

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«АЛТАЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С.Ю. БОНДАРЕНКО, И.В. ГЕФКЕ

ОПТИКА
РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

Учебно-методическое пособие

БАРНАУЛ – 2013

УДК 635.37

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры общей физики Алтайского государственного технического университета Е.В. Черных;

кандидат сельскохозяйственных наук, доцент кафедры гидравлики, с.-х. водоснабжения и водоотведения ФГБОУ ВПО АГАУ Н.И. Алёшина.

Бондаренко С.Ю. Оптика: расчетно-графическая работа / С.Ю. Бондаренко, И.В. Гефке. – Барнаул: РИО АГАУ, 2013. – 52 с.

Учебное издание является руководством для выполнения расчетно-графической работы (РГР) по разделу физики «ОПТИКА». В нем представлены рекомендации и требования по выполнению РГР, учебный материал, задачи, таблицы с данными для расчетов, примеры решения типовых задач.

Предназначено для студентов высших аграрных учебных заведений по направлениям «Агроинженерия», «Природообустройство и водопользование», «Землеустройство и кадастры».

Рекомендовано к изданию учебно-методической комиссией факультета природообустройства АГАУ (протокол № 4 от 18 ноября 2013 г.).

© Бондаренко С.Ю., Гефке И.В., 2013

© ФГБОУ ВПО АГАУ, 2013

© РИО АГАУ, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ_____	5
РЕКОМЕНДАЦИИ И ТРЕБОВАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ_____	6
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА_____	7
Условие интерференционного максимума_____	9
Условие интерференционного минимума_____	9
Расчет интерференционной картины от двух щелей_____	10
Полосы равного наклона_____	11
Полосы равной толщины_____	12
Кольца Ньютона_____	13
ДИФРАКЦИЯ СВЕТА_____	14
Принцип Гюйгенса-Френеля_____	14
Зона Френеля_____	14
Дифракция в сходящихся лучах (Дифракция Френеля) _____	16
Дифракция на круглом отверстии_____	16
Дифракция на диске_____	16
Дифракция в параллельных лучах (Дифракция Фраунгофера)	17
Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке _____	19
ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА_____	21
Естественный и поляризованный свет_____	21
Закон Малюса_____	23

Поляризация света при отражении и преломлении_____	24
Двойное лучепреломление_____	25
Вращение плоскости поляризации_____	26
Эффект Фарадея_____	27
ЗАДАЧА 1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ ТОНКИХ ПЛАСТИНОК ИЛИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ СВЕТА СКВОЗЬ ЭТИ ПЛАСТИНКИ_____	28
ЗАДАЧА 2. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА ОТ ДВУХ КОГЕРЕНТНЫХ ИСТОЧНИКОВ_____	33
ЗАДАЧА 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ ИЛИ НА ДИСКЕ (МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ)_____	39
ЗАДАЧА 4. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ (ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА)_____	41
ЗАДАЧА 5. ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ. ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА_____	45
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ_____	51

ВВЕДЕНИЕ

Расчетно-графическая работа по дисциплине «Физика» является важным моментом учебного процесса, способствующим подготовке бакалавров.

Расчетно-графическая работа позволяет углубить знания студентов, полученные в ходе теоретических и практических занятий, привить им навыки системного подхода при самостоятельном изучении и анализе данных физических задач.

При изучении физики наибольшие трудности у студентов возникают при решении практических задач. Вместе с тем именно решение задач в значительной степени способствует развитию инженерного мышления у студентов, приобретению ими необходимых навыков прочности расчетов элементов инженерных конструкций.

Расчетно-графическая работа (РГР) – это самостоятельное исследование студента. Выполняя РГР, студент совершенствует знания и умения, полученные в процессе изучения дисциплины «Физика», а именно: определять цель, выделять задачи, формулировать проблемы и находить способы их решения. Работая над РГР, студент получает умения и навыки, которые будут полезными в будущем – при выполнении более сложных задач (дипломная работа, диссертация, научное исследование).

Написание расчетно–графической работы является одной из форм самостоятельной работы по дисциплине «Физика».

РЕКОМЕНДАЦИИ И ТРЕБОВАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ РАСЧЕНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Выполнение расчетно-графической работы состоит из следующих основных этапов:

1. Записать конкретное словесное условие задачи с числовыми значениями, взятыми из таблицы.
2. Записать краткое условие. Выразить числовые данные в единицах СИ.
3. Выполнить чертеж, поясняющий содержание задачи соответствующего варианта.
4. Решение сопроводить краткими, но исчерпывающими пояснениями, раскрывающими физический смысл используемых формул (указать основные законы, разъяснить буквенные обозначения величин).
5. Решить задачу в общем виде и получить рабочую формулу.
6. Подставить в рабочую формулу числовые значения, выраженные в единицах СИ.
7. Произвести вычисления искомых величин, руководствуясь правилами приближенных вычислений.
8. Проверить размерность искомой величины.

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

Волновая теория света основывается на **принципе Гюйгенса**: *каждая точка, до которой доходит волна, служит центром вторичных волн, а огибающая этих волн дает положение волнового фронта в следующий момент времени.*

Когерентностью называется согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов.

Монохроматические волны – неограниченные в пространстве волны одной определенной и постоянной частоты - являются когерентными.

Так как реальные источники не дают строго монохроматического света, то волны, излучаемые любыми независимыми источниками света всегда некогерентны. В источнике свет излучается атомами, каждый из которых испускает свет лишь в течение времени $\approx 10^{-8}$ с. Только в течение этого времени волны, испускаемые атомом имеют постоянные амплитуду и фазу колебаний.

Немонохроматический свет можно представить в виде совокупности сменяющих друг друга коротких гармонических импульсов излучаемых атомами – **волновых цугов**.

Средняя продолжительность одного цуга $\tau_{\text{ког}}$ называется **временем когерентности**.

Если волна распространяется в однородной среде, то фаза колебаний в определенной точке пространства сохраняется только в течение времени когерентности. За это время волна распространяется в вакууме на расстояние $l_{\text{ког}} = c \tau_{\text{ког}}$, называемое **длиной когерентности** (или **длиной цуга**). Поэтому наблюдение интерференции света возможно лишь при оптических разностях хода, меньших длины когерентности для используемого источника света.

Временная когерентность – это, определяемая степенью монохроматичности волн, когерентность колебаний, которые совершаются в одной и той же точке пространства. Временная когерентность существует до тех пор, пока разброс фаз в волне в данной точке не достигнет π .

Длина когерентности – расстояние, на которое перемещается волна за время когерентности.

В плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка волн, случайные изменения разности фаз между двумя точками увеличивается с увеличением расстояния между ними. **Пространственная когерентность** – когерентность колебаний в один и тот же момент времени, но в разных точках такой плоскости – теряется, если разброс фаз в этих точках достигает π . **Длина пространственной когерентности (радиус когерентности):**

$$r_{\text{кко}} \approx \frac{\lambda}{\Delta\varphi}, \quad \text{где } \lambda \text{ – длина волны, } \Delta\varphi \text{ – разность фаз.}$$

Источники должны быть пространственно когерентными, чтобы возможно было наблюдать интерференцию излучаемых ими световых волн.

Интерференция света – сложение в пространстве двух или нескольких когерентных световых волн, при котором в разных его точках получается **усиление** или **ослабление** амплитуды результирующей волны.

Пусть в данной точке M **две монохроматические волны** с циклической частотой ω возбуждают два колебания, причем до точки M одна волна прошла в среде с показателем преломления n_1 путь s_1 с фазовой скоростью v_1 , а вторая – в среде n_2 , путь s_2 , с фазовой скоростью v_2 :

$$x_1 = A_1 \cos \omega \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right), \quad x_2 = A_2 \cos \omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right)$$

Амплитуда результирующего колебания:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi$$

Интенсивность результирующей волны ($I \approx A^2$):

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos \Delta\varphi$$

Разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний, возбуждаемых в точке M , равна:

$$\Delta\varphi = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \omega \left(\frac{s_2}{c/n_2} - \frac{s_1}{c/n_1} \right) = \frac{\omega}{c} (s_2n_2 - s_1n_1) = \frac{2\pi\nu}{c} (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta$$

(Использовали: $v = c/n$; $\omega = 2\pi\nu$; $c/v = \lambda_0$ – длина волны в вакууме).

Произведение *геометрической длины пути* s световой волны в данной среде на показатель преломления этой среды n называется оптической длиной пути $L = s \cdot n$.

Разность $\Delta = L_2 - L_1 = s_2n_2 - s_1n_1$ оптических длин проходящих волнами путей называется *оптической разностью хода*.

Условие интерференционного максимума:

Если оптическая разность хода Δ равна целому числу длин волн в вакууме (четному числу полуволен):

$$\Delta = \pm m\lambda_0 = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

то $\Delta\varphi = \pm 2m\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке M , будут происходить в *одинаковой фазе*.

Условие интерференционного минимума:

Если оптическая разность хода Δ равна нечетному числу полуволен: $\Delta = \pm(2m+1) \frac{\lambda_0}{2}$ ($m = 0, 1, 2, \dots$),

то $\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi$ и колебания, возбуждаемые в точке M , будут происходить в *противофазе*.

Расчет интерференционной картины от двух щелей

Две щели S_1 и S_2 , находятся на расстоянии d друг от друга и являются когерентными источниками. Экран \mathcal{E} параллелен щелям и находится от них на расстоянии $L \gg d$ (рисунок 1). Интенсив-

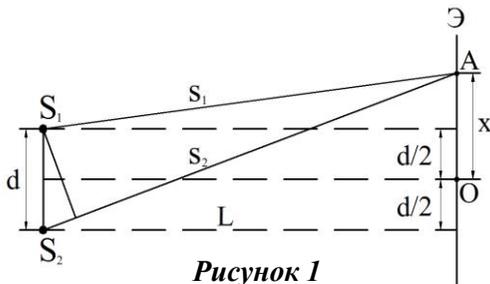


Рисунок 1

ность в произвольной точке A определяется разностью хода $\Delta = s_1 - s_2$, где $s_2^2 = L^2 + (x + d/2)^2$, $s_1^2 = L^2 + (x - d/2)^2$, откуда $s_2^2 - s_1^2 = 2xd$ или $\Delta = s_2 - s_1 = 2xd / (s_1 + s_2)$.

Из $L \gg d$ следует $s_1 + s_2 \approx 2L$, поэтому $\Delta = xd / L$.

Положение максимумов: $\Delta = \pm m \frac{L}{d} \lambda_0$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)

Положение минимумов: $\Delta = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{L}{d} \lambda_0$ ($m = 0, 1, 2, \dots$)

Расстояние Δx между двумя соседними максимумами (минимумами) называется *шириной интерференционной полосы*:

$$\Delta x = \frac{L}{d} \lambda_0$$

Интерференционная картина представляет собой чередование на экране светлых и темных полос, параллельных друг другу.

Полосы равного наклона

Пусть из воздуха ($n_0 = 1$) на плоскопараллельную прозрачную пластинку с показателем преломления n и толщиной d под углом i падает плоская монохроматическая волна (рисунок 2а). В точке O луч частично отразится (1), а частично преломится, и после отражения на нижней поверхности пластины в точке C выйдет из пластины в точке B (2). Лучи 1 и 2 когерентны и параллельны. С помощью собирающей линзы их можно свести в точке P .

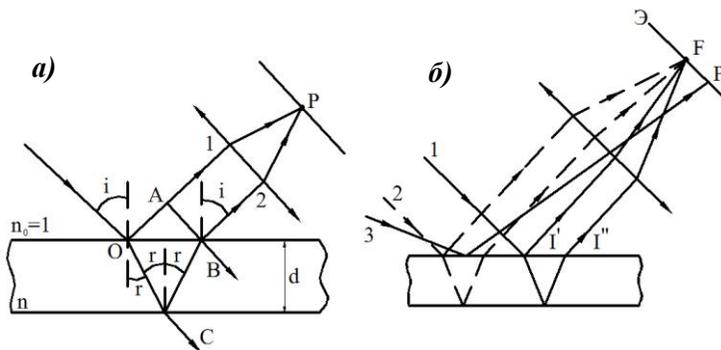


Рисунок 2

Необходимо отметить важную особенность отражения электромагнитных волн (и, в частности, оптических лучей) при падении их на границу раздела двух сред из среды с меньшей диэлектрической проницаемостью (а, значит и меньшим показателем преломления): **при отражении света от более плотной среды ($n_0 < n$) фаза изменяется на π** . Изменение фазы на π **равносильно потере полуволны при отражении**. Такое поведение электромагнитной волны на границе двух сред следует из граничных условий, которым должны удовлетворять тангенциальные компоненты векторов напряженности электрического и магнитного поля на границе раздела: $E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$, $H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$. С учетом этого, оптическая разность хода:

$$\Delta = n(OC + OB) - (OA - \lambda_0/2)$$

Используя $\sin i = n \sin r$ (закон преломления),
 $OC = CB = d/\cos r$ и $OA = OB \sin i = 2dtgr \sin i$, запишем

$$\Delta - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2dn}{\cos r} - 2dntgr \sin i = 2dn \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r} \right) = 2dn \cos r = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i}$$

В точке P будет **интерференционный максимум**, если:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

В точке P будет **интерференционный минимум**, если:

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} + \frac{\lambda_0}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Таким образом, для данных λ_0 , d и n каждому наклону i лучей соответствует своя интерференционная полоса. Интерференционные полосы, возникающие в результате наложения лучей, падающих на плоскопараллельную пластинку под одинаковыми углами, называются **полосами равного наклона**.

Интерферирующие лучи (например, $1'$ и $1''$ на рисунке 2б) параллельны друг другу, поэтому говорят, что **полосы равного наклона локализованы в бесконечности**. Для их наблюдения используют собирающую линзу и экран. Радиальная симметрия линзы приводит к тому, что интерференционная картина на экране будет иметь вид концентрических колец с центром в фокусе линзы.

Полосы равной толщины

Пусть на прозрачную пластинку *переменной толщины* - клин с малым углом α между боковыми гранями - падает плоская волна в направлении параллельных лучей 1 и 2 (рисунок 3). Интенсивность интерференционной картины, формируемой лучами, отраженными от верхней и нижней поверхностей клина, зависит от толщины клина в данной точке (d и d' для лучей 1 и

2 соответственно). Когерентные пары лучей ($1'$ и $1''$, $2'$ и $2''$) пересекаются вблизи поверхности клина (точки B и B') и собираются линзой на экране (в точках A и A'). Таким образом, на экране возникает система интерференционных полос – **полос равной толщины** – каждая из которых возникает при отражении от мест пластинки, имеющих одинаковую толщину. **Полосы равной толщины локализованы вблизи поверхности клина** (в плоскости, отмеченной пунктиром $B'-B$).

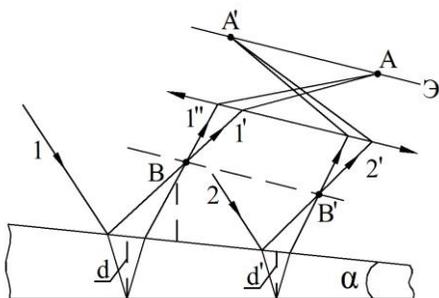


Рисунок 3

Кольца Ньютона

Кольца Ньютона, являющиеся классическим примером полос равной толщины, наблюдаются при **отражении света от воздушного зазора**, образованного плоско-параллельной пластинкой и соприкасающейся с ней плосковыпуклой линзой с большим радиусом кривизны. Параллельный пучок света падает нормально на плоскую поверхность линзы (рисунок 4). Полосы равной толщины имеют вид концентрических окружностей.

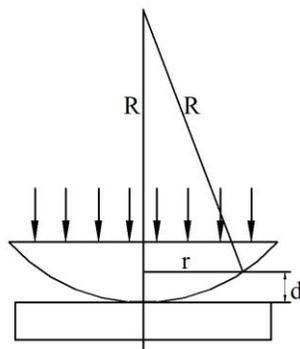


Рисунок 4

В отраженном свете оптическая разность хода:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = 2 \frac{r^2}{2R} + \frac{\lambda_0}{2}$$

Радиусы светлых колец:

$$r_m = \sqrt{\left(m - \frac{1}{2}\right)\lambda_0 R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Радиусы темных колец: $r_m = \sqrt{m\lambda_0 R} \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$

Интерференцию можно наблюдать и в проходящем свете, причем в *проходящем свете максимумы интерференции соответствуют минимумам интерференции в отраженном свете и наоборот.*

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Принцип Гюйгенса-Френеля

Дифракцией называется *огибание волнами препятствий*, встречающихся на их пути, или в более широком смысле – *любое отклонение распространения волн вблизи препятствий от законов геометрической оптики.*

Дифракцию объясняет принцип Гюйгенса – именно вторичные волны огибают препятствия на пути распространения первичных волн.

Френель *дополнил* принцип Гюйгенса представлением о *когерентности вторичных волн и их интерференции.*

Согласно *принципу Гюйгенса-Френеля, световая волна, возбуждаемая каким-либо источником S, может быть представлена как результат суперпозиции (сложения) когерентных вторичных волн, излучаемых вторичными (фиктивными) источниками* – бесконечно малыми элементами любой замкнутой поверхности, охватывающей источник S.

Зоны Френеля

Рассмотрим в произвольной точке *M* амплитуду световой волны, распространяющейся в однородной среде из точечного источника *S* (рисунок 5). Согласно принципу Гюйгенса-Френеля, заменим действие источника *S* действием воображаемых источ-

ников, расположенных на вспомогательной поверхности Φ , являющейся поверхностью фронта волны, идущей из S (поверхность сферы с центром S). Разобьем волновую поверхность Φ на кольцевые зоны такого размера, чтобы расстояния от краев зоны до M отличались на $\lambda/2$. Тогда,

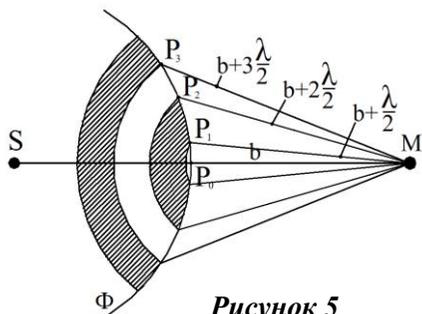


Рисунок 5

обозначив амплитуды колебаний от 1-й, 2-й, ... m -й зон через A_1, A_2, \dots, A_m , (при этом $A_1 > A_2 > A_3 > \dots$), получим амплитуду результирующего колебания: $A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$

При таком разбиении волновой поверхности на зоны оказывается, что амплитуда колебания A_m от некоторой m -й зоны Френеля равна среднему арифметическому от амплитуд примыкающих к ней зон:

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

Тогда результирующая амплитуда в точке M будет:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2} = \left(\xrightarrow{m \gg 1} \right) = \frac{A_1}{2}$$

т.к. при $m \gg 1$ $A_1 \gg A_m$. Площади всех зон Френеля равны $\sigma = \frac{\pi ab \lambda}{a+b}$, где a – длина отрезка SP_0 – радиус сферы Φ , b – длина отрезка P_0M . Радиус внешней границы m -й зоны Френеля $r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m \lambda}$. При $a = b = 10$ см и $\lambda = 500$ нм радиус первой зоны $r_1 = 0,158$ мм. Следовательно, распространение света от

S к M происходит так, будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т.е. прямолинейно.

Таким образом, *принцип Гюйгенса-Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.*

Дифракция в сходящихся лучах (Дифракция Френеля).

Дифракция в сходящихся лучах (дифракция Френеля) – это дифракция сферических волн, осуществляемая в том случае, когда дифракционная картина наблюдается на конечном расстоянии от препятствия, вызвавшего дифракцию.

Дифракция на круглом отверстии. Сферическая волна, распространяющаяся из точечного источника S , встречает на своем пути экран с круглым отверстием (рисунок б). Вид дифракционной картины зависит от числа зон Френеля, укладывающихся в отверстие. Амплитуда света в точке B экрана \mathcal{E} будет $A = A_1/2 \pm A_m/2$, где знак "плюс" для случая, когда отверстие от-

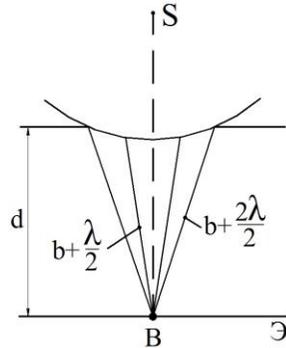


Рисунок 6

крывает нечетное число m зон Френеля, а знак "минус" – для четного m .

Дифракционная картина будет иметь вид чередующихся темных и светлых колец с центром в точке B (если m – четное, то центральное кольцо будет темным, если m нечетное, то – светлым).

Дифракция на диске. Сферическая волна, распространяющаяся от точечного источника S , встречает на своем пути диск (рисунок 7). Если диск закрывает первые t зон Френеля, то амплитуда колебания в точке B экрана \mathcal{E} :

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = A_{m+1/2} + (A_{m+1/2} - A_{m+2} + A_{m+3/2}) + \dots = A_{m+1/2}$$

Таким образом, в точке *B* **всегда наблюдается интерференционный максимум** (светлое пятно), соответствующий половине действия *первой* открытой зоны Френеля. Центральный максимум окружен концентрическими с ним темными и светлыми кольцами.

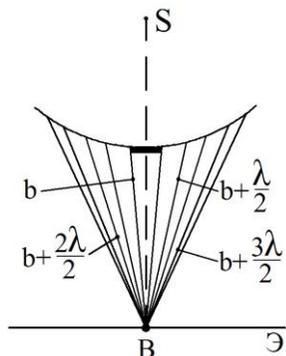


Рисунок 7

Дифракция в параллельных лучах

(Дифракция Фраунгофера).

Дифракция Фраунгофера наблюдается в том случае, когда источник света и точка наблюдения **бесконечно** удалены от препятствия, вызывающего дифракцию. Параллельный пучок лучей обычно создают, помещая точечный источник света в фокусе собирающей линзы (рисунок 8). Дифракционную картину с помощью второй собирающей линзы, установленной за препятствием, фокусируют на экран.

Рассмотрим дифракцию Фраунгофера плоской монохроматической волны на одной бесконечно длинной щели шириной $a = MN$. Оптическая разность хода между крайними лучами MC и ND (см. рисунок):

$$\Delta = NF = a \sin \varphi$$

Разобьем открытую часть волновой поверхности MN на зоны Френеля, параллельные ребру M щели. Ширина каждой зо-

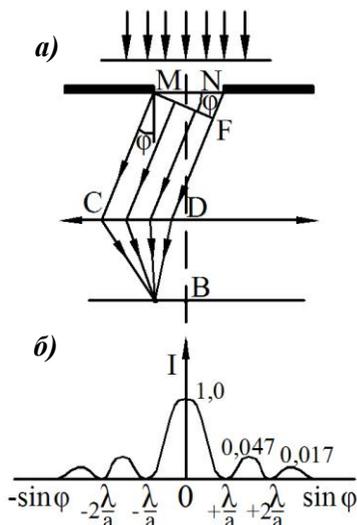


Рисунок 8

ны выбирается так, чтобы разность хода от краев этих зон была равна $\lambda / 2$, поэтому на ширине щели уместится $\Delta : \lambda / 2$ зон.

Все точки волнового фронта в плоскости щели имеют одинаковую фазу и амплитуду колебаний. Поэтому суммарная интенсивность колебаний от двух любых соседних зон Френеля равна нулю. Следовательно:

1) если число зон Френеля четное, то: $a \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2}$

($m = 1, 2, 3, \dots$) – *условие дифракционного минимума*.

2) если число зон Френеля нечетное, то $a \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$

($m = 1, 2, 3, \dots$) – *условие дифракционного максимума*, соответствующего действию одной некомпенсированной зоны Френеля.

В направлении $\varphi = 0$ щель действует как одна зона Френеля и в этом направлении свет распространяется с наибольшей интенсивностью – *центральный дифракционный максимум*.

Направления, в которых амплитуда максимальна или равна нулю:

$$\sin \varphi_{\max} = \pm \frac{(2m + 1)\lambda}{2a} \quad \sin \varphi_{\min} = \pm \frac{m\lambda}{a}$$

Распределение интенсивности на экране, получаемое вследствие дифракции, называется *дифракционным спектром* (рисунок (б)).

Интенсивности в центральном и последующих максимумах относятся как $1:0,047:0,017:0,0083:\dots$, т.е. основная часть световой энергии сосредоточена в центральном максимуме.

Положение дифракционных максимумов зависит от λ . При освещении щели белым светом, центральный максимум наблюдается в виде белой полосы (при $\varphi = 0$ разность хода равна нулю для всех λ) – он общий для всех длин волн. *Боко-*

вые максимумы радужно окрашены фиолетовым краем к центру дифракционной картины (поскольку $\lambda_{\text{фиол}} < \lambda_{\text{красн}}$).

Дифракция Фраунгофера на дифракционной решетке

Одномерная дифракционная решетка – система параллельных щелей равной ширины, лежащих в одной плоскости и разделенных равными по ширине непрозрачными промежутками.

Распределение интенсивности в дифракционном спектре каждой щели определяется **направлением** дифрагированных лучей и дифракционные картины, создаваемые каждой щелью будут **одинаковыми**.

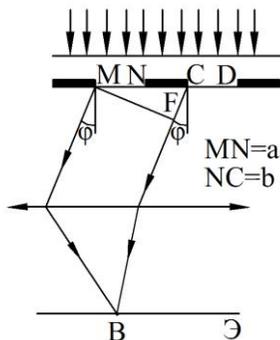


Рисунок 9

Суммарная дифракционная картина есть результат взаимной интерференции волн, идущих от всех щелей – в дифракционной решетке осуществляется многолучевая интерференция когерентных дифрагированных пучков света, идущих от всех щелей.

Если a – ширина каждой щели; b – ширина непрозрачных участков между щелями, то величина $d=a+b$ называется **постоянной (периодом) дифракционной решетки**.

$$d = \frac{1}{N_0}$$

где N_0 – число щелей, приходящееся на единицу длины.

Разности хода Δ лучей, идущих от двух соседних щелей, будут для данного направления φ одинаковы в пределах всей дифракционной решетки (рисунок 9):

$$\Delta = CF = (a + b)\sin \varphi = d \sin \varphi$$

Очевидно, что в тех направлениях, в которых ни одно из щелей не распространяет свет, он не будет распространяться и при двух щелях, т.е. **прежние (главные) минимумы** интенсивности будут наблюдаться в направлениях $a \sin \varphi = \pm m\lambda$ ($m=1,2,3,\dots$). Кроме того, вследствие взаимной интерференции, в направлениях, определяемых условием $d \sin \varphi = \pm(2m+1)\lambda/2$ световые лучи, посылаемые двумя соседними щелями, будут гасить друг друга – **возникнут дополнительные минимумы**. Наоборот, действие одной щели будет усиливать действие другой, если $d \sin \varphi = \pm 2m\lambda/2$ ($m=1,2,3,\dots$) – **условие главных максимумов**.

В общем случае, если дифракционная решетка состоит из N щелей, то:

- **условие главных максимумов:** $d \sin \varphi = \pm m\lambda$ ($m=1,2,3,\dots$)
- **условие главных минимумов:** $a \sin \varphi = \pm m\lambda$ ($m=1,2,3,\dots$)
- **между** двумя главными максимумами располагается $N - 1$

дополнительных минимумов, разделенных вторичными максимумами, создающими слабый фон.

Условие дополнительных минимумов: $d \sin \varphi = \pm m' \lambda / N$, (где m' может принимать все целочисленные значения, кроме $0, N, 2N, \dots$ при которых данное условие переходит в условие главных максимумов).

Амплитуда главного максимума есть сумма амплитуд колебаний от каждой щели $A_{\max} = NA_1$ (рисунок 10). Поэтому, **интенсивность главного максимума** в N^2 раз больше интенсивности I_1 , создаваемой одной щелью в направлении главного максимума: $I_{\max} = N^2 I_1$.

Например, на рисунке представлена дифракционная картина для $N=4$. Пунктирная кривая изображает интенсивность от одной щели, умноженную на N^2 .

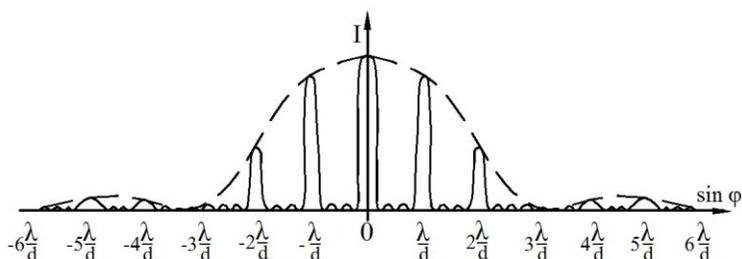


Рисунок 10

Положение главных максимумов зависит от длины волны λ , поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального ($m = 0$), разложатся в спектр, фиолетовая область которого будет обращена к центру дифракционной картины, красная – наружу. Поэтому дифракционная решетка может быть использована как **спектральный прибор для разложения света в спектр и измерения длин волн**.

Число главных максимумов, даваемое дифракционной решеткой:

$$m \leq \frac{d}{\lambda} \quad (\text{поскольку } |\sin \phi| \leq 1).$$

ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

Естественный и поляризованный свет

При действии света на вещество основное значение имеет электрическая составляющая электромагнитного поля световой волны, поскольку именно она оказывает основное действие на электроны в атомах вещества. Поэтому, для описания законо-

мерностей поляризации будем рассматривать только *световой вектор* – вектор напряженности \vec{E} электрического поля.

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества независимо излучающих атомов. Поэтому все ориентации вектора \vec{E} будут равновероятны. Такой свет называется *естественным* (рисунок 11а).

Поляризованным светом называется свет, в котором направления колебания вектора \vec{E} каким-либо образом упорядочены.

Частично поляризованный свет – свет с преимущественным направлением колебаний вектора \vec{E} (рисунок 11 б).

Плоскополяризованный свет – свет, в котором вектор \vec{E} колеблется только в одной, проходящей через луч плоскости (рисунок 11в). Эта плоскость называется *плоскостью поляризации*.

Если концы вектора \vec{E} с течением времени описывают в плоскости, *окружность* или *эллипс*, то свет называется *циркулярно* или *эллиптически поляризованным*. Степенью поляризации называется величина:

$$P = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

где I_{\max} и I_{\min} – соответственно, максимальная и минимальная интенсивности частично поляризованного света. Для естественного света $I_{\max} = I_{\min}$ и $P=0$, для плоскополяризованного $I_{\min} = 0$ и $P = 1$.

Естественный свет можно преобразовать в плоскополяризованный, используя так называемые *поляризаторы*, пропуска-

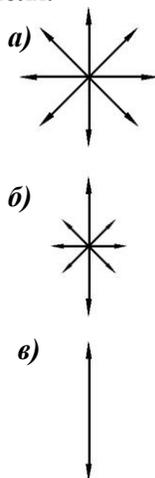


Рисунок 11

ющие колебания только определенного направления. В качестве поляризаторов используются среды, анизотропные в отношении колебаний \vec{E} .

Закон Малюса

Пропустим естественный свет с интенсивностью $I_{ест}$ через поляризатор T_1 .

Колебание амплитуды A , совершающееся в плоскости, образующей с плоскостью поляризатора угол φ , можно разложить на два колебания с амплитудами $A_{//} = A \cos \varphi$

и $A_{\perp} = A \sin \varphi$ (рисунок 12). Интенсивность

прошедшей волны пропорциональна

$$A_{//}^2 = A^2 \cos^2 \varphi.$$

В естественном свете все значения φ равновероятны, поэтому доля света, прошедшего через поляризатор, будет равна среднему значению $\langle \cos^2 \varphi \rangle = 1/2$, а интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через первый поляризатор:

$$I_0 = \frac{I_{ест}}{2}.$$

Поставим на пути плоскополяризованного света второй поляризатор T_2

(анализатор) под углом ψ к первому

(рисунок 13). Интенсивность I света, прошедшего че-

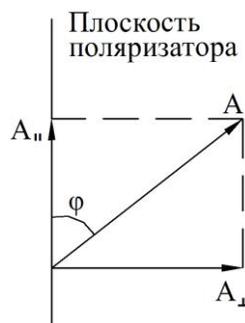


Рисунок 12

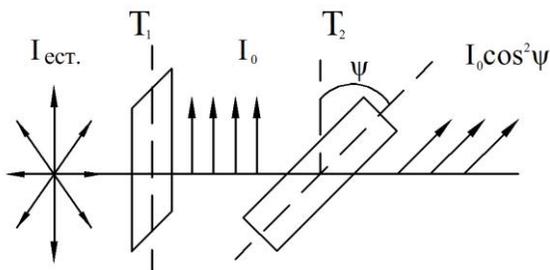


Рисунок 13

рез анализатор, меняется в зависимости от угла ψ по закону Малюса:

$$I = I_0 \cos^2 \psi$$

Следовательно, интенсивность света, прошедшего через два поляризатора: $I = \frac{1}{2} I_{\text{ест}} \cos^2 \psi$. Откуда $I_{\text{max}} = \frac{1}{2} I_{\text{ест}}$, когда поляризаторы параллельны и $I_{\text{min}} = 0$, когда поляризаторы скрещены.

Поляризация света при отражении и преломлении

Если естественный свет падает на границу раздела двух диэлектриков, то **отраженный и преломленный** лучи являются **частично поляризованными**.

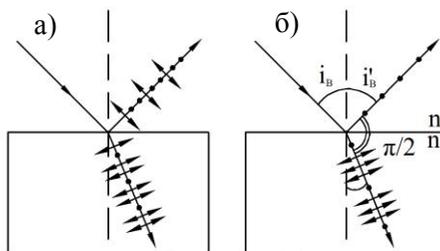


Рисунок 14

В отраженном луче преобладают колебания перпендикулярные плоскости падения (рисунок 14а), а в преломленном – колебания, лежащие в плоскости падения (рисунок 14б).

Если угол падения равен **углу Брюстера**, который определяется соотношением $\text{tg} i_B = n_{21}$, то **отраженный** луч является **плоскополяризованным**. **Преломленный** луч в этом случае поляризуется максимально, но не полностью. При этом **отраженный и преломленный лучи** взаимно перпендикулярны:

$$\text{tg} i_B = \frac{\sin i_B}{\cos i_B} = n_{21}, \quad \frac{\sin i_B}{\sin i_2} = n_{21} \Rightarrow \cos i_B = \sin i_2 \quad \text{или} \quad i_B + i_2 = \pi/2,$$

но $i'_B = i_B$, поэтому $i'_B + i_2 = \pi/2$.

Степень поляризации отраженного и преломленного света при различных углах падения можно рассчитать из уравнений

Максвелла, если учесть граничные условия для электромагнитного поля на границе раздела двух диэлектриков.

Двойное лучепреломление

Двойное лучепреломление – это способность прозрачных кристаллов (кроме оптически изотропных кристаллов кубической системы) раздваивать каждый падающий на них световой пучок (рисунок 15). Это явление объясняется особенностями распространения света в анизотропных средах и непосредственно вытекает из уравнений Максвелла. Если на кристалл направить узкий пучок света, то из кристалла выйдут два пространственно разделенных

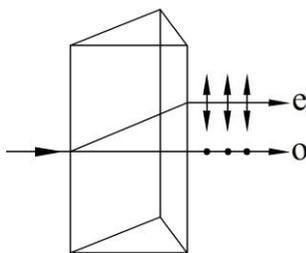


Рисунок 15

луча параллельных друг друга и падающему лучу. Даже в том случае, когда пучок падает на кристалл нормально, преломленный пучок разделяется на два: один из них является продолжением первичного (называется *обыкновенным (o)*), а второй отклоняется (называется *необыкновенным (e)*).

Направление в *оптически анизотропном кристалле*, по которому луч света распространяется, не испытывая двойного лучепреломления, называется *оптической осью кристалла*. Плоскость, проходящая через направление луча света и оптическую ось кристалла называется *главной плоскостью кристалла*.

o- и *e*-лучи плоскополяризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях: колебания светового вектора в *o*-луче происходят перпендикулярно главной плоскости, в *e*-луче – в главной плоскости, *o*-луч распространяется по всем направлениям кристалла с одинаковой скоростью $v_o = c/n_o$: показатель преломления n_o для него есть величина постоянная, *e*-лучи распро-

страняются по различным направлениям с разными скоростями $v_t = c/n_e$: показатель преломления n_e необыкновенного луча является переменной величиной, зависящей от направления луча.

Вращение плоскости поляризации

Некоторые вещества (например, кварц, сахар, скипидар), называемые *оптически активными*, обладают способностью вращать плос-

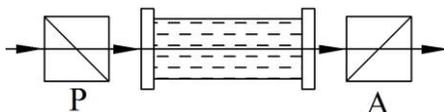


Рисунок 16

кость поляризации. Угол поворота плоскости поляризации $\varphi = \alpha d$, где d – толщина слоя вещества, α – удельное вращение - угол поворота плоскости поляризации слоем оптически активного вещества единичной толщины. При этом $\alpha \sim \lambda_0^{-2}$ – закон Био (λ_0 – длина волны света в вакууме). Для растворов угол φ зависит еще и от концентрации c раствора.

Если между скрещенными поляризатором P и анализатором A поместить оптически активное вещество, то поле зрения анализатора просветляется (рисунок 16). Поворачивая анализатор можно определить угол φ , при котором поле зрения вновь становится темным – угол поворота плоскости поляризации оптически активным веществом. В зависимости от направления вращения, оптически активные вещества разделяются на *право-* и *левовращающие*. В первом случае плоскость поляризации, если смотреть навстречу лучу, смещается по часовой стрелке, во втором – против.

Оптическая активность обуславливается: 1) строением молекул вещества (их асимметрией); 2) особенностями расположения частиц в кристаллической решетке.

Эффект Фарадея - вращение плоскости поляризации в оптически неактивных телах помещенных во внешнее магнитное поле. Угол поворота плоскости поляризации:

$$\varphi = VHd ,$$

где H – напряженность внешнего магнитного поля, d – толщина образца, V – **постоянная Верде**, зависящая от природы вещества и длины волны света.

ЗАДАЧА 1
ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПРИ ОТРАЖЕНИИ СВЕТА ОТ ТОН-
КИХ ПЛАСТИНОК ИЛИ ПРИ ПРОХОЖДЕНИИ

СВЕТА СКВОЗЬ ЭТИ ПЛАСТИНКИ

Световая волна с плоским фронтом (параллельный пучок лучей) с длиной волны $\lambda_0 = 0,5$ мкм падает в вакууме под углом α на стопу из 3 плоскопараллельных прозрачных пластинок (пленок) (рисунок 17) с абсолютными показателями преломления n_1, n_2, n_3 и соответствующими толщинами h_1, h_2, h_3 . Определить оптическую разность хода δ двух лучей отраженных или проходящих (в зависимости от варианта) (таблица 1).

Максимум или минимум освещенности на экране дадут эти волны (лучи) при наложении?

Используя данные своего варианта, нарисуйте конкретный чертеж, показывающий ход двух лучей, номера которых заданы в условии.

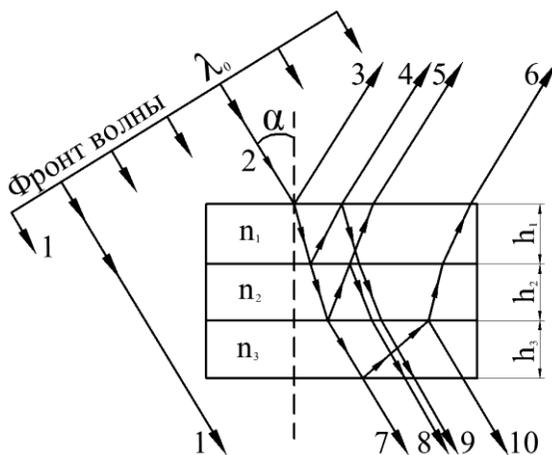


Рисунок 17. Интерференция света в параллельных прозрачных пластинках

Таблица 1. Данные для расчетов

Вариант	α , град	n_1	n_2	n_3	h_1 , мкм	h_2 , мкм	h_3 , мкм	Номер луча

1	30	1,5	1,8	2,0	-	5	-	4;5
2	45	-	1,8	1,5	-	-	3	5;6
3	0	1,5	2,0	1,5	-	5	-	7;8
4	30	1,5	2,0	1,5	3	5	3	1;7
5	0	1,5	2,0	-	3	-	-	3;4
6	45	1,5	1,8	2,0	-	5	-	7;8
7	30	1,5	1,8	2,0	3	-	3	9;10
8	45	2,0	1,8	1,5	-	5	-	4;5
9	0	2,0	1,8	1,5	3	5	-	8;9
10	30	-	1,5	2,0	-	-	3	5;6
11	0	2,0	1,8	1,5	-	5	-	4;5
12	45	1,8	2,0	1,8	3	5	-	8;9
13	0	-	1,8	1,5	-	-	3	5;6
14	30	2,0	1,5	-	3	-	-	3;4
15	45	1,8	2,0	1,5	3	5	3	1;7
16	0	2,0	1,5	1,8	3	-	3	9;10
17	30	2,0	1,5	1,8	-	5	-	7;8
18	0	2,0	1,5	1,8	3	5	3	1;7
19	45	1,8	2,0	-	3	-	-	3;4
20	30	1,8	2,0	1,5	3	-	3	9;10
21	45	1,5	2,0	1,5	4	4	4	1;8
22	30	1,8	1,5	1,8	3	3	-	3;5
23	0	1,5	2,0	-	2	2	2	4;6
24	45	2,0	1,5	2,0	5	5	5	1;9
25	30	2,0	1,5	1,8	2	3	4	3;6
26	0	1,5	1,8	2,0	-	5	-	4;5
27	30	-	1,8	1,5	-	-	3	5;6
28	45	1,5	1,8	2,0	-	3	-	7;8
29	0	2,0	1,8	1,5	2	3	-	8;9
30	30	1,8	1,5	-	5	-	-	3;4
31	30	1,2	2,0	-	1,6	-	-	7;9

Пример решения задачи № 1 (вариант № 31)

Условие задачи:

Световая волна с плоским фронтом (параллельный пучок лучей) с длиной волны $\lambda_0 = 0,5$ мкм падает под углом $\alpha = 30^\circ$ на стопу из 3 плоскопараллельных прозрачных пластинок (пленок), находящуюся в вакууме. Известны абсолютные показатели преломления $n_1 = 1,2$ и $n_2 = 2,0$. Известна также толщина 1-й пленки $h_1 = 1,6$ мкм. Определим оптическую разность хода Δ двух проходящих лучей 7 и 9 и максимум или минимум освещенности на экране дадут эти волны (лучи) при их наложении.

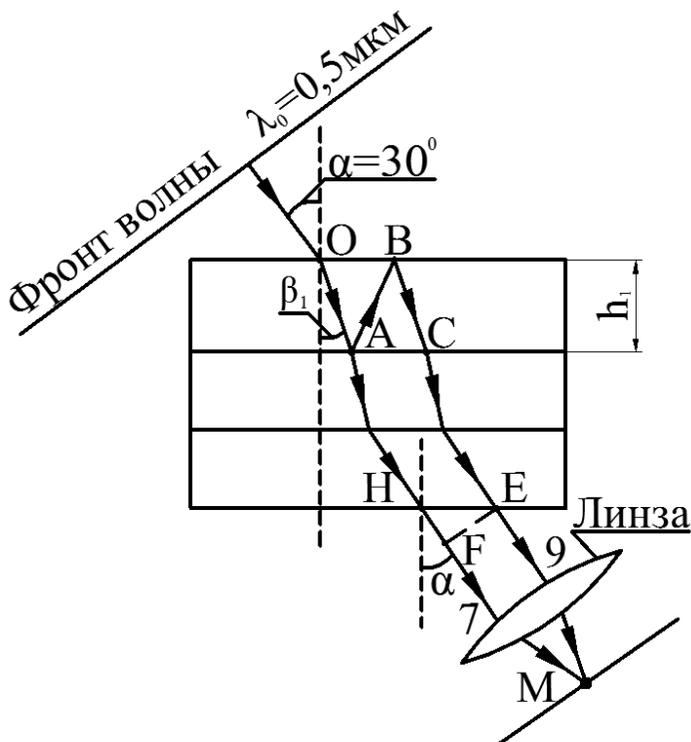


Рисунок 18. Интерференция при прохождении света через три пленки

Дано:

$$\lambda_0 = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$h_1 = 1,6 \text{ мкм} = 1,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n_1 = 1,2; n_2 = 2,0$$

Найти: $\Delta = ?$

Решение: Как видно на рисунке 18, наложение лучей 7 и 9 осуществляется с помощью собирающей линзы. Лучи 7 и 9 проходят одинаковые оптические пути во второй и третьей пленках, а также вне пленок, начиная от плоскости FE, где FE – перпендикуляр, опущенный из точки E на луч 7. Тогда оптическая разность хода Δ лучей (волн) 7 и 9 будет равна

$$\Delta = L_9 - L_7 = n_1(AB + BC) + \frac{\lambda_0}{2} - HF,$$

здесь $(AB + BC)$ – геометрический путь луча 9 в первой пленке; $\frac{\lambda_0}{2}$ – дополнительная разность хода, возникающая при отражении луча (волны) в точке A от оптически более плотной среды ($n_2 > n_1$).

Из геометрии и с учетом законов преломления и отражения следует:

$$AB + BC = \frac{2h_1}{\cos\beta_1} = \frac{2h_1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_1^2}}}, \text{ так как } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = n_1;$$

$$HF = HE \cdot \sin \alpha; \quad HE = OB = 2h_1 \cdot \text{tg}\beta_1;$$

$$HF = \frac{2h_1 \sin^2 \alpha}{n_1 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha / n_1^2}}.$$

$$\Delta = n_1 \frac{2h_1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_1^2}}} + \frac{\lambda_0}{2} - \frac{2h_1 \sin^2 \alpha}{n_1 \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_1^2}}}.$$

Подставляя численные значения, получаем:

$$\Delta = \frac{1,2 \cdot 2 \cdot 1,6}{\sqrt{1 - \left(\frac{0,5}{1,2}\right)^2}} + 0,25 - \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 0,5^2}{1,2 \sqrt{1 - \left(\frac{0,5}{1,2}\right)^2}} = 3,74 \text{ мкм.}$$

Что будет, интерференционный максимум или минимум, зависит от четного или нечетного числа длин полуволен $\frac{\lambda_0}{2}$, которое укладывается в Δ :

$$m = \frac{\Delta}{\lambda_0 / 2} = \frac{3,74}{0,25} = 15.$$

Оптическая разность хода δ составляет нечетное число длин полуволен, следовательно, волны 7 и 9 будут ослаблять друг друга – дадут интерференционный минимум в точке М на экране. Заметим, что дополнительную разность хода $\frac{\lambda_0}{2}$, возникающую при отражении от оптически более плотной среды, можно взять со знаком «минус». Результат будет тот же – в точке М будет минимум.

ЗАДАЧА 2

ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА ОТ ДВУХ КОГЕРЕНТНЫХ ИСТОЧНИКОВ

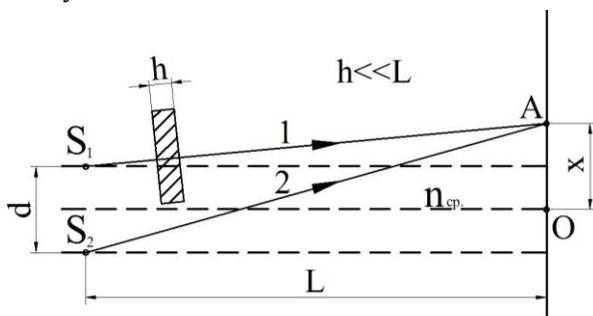
Расстояние между двумя когерентными источниками света S_1 и S_2 равно d . Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны в вакууме $\lambda_0 = 0,5$ мкм, расположены на расстоянии L от экрана. Рассмотреть два случая:

1) волны распространяются в однородной среде с абсолютным показателем преломления $n_{\text{ср}}$;

2) на пути первой волны помещена в ту же среду прозрачная пластинка (пленка) толщиной h с абсолютным показателем преломления $n_{\text{пл}}$ (рисунок 19).

Определить для обоих случаев оптическую разность хода δ двух волн в зависимости от варианта или в точке O , одинаково удаленной от источников, или в точке A , расположенной на разных расстояниях от источников (таблица 2). Определить разность фаз $\Delta\phi$ двух интерферирующих волн в той же точке. Какая освещенность будет в этой точке – минимальная или максимальная? Нарисуйте конкретный чертеж, соответствующий Вашему варианту.

Рису-



*нок
19.
Ин-
тер-
ферен-
ция
света*

*от двух когерентных
источников (обычно $x \ll L, d \ll L$)*

Таблица 2. Данные для расчетов

Вариант	Точка на экране	d, м	x, м	L, м	h, мкм	n _{ср}	n _{пл}
1	А	$5 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-2}$	2	5	1,3	1,5
2	О	-	-	2	6,5	1,5	2,0
3	А	$8 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-2}$	2	10	1,5	1,2
4	О	-	-	2	10	2,0	1,5
5	А	$2 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-2}$	1	13	1,75	1,5
6	О	-	-	1	13,75	1,5	1,7
7	А	$3 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	1,5	8	1,1	1,5
8	О	-	-	1,5	8,125	1,6	1,2
9	А	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	1	3,5	1,1	2,0
10	О	-	-	1	5	1,8	1,4
11	А	$7 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	2	15	1,1	1,3
12	О	-	-	2	4	1,2	1,7
13	А	$3,5 \cdot 10^{-4}$	$0,05 \cdot 10^{-2}$	0,5	12	1,6	1,4
14	О	-	-	0,5	12,5	1,7	2,0
15	А	$6 \cdot 10^{-4}$	$0,1 \cdot 10^{-2}$	1,5	7,3	1,5	2,0
16	О	-	-	1,5	9,75	1,3	1,5
17	А	$4 \cdot 10^{-4}$	$0,05 \cdot 10^{-2}$	0,8	8	1,9	1,4
18	О	-	-	0,8	22,5	1,4	1,5
19	А	$5 \cdot 10^{-4}$	$0,3 \cdot 10^{-2}$	1,5	20	1,7	1,9
20	О	-	-	1,5	2,5	2,0	1,9
21	А	$1 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	1,1	5	1,3	1,5
22	А	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	1,2	5	1	1,5
23	О	$3 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	1,3	5	1,3	2,0
24	О	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	1,4	5	1,5	1,8
25	О	$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$	1,5	5	2,0	1,3
26	А	$4 \cdot 10^{-4}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	1	8	1,3	1,5
27	О	-	-	1,5	9,75	1,2	1,8
28	А	$3 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	1,5	13	2,0	1,5
29	А	$3,15 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	0,8	3,5	1,2	1,5
30	О	-	-	2	5	1,2	1,3
31	А	$9 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-2}$	1	10,5	1	1,5

Пример решения задачи № 2 (вариант 31)

Условие задачи:

Расстояние между двумя когерентными источниками света S_1 и S_2 равно $d = 9 \cdot 10^{-4}$ м. Источники, испускающие монохроматический свет с длиной волны в вакууме $\lambda_0 = 0,5$ мкм, расположены на расстоянии $L = 1$ м от экрана. Рассмотрим два случая: 1) волны распространяются в однородной среде с абсолютным показателем преломления равным $n_{\text{ср}} = 1$; 2) на пути первой волны помещена в ту же среду прозрачная пластинка (пленка) толщиной $h = 10,5$ мкм с абсолютным показателем преломления, равным $n_{\text{пл}} = 1,5$.

Определим для обоих случаев оптическую разность хода Δ двух волн в точке А и разность фаз $\Delta\phi$ двух интерферирующих волн в той же точке и какая освещенность будет в этой точке – минимальная или максимальная.

Дано:

$$\lambda_0 = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

Рассматриваемая точка на экране – точка А

$$d = 9 \cdot 10^{-4} \text{ м}$$

$$x = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$L = 1 \text{ м}$$

$$h = 10,5 \text{ мкм} = 10,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$n_{\text{ср}} = 1$$

$$n_{\text{пл}} = 1,5$$

Найти: 1) $\Delta = ?$; 2) $\Delta\phi = ?$

Решение: Рисунок в данном варианте аналогичен рисунку 19. На рисунке 19 видно, что для точки А $\Delta = L_2 - L_1$, где L_2 и L_1 – оптические пути соответствующих лучей.

1) С учетом геометрии следует для случая **1** (без пластинки):

$$L_1 = n_{cp} \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2};$$

$$L_2 = n_{cp} \sqrt{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2};$$

$$\Delta = 1 \cdot \sqrt{1^2 + \left(1 \cdot 10^{-2} + \frac{9}{2} 10^{-4}\right)^2} - 1 \cdot \sqrt{1^2 + \left(1 \cdot 10^{-2} - \frac{9}{2} 10^{-4}\right)^2} = 9 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 9 \text{ мкм}$$

$$m = \frac{\Delta}{\lambda_0 / 2} = \frac{9 \cdot 2}{0,5} = 36 \quad \text{– четное число длин полуволн;}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta}{\lambda_0} = 2\pi \frac{9 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 36\pi \text{ рад} \quad \text{– четное число } \pi.$$

В точке **А** будет наблюдаться максимум освещенности.

2) Для случая **2** (с пластинкой):

$$\Delta = L_2 - L_1 = n_{cp} \sqrt{L^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - h(n_{nl} - n_{cp}) - n_{cp} \sqrt{L^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2};$$

$$\Delta = 9 - 10,5(1,5 - 1) = 3,75 \text{ мкм}.$$

В точке **А** будет наблюдаться минимум освещенности, так как:

$$m = \frac{\delta}{\lambda_0/2} = \frac{3,75 \cdot 2}{0,5} = 15 \text{ — нечетное число длин полуволн;}$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda_0} = 2\pi \frac{3,75 \cdot 10^{-6}}{0,5 \cdot 10^{-6}} = 15\pi \text{ рад — нечетное число } \pi.$$

ЗАДАЧА 3

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА КРУГЛОМ ОТВЕРСТИИ ИЛИ НА ДИСКЕ (МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ)

На круглое отверстие радиусом R или непрозрачный диск радиусом R (в зависимости от варианта) от точечного источника S падает свет с длиной волны λ . На пути лучей, прошедших через отверстие (огibaющих диск), помещают экран (рисунок 20). Расстояние от точечного источника до отверстия (диска) равно a ; расстояние от отверстия (диска) до экрана, на котором ведется наблюдение дифракционной картины, равно b . Сколько зон Френеля k укладывается в отверстии (на диске)? Темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины? Данные брать из таблицы 3.

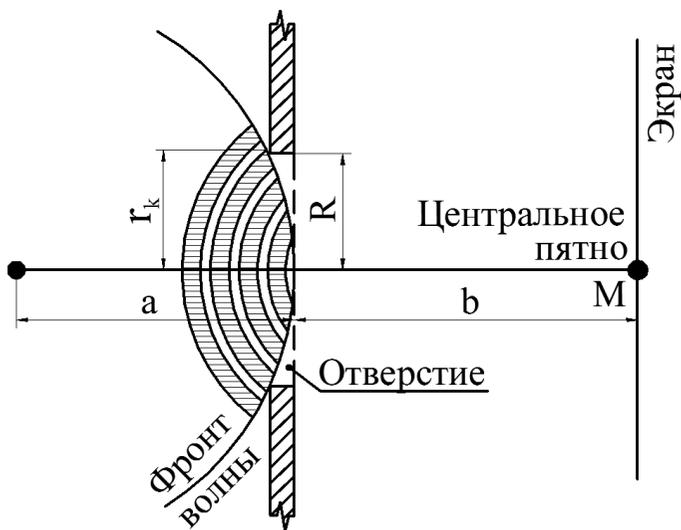


Рисунок 20. Дифракция света на круглом отверстии радиусом R

Таблица 3. Данные для расчетов

Вариант	Отверстие, диск	λ , мкм	R, мкм	a, м	b, м	b_{\max} , м	k	В центре пятно – темное, светлое
1	Отверстие	0,5	2	∞	1	-	?	?
2	Отверстие	0,5	2	∞	-	?	?	Темное
3	Диск	0,5	2	1	1	-	?	?
4	Диск	0,5	2	∞	0,5	-	?	?
5	Отверстие	0,63	?	1	2	-	5	?
6	Отверстие	1,15	3	?	1,5	-	11	?
7	Отверстие	?	4	1,5	1,5	-	6	?
8	Диск	1,15	3	1,5	1,5	-	?	?
9	Диск	1,5	3	∞	2	-	?	?
10	Отверстие	0,63	2,5	∞	-	?	?	Светлое
11	Отверстие	0,63	2,5	0,5	0,5	-	?	?
12	Отверстие	0,63	1,5	0,2	?	-	2	?
13	Отверстие	1,5	1,5	?	0,8	-	3	?
14	Отверстие	0,5	?	2	1	-	4	?
15	Отверстие	?	1,5	0,75	0,75	-	7	?
16	Диск	?	4	0,5	1	-	17	?
17	Отверстие	0,69	0,8	∞	-	?	?	Светлое
18	Отверстие	?	3	0,9	0,9	-	19	?
19	Отверстие	0,69	0,8	∞	-	?	?	Темное
20	Диск	0,69	?	1	0,5	-	4	?
21	Диск	?	2	1	0,5	-	6	?
22	Диск	?	2	1,5	1	-	7	?
23	Отверстие	0,7	1	∞	-	?	?	Темное
24	Отверстие	0,4	0,5	1	1	-	?	Светлое
25	Диск	?	2	2	1,5	-	8	?
26	Отверстие	1,4	1,2	?	1	-	3	?
27	Отверстие	0,63	2,5	∞	-	?	?	Темное
28	Отверстие	0,5	?	1	1,5	-	3	?
29	Диск	1,15	2,5	1	1,5	-	?	?
30	Диск	?	3	0,5	1	-	12	?
31	Отверстие	0,5	2	1	1	-	?	?

Пример решения задачи № 3 (вариант № 31)

Условие задачи:

На круглое отверстие радиусом $R=2$ мкм от точечного источника S падает свет с длиной волны $\lambda=0,5$ мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещен экран. Расстояние от точечного источника до отверстия $a=1$ м; расстояние от отверстия до экрана $b=1$ м. Определим, сколько зон Френеля укладывается в отверстии и темное или светлое пятно получится в центре дифракционной картины.

Дано:

Дифракция на отверстии

$$R = 2 \text{ мкм} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$$

$$\lambda = 0,5 \text{ мкм} = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$a = 1 \text{ м}$$

$$b = 1 \text{ м}$$

Найти: 1) $k = ?$;

2) пятно – темное или светлое?

Решение: Рисунок в данном варианте аналогичен рисунку

3. Радиус зон Френеля определяется по формуле:

$$r_k = \sqrt{\frac{a b}{a + b} \cdot k \lambda}$$

Радиус последней k -й зоны, укладывающейся в отверстие, равен радиусу отверстия $r_k = R$.

$$k = \frac{R^2(a + b)}{a b \lambda} = \frac{4 \cdot 10^{-6}(1 + 1)}{1 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 16.$$

Центральное пятно будет темным, так как в отверстии укладывается четное число зон Френеля.

ЗАДАЧА 4

ДИФРАКЦИЯ СВЕТА НА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКЕ (ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА)

На дифракционную решетку D нормально падает монохроматический свет с длиной волны λ (фронт волны – плоский). На экране \mathcal{E} , расположенном за собирающей линзой параллельно решетке и отстоящем от нее на расстоянии L , наблюдается дифракционная картина (рисунок 21). Расстояние между двумя дифракционными максимумами k -го и i -го порядков равно ℓ . Определить постоянную дифракционной решетки d , число n штрихов решетки на 1 мм ее длины и общее число N главных максимумов, получаемых с помощью этой решетки.

Нарисуйте конкретный чертеж, соответствующий Вашему варианту (таблица 4).

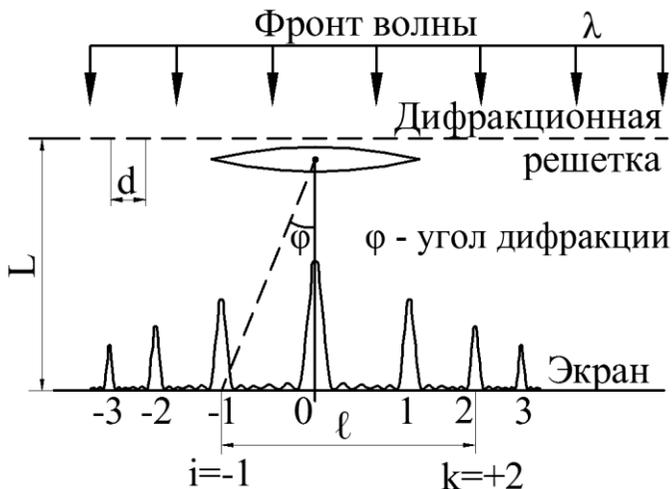


Рисунок 21. Дифракция при прохождении света через дифракционную решетку

Таблица 4. Данные для расчетов

Вариант	λ , мкм	L, м	l , см	k	i	d, мкм	n, $\frac{1}{\text{мм}}$	N
1	0,5	1	10	+1	+3	?	?	?
2	?	1,5	10	-1	-3	25	?	?
3	0,63	1	?	+1	+2	20	?	?
4	1,15	?	5	-1	-2	?	50	?
5	0,69	?	1	+1	0	?	?	75
6	?	0,8	2	-1	0	30	?	?
7	0,5	0,8	?	+1	-2	50	?	?
8	0,63	?	8	+1	-3	?	20	?
9	0,45	2	?	-1	+2	?	25	?
10	0,38	?	2	-2	+1	?	50	?
11	?	2	10	-2	+3	30	?	?
12	?	1	12	-3	+3	25	?	?
13	0,5	?	5	0	+2	?	?	97
14	0,5	?	3	+1	0	?	?	35
15	?	1	10	-2	0	?	100	?
16	1,15	?	2	+3	+2	40	?	?
17	?	0,5	1	-3	-2	30	?	?
18	?	0,8	4	0	+3	?	75	?
19	?	1,5	10	0	-3	25	?	?
20	1,15	1,5	?	-3	+2	80	?	?
21	?	1	6	0	+1	?	100	?
22	?	0,8	2	-1	+1	10	?	?
23	0,5	?	4	-2	+2	?	?	25
24	0,6	?	3	-1	-2	20	?	?
25	0,7	?	2	+1	+2	?	80	?
26	0,5	1,5	?	+1	+2	20	?	?
27	0,5	1	8	+1	+3	?	?	?
28	?	0,8	8	-2	0	?	80	?
29	0,69	1	?	-1	+2	?	20	?
30	1,15	2	?	-3	+2	100	?	?
31	0,65	0,5	10	-1	+2	?	?	?

Пример решения задачи № 4 (вариант 31)

Условие задачи:

На дифракционную решетку D нормально падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda=0,65$ мкм (фронт волны – плоский). На экране \mathcal{E} , расположенном за собирающей линзой параллельно решетке и отстоящем от нее на расстоянии $L = 0,5$ м, наблюдается дифракционная картина (рисунок 21). Расстояние между двумя дифракционными максимумами $k = -1$ и $i = +2$ равно $\ell = 10$ см. Определить постоянную дифракционной решетки d , число n штрихов решетки на 1 мм ее длины и общее число N главных максимумов, получаемых с помощью этой решетки.

Дано:

$$\lambda = 0,65 \text{ мкм} = 0,65 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

$$L = 0,5 \text{ м}$$

$$\ell = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$$

$$k = -1; i = +2$$

Найти: 1) $d = ?$; 2) $n = ?$; 3) $N = ?$

Решение: Рисунок в данном варианте аналогичен рисунку 4. Условие для максимума k -го порядка:

$$d \sin\varphi_k = k\lambda,$$

а для i -го:

$$d \sin\varphi_i = i\lambda.$$

Будем считать углы дифракции φ отрицательными слева от центрального максимума и положительными справа. Обычно углы дифракции φ малы, поэтому: $\sin \varphi \approx \text{tg } \varphi$.

Получаем:

$d \operatorname{tg} \varphi_1 = \lambda$; $d \operatorname{tg} \varphi_2 = 2\lambda$ или $d \frac{l_1}{L} = \lambda$; $d \frac{l_2}{L} = 2\lambda$. Так как $l_1 = l - l_2$,

получаем $d = \frac{3\lambda L}{l}$.

$$d = \frac{3 \cdot 0,65 \cdot 10^{-6} \cdot 0,5}{0,1} = 9,75 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 9,75 \text{ мкм}.$$

$$n = \frac{1}{d} = \frac{1}{9,75 \cdot 10^{-6} \text{ м}} = \frac{1}{9,75 \cdot 10^{-3} \text{ мм}} \approx 103 \frac{1}{\text{мм}};$$

$n = 103 \frac{1}{\text{мм}}$, то есть 103 штриха на 1 мм.

$N = 2k_{\max} + 1$, где k_{\max} получаем при $\varphi = 90^\circ$;

$$k_{\max} = \frac{d}{\lambda}; \quad N = 2 \frac{d}{\lambda} + 1 = 2 \frac{9,75 \text{ мкм}}{0,65 \text{ мкм}} + 1 = 31.$$

ЗАДАЧА 5
ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ.
ВРАЩЕНИЕ ПЛОСКОСТИ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

Кристаллическая пластинка, обладающая оптической активностью с постоянной вращения α , помещена между двумя николями – поляризатором и анализатором (рисунок 5а и 5б). На поляризатор падает естественный или линейно поляризованный (в зависимости от варианта) свет, интенсивность которого I_0 . После прохождения через поляризатор интенсивность света равна I_1 , а после прохождения через анализатор – I_2 . Угол между направлением колебаний светового вектора линейно поляризованной волны, подающей на поляризатор, и главной плоскостью поляризатора равен φ_1 , а угол между главными плоскостями анализатора и поляризатора равен φ_2 (углы отсчитываются по часовой стрелке). Кристаллическая пластинка свет не поглощает, и толщина ее равна d . В николях теряется по 10% проходящего через них света (неидеальные поляризатор и анализатор). Найти неизвестную величину, используя данные таблицы 5. На рисунке по данным варианта показать углы φ_1 , φ_2 , φ_3 и $\Delta\varphi$, где φ_3 – угол поворота плоскости поляризации света в пластинке, $\Delta\varphi$ – угол между \vec{E}_1 волны, падающей на анализатор, и главной плоскостью анализатора (см. рисунок 22).

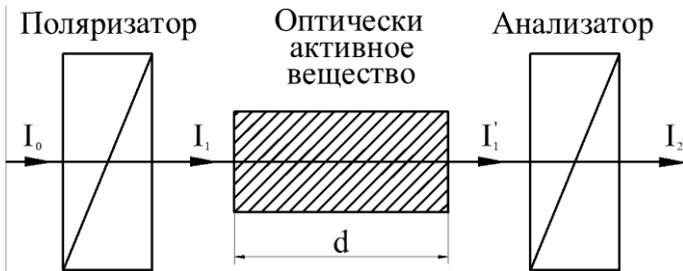


Рисунок 22. Прохождение света через систему поляризатор – вещество – анализатор (I'_1 – интенсивность света на выходе из кристаллической пластинки)

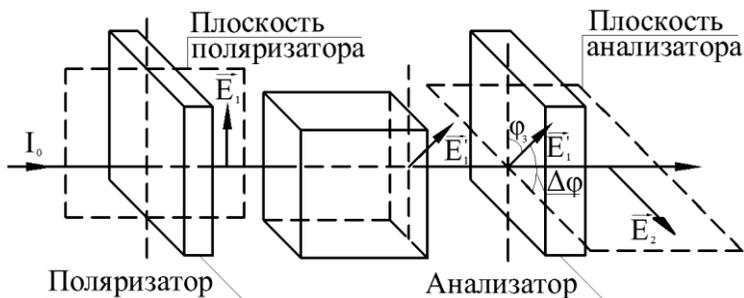


Рисунок 23. Направление колебаний \vec{E} (состояние поляризации) световой волны при прохождении ее через систему поляризатор – вещество – анализатор

Таблица 5. Данные для расчетов

Вариант	I_0 – естественный или линейно поляризованный	φ_1 , град	I_1/I_0	φ_2 , град	I_2/I_0	α , град/мм	d , мм
1	Естественный	-	?	90	?	- 30	2
2	Линейно поляризованный	45	?	90	?	+ 30	2
3	Линейно поляризованный	0	?	0	?	+ 10	6
4	Линейно поляризованный	30	?	30	0,5	+ 30	?
5	Естественный	-	?	?	0,1	0	-
6	Естественный	-	?	60	0,3	+ 10	?
7	Естественный	-	?	90	0,2	?	3
8	Линейно поляризованный	60	?	?	0,11	- 15	2,5
9	Линейно поляризованный	0	?	5	0,8	?	1
10	Линейно поляризованный	15	?	?	0,05	+ 10	1,5
11	Естественный	-	?	0	0,15	- 10	?
12	Линейно поляризованный	?	?	90	0,7	- 20	5
13	Естественный	-	?	80	0,4	?	4
14	Линейно поляризованный	10	?	?	0,25	+ 20	2
15	Естественный	-	?	45	?	+ 25	3
16	Естественный	-	?	?	0,08	+ 30	1
17	Естественный	-	?	30	0,35	+ 10	?
18	Линейно поляризованный	0	?	0	?	- 15	2,5
19	Линейно поляризованный	70	?	45	0,01	?	1,5
20	Линейно поляризованный	0	?	60	0,7	- 30	?
21	Линейно	30	?	30	?	+ 30	1

	поляризованный						
22	Линейно поляризованный	45	?	45	?	+ 45	1
23	Линейно поляризованный	60	?	60	?	+ 60	1
24	Естественный	-	?	30	0,3	- 10	?
25	Естественный	-	?	45	0,3	- 20	?
26	Естественный	-	?	90	0,3	+ 20	?
27	Линейно поляризованный	45	?	45	?	+ 10	1
28	Линейно поляризованный	15	?	?	0,25	+ 10	1
29	Линейно поляризованный	60	?	60	?	-60	2
30	Естественный	-	?	45	0,2	- 10	?
31	Естественный	-	?	90	?	+ 30	1,5

Пример решения задачи № 5 (вариант № 31)

Условие задачи:

Кристаллическая пластинка, обладающая оптической активностью с постоянной вращения $\alpha = 30$ град/мм, помещена между двумя николями – поляризатором и анализатором. На поляризатор падает естественный свет, интенсивность которого I_0 . После прохождения через поляризатор интенсивность света равна I_1 а после прохождения через анализатор – I_2 . Угол между главными плоскостями анализатора и поляризатора $\varphi_2 = 90^\circ$. Кристаллическая пластинка свет не поглощает, и толщина ее равна $d = 1,5$ мм. В николях теряется по 10% проходящего через них света. Определим отношения интенсивности прошедшего через поляризатор и анализатор света к интенсивности падающего I_1/I_0 и I_2/I_0 .

Дано:

На систему падает

естественный свет

$\varphi_2 = 90^\circ$ (рисунок 5в)

$\alpha = 30$ град/мм

$d = 1,5$ мм

$k = 10\% = 0,1$

Найти: 1) $I_1/I_0 = ?$

2) $I_2/I_0 = ?$

Решение:

1) Для идеального поляризатора $I_1^{\text{идеал}} = \frac{1}{2} I_0$, а с учетом 10 % поглощения

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k) = \frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot 0,9 = 0,45 I_0.$$

$$\frac{I_1}{I_0} = \frac{0,45 \cdot I_0}{I_0} = 0,45.$$

2) Угол поворота плоскости поляризации линейно поляризованного света, прошедшего через оптически активное вещество, определяется по формуле $\varphi_3 = \alpha d$.

В нашем случае

$$\varphi_3 = 30 \text{ град/мм} \cdot 1,5 \text{ мм} = 45^\circ$$

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_3 = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ.$$

По закону Малюса для идеального анализатора:

$$I_2^{\text{идеал}} = I_1' \cos^2 \Delta\varphi,$$

а в данном случае:

$$I_2 = (1 - k) I_1' \cos^2 \Delta\varphi.$$

Так как $I_1' = I_1$ то $I_2 = 0,9 \cdot 0,45 \cdot I_0 \cos^2 45^\circ = 0,2 I_0$;

$$\frac{I_2}{I_0} = \frac{0,2 I_0}{I_0} = 0,2.$$



Рисунок 24. Ориентация \vec{E} световой волны относительно плоскостей поляризатора и анализатора

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чертов А.Г. Задачник по физике / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – М.: Наука, 1988. – 527 с.
2. Детлаф А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М.: Высш. шк., 1989. – 608 с.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика / Д.В. Сивухин. – М.: Наука, 1985. – 752 с.
4. Ландсберг Г.С. Оптика / Г.С. Ландсберг. – М.: Наука, 1976. – 928 с.
5. Кошкин Н.И. Справочник по элементарной физике. / Н.И. Кошкин, М.Г. Ширкевич. – М.: Наука, 1988. – 208 с.