

Дискретная с.в.

(Задания для самостоятельной работы не даются, т.к. будет РГР по теме)

Пример 1. Задан закон распределения случайной величины X (в первой строке таблицы даны возможные значения величины X , а во второй строке указаны вероятности p этих возможных значений).

X	13	15	18	20
P	0.2	0.1	0.4	0.3

Вычислить: 1) математическое ожидание $M(x)$; 2) $D(x)$; 3) среднее квадратическое отклонение σ .

Решение:

1) Математическое ожидание $M(x)$ вычислим по формуле: $M(x) = \sum_{i=1}^n x_i p_i$. Тогда имеем:

$$M(x) = 13 \cdot 0,2 + 15 \cdot 0,1 + 18 \cdot 0,4 + 20 \cdot 0,3 = 17,3$$

2) Для вычисления дисперсии $D(x)$ воспользуемся формулой:

$$D(x) = M(x^2) - (M(x))^2.$$

Сначала вычислим $M(x^2)$:

$$M(x^2) = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i = 13^2 \cdot 0,2 + 15^2 \cdot 0,1 + 18^2 \cdot 0,4 + 20^2 \cdot 0,3 = 305,9. \quad \text{Тогда получим:}$$

$$D(x) = 305,9 - (17,3)^2 = 6,61$$

3) Среднее квадратическое отклонение σ : $\sigma(x) = \sqrt{D(x)}$. Т.е. $\sigma(x) = \sqrt{6,61} \approx 2,57$.

Пример 2. Найти функцию распределения и построить график. Вычислить вероятность попадания в интервал $p(-3 \leq X < 5)$.

$$F(x) = P(X < x) = \sum_{x_i < x} p_i$$

X	-5	2,5	10
	0,5	0,4	0,1

$$\text{Если } x \leq -5 \quad F(x) = 0$$

$$-5 < x \leq 2,5, \quad F(x) = 0,5$$

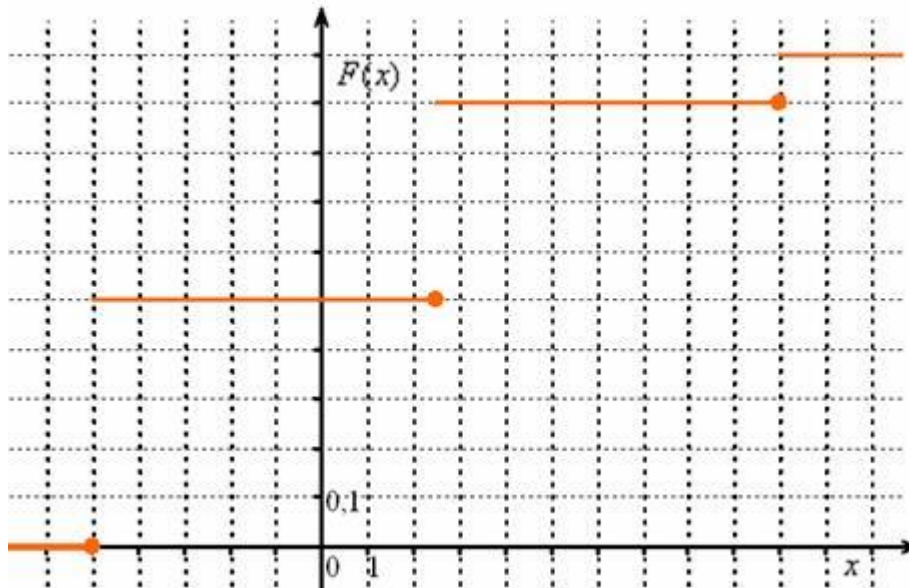
$$2,5 < x \leq 10 \quad F(x) = P(X < x) = 0,5 + 0,4 = 0,9$$

$$x > 10, \quad F(x) = P(X < x) = 0,5 + 0,4 + 0,1 = 1$$

Итак, функция распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq -5 \\ 0,5, & \text{если } -5 < x \leq 2,5 \\ 0,9, & \text{если } 2,5 < x \leq 10 \\ 1, & \text{если } x > 10 \end{cases}$$

График данной функции имеет **разрывный** «ступенчатый» вид:



На рисунке (красные линии) слева нужно ставить стрелочки, справа яркие точки можно не рисовать (см. рисунок для другого примера на следующей странице)

Вероятность попадания в интервал :

$$p(a \leq X < b) = F(b) - F(a)$$

$$p(-3 \leq X < 5) = F(5) - F(-3) = 0,9 - 0,5 = 0,4$$

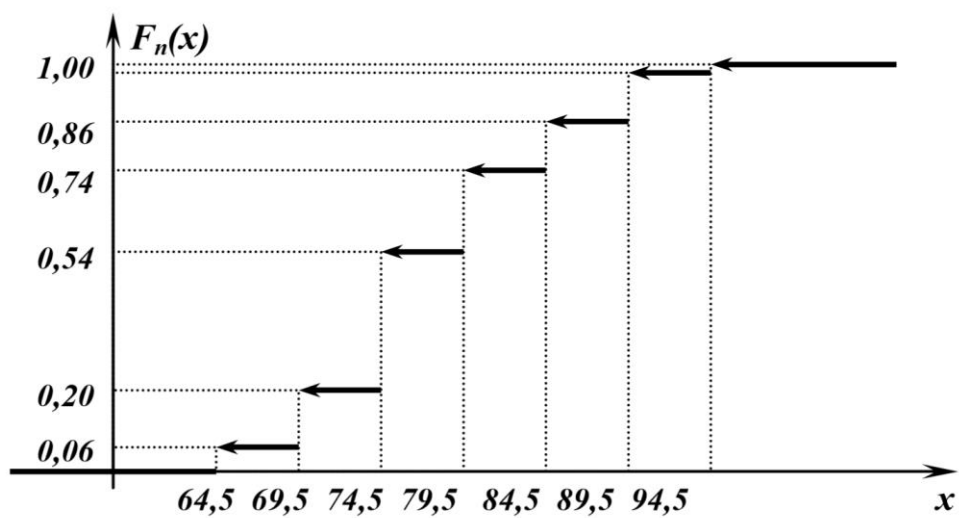


Рисунок 3