \overline{1,7}$, вычислите вероятность события A .
5. В первой урне находятся n_1 белых и m_1 черных шаров, во второй урне — n_2 белых и m_2 черных шаров. Сначала из первой урны во вторую перекладывается наугад k_1 шаров, затем так же наугад перекладывается из второй урны в первую k_2 шаров.
 - а) Определите вероятность того, что после вскрытия первой урны в ней будет столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта.
 - б) После вскрытия первой урны оказалось, что в ней столько же белых шаров, сколько было до проведения опыта. Вычислите вероятность того, что при этом условии из первой урны во вторую переложили l черных шаров.
6. Вероятность попадания в цель при любом из n выстрелов равна p . Найдите вероятность того, что произойдет:
 - а) Ровно m попаданий.
 - б) Не более m попаданий.
 - в) Не менее m попаданий
 - г) От m_1 до m_2 попаданий.
7. Определите вероятность того, что среди n_1 изготовленных изделий бракованными окажутся:
 - а) ровно m изделий.
 - б) не более k изделийесли вероятность брака равна p_1 и определите вероятность того, что среди n_2 изготовленных изделий бракованными окажутся
 - в) ровно l изделий.
 - г) от m_1 до m_2 изделийесли вероятность брака равна p_2
8. В наборе n_1 шаров белого цвета, n_2 шаров синего и n_3 шаров красного цвета. Из набора случайным образом без возвращения вынимают m шаров. Случайная величина ξ — число вынутых синих шаров (**варианты 1-10 ИДЗ**), шаров белого цвета (**варианты 11-20 ИДЗ**), красного цвета (**варианты 21-30 ИДЗ**). Найдите:
 - а) Ряд распределения случайной величины ξ .
 - б) Вероятность попадания случайной величины ξ в интервалы $(x_1; x_2)$, $[x_1; x_2)$; $(x_1; x_2]$, $[x_1; x_2]$.
 - в) Найдите ряд распределения случайных величин η и μ
9. Непрерывная случайная величина ξ имеет плотность распределения $p(x)$. Найдите:
 - а) Константу A
 - б) Функцию распределения случайной величины ξ и постройте ее график.
 - в) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\eta = a(\xi + b)^3 + c$.
 - г) Вычислите функцию распределения и плотность распределения случайной величины $\mu = a(\xi - b)^2 + c$
10. В условиях задачи 8 выбирают m шаров. Пусть ξ число вынутых белых шаров, а через η — красных. Найдите:
 - а) Совместное распределение случайных величин ξ и η (ряд распределения).
 - б) Ряды распределения случайных величин ξ и η
 - в) Условные распределения случайной величины ξ при условии η , случайной величины η при условии ξ , проверить случайные величины на независимость
 - г) Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
 - д) Ряд распределения новой случайной величины $\mu = f(\xi, \eta)$

- е) Ряд распределения новой двумерной дискретной случайной величины $(\mu_1; \mu_2)$
11. В четырехугольник с вершинами в точках $(a_1, a_2), (b_1, b_2), (c_1, c_2), (d_1, d_2)$ в соответствии с принципом геометрической вероятности падает частица. Пусть ξ и η – координаты по оси X и Y точки падения частицы.
- Найдите:
- Совместную функцию распределения $F_{\xi\eta}(x, y)$ случайной величины $(\xi; \eta)$ и совместную плотность распределения случайной величины $(\xi; \eta)$.
 - Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η .
 - Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η , и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
 - Значение функции распределения случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z

12. Совместная плотность распределения случайных величин ξ и η задана формулой

$$p_{\xi,\eta}(x; y) = C(ax^\alpha + by^\beta), \quad (x; y) \in D$$

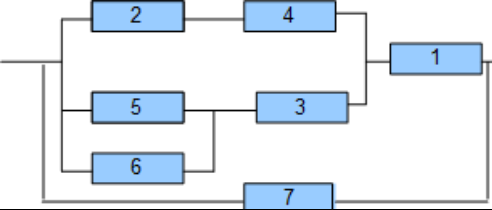
где область D задана в варианте. Найдите:

- Постоянную C .
- Значения двумерной функции распределения $F_{\xi\eta}(x; y)$ в заданных точках $(x; y)$
- Одномерные плотности и функции распределения случайных величин ξ и η .
- Условные функции распределения и условные плотности распределения случайной величины ξ при условии η и случайной величины η при условии ξ . Проверьте, будут ли эти случайные величины независимыми
- Вычислите вероятность попадания вектора (ξ, η) в треугольник с вершинами в точках $(z_1; z_2), (u_1; u_2), (v_1; v_2)$. (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)
- Значение функции распределения $F_\mu(z)$ новой случайной величины $\mu = g(\xi, \eta)$ в точке z . (Записать интеграл, расставить пределы интегрирования, считать интеграл – не надо)

Распределение баллов (15 баллов)

| | | | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Задача 1 | Задача 2 | Задача 3 | Задача 4 | Задача 5 | Задача 6 | Задача 7 |
| 1 балл | 1 балл | 1 балл | 1 балл | 1 балл | 1 балл | 1 балл |

| | | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Задача 8 | Задача 9 | Задача 10 | Задача 11 | Задача 12 |
| 1 балл | 2 балла | 2 балла | 1 балл | 2 балла |

| № задачи | Данные |
|----------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. | $n_1 = 4, n_2 = 5, n_3 = 4, m = 4.$ Событие $A = \{\text{белых шаров достали столько же, сколько и синих}\}$, событие $B = \{\text{достали не менее двух белых шаров}\}$ |
| 2. | Событие $A = \{\text{хотя бы три карты одной масти}\}$, событие $B = \{\text{хотя бы три карты одного достоинства}\}$ |
| 3. | Студенты пришли между 11.20 и 11.45, консультация была |
| 4. |  $p_1 = p_2 = 0,1, p_3 = 0,2, p_4 = 0,1,$ $p_5 = p_7 = 0,2, p_6 = 0,1.$ |
| 5. | $n_1 = 6, m_1 = 4, n_2 = 4, m_2 = 2, k = 5, l = 3.$ |
| 6. | $n = 8, p = 0,5, m = 3, m_1 = 4, m_2 = 9.$ |
| 7. | $p_1 = 0,015; n_1 = 600; m = 3, k = 2$ $p_2 = 0,08; n_2 = 1400; l = 110; m_1 = 100; m_2 = 125$ |
| 8. | $n_1 = 7, n_2 = 6, n_3 = 5, m = 6;$ $x_1 = 2, \quad x_2 = 5.$ $\mu = 9 - 2\xi^2 , \quad \eta = 3 - 4 - \xi^3 $ |
| 9. | $p_\xi(x) = \begin{cases} A 1 - x^2 , & -2 \leq x \leq 3 \\ 0, & x < -2, \quad x > 3 \end{cases}$ $a = 2, \quad b = 1, \quad c = 1.$ |
| 10. | $(x; y) = (9; 3), (7; 3), (2; 6);$ $\mu = \xi - \eta^2 $ $\mu_1 = 3\xi - (3 + \eta); \mu_2 = 2\eta - 5 + 2\xi$ |
| 11. | $(a_1, a_2) = (1; 1), (b_1, b_2) = (1; 6), (c_1, c_2) = (6; 1), (d_1, d_2) = (6; 6);$ $\mu = -\xi + 2\eta, z = 8$ |
| 12. | $a = 1, \alpha = 2, b = 2, \beta = 2,$ $D = \{(x; y): y = -8, \quad y = -2x^2\}$ $(x; y) = (1; -1)$ $(z_1, z_2) = (1; -2), (u_1, u_2) = (0; -8), (v_1, v_2) = (-3; -4);$ $\mu = 4 - \xi^2 + \eta, z = 0$ |