МИНИСТЕРСТВО ТРАНСПОРТА РФ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ

УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ

Кафедра физики

С.К. Камзолов, С.М. Новиков

ФИЗИКА

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ
по выполнению домашних заданий

Для студентов направлений подготовки
01.03.04 – Прикладная математика,
09.03.01 – Информатика и вычислительная техника,
23.03.01 – Технология транспортных процессов

Москва – 2017

ПРЕДИСЛОВИЕ

Контрольные домашние задания (КДЗ – у студентов дневного отделения, у студентов заочного отделения – контрольные работы, КР) являются формой самостоятельной работы студентов, направленной на формирование у них практических навыков решения задач.

Предлагаемое издание предназначено для студентов всех форм обучения по направлениям

01.03.04 – Прикладная математика,

09.03.01 – Информатика и вычислительная техника,

23.03.01 – Технология транспортных процессов.

В пособии собраны как задачи из задачников различных авторов (в первую очередь, А.Г. Чертова и А.А. Воробьева), так и оригинальные задачи.

Для удобства и экономии времени студентов в начале каждой темы приведены основные её формулы, которые даются, как правило, без подробных пояснений. Предполагается, что смысл входящих в формулы величин уже известен студенту, приступающему к решению задач.

Каждая тема содержит также примеры решения типовых задач с достаточно подробными пояснениями.

В конце пособия приведен полезный справочный материал.

КДЗ для студентов дневного отделения формируются из задач данного пособия по указанию преподавателя в соответствии с номером варианта.

Студенты заочного отделения (23.03.01 – Технология транспортных процессов) выполняют 2 контрольные работы: 1-я КР – первые 10 задач из данного сборника, 2-я КР – задачи с 11-ой по 22-ю.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Перед решением каждой конкретной задачи следует ознакомиться с соответствующим теоретическим материалом в учебнике. Для ориентации в нём перед каждым типом задач в Сборнике заданий дана краткая теория и необходимые формулы, которые полезно сразу заучить (кроме всего прочего – это пригодится на экзамене!). После этого можно попытаться решить свою задачу. Если с ходу не получилось, следует вначале проработать решения типовых задач, рассмотренных на практических занятиях, а также приведённые в начале каждой темы Сборника. Студентам дневного отделения приступать к решению задач каждой темы рекомендуется после того, как данная тема была рассмотрена на практическом занятии, и решались соответствующие типовые задачи.

ПОРЯДОК ВЫБОРА ВАРИАНТА И ОФОРМЛЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Распределение задач по вариантам обеспечивает студентам индивидуальные наборы задач по всем темам. Комплект задач задания каждого студента определяется по приведённой ниже **таблице вариантов** следующим образом:

– номера задач в пособии содержат два числа, разделенные точкой (например, **1.1**, .., **2.18**, .., **14.21** и т.д.). Первое число (левее точки) соответствует номеру темы, число правее точки – номеру задачи данной темы;

– верхняя строка таблицы вариантов отражает последнюю цифру номера темы;

– левый столбец в таблице содержит номера вариантов от 01 до 100. Горизонтальная строка, начинающаяся с номера варианта (последующие 10 столбцов) содержит номера задач соответствующих тем в данном варианте (число после точки в номере задачи).

Например, в варианте **№ 90** выполняются задачи **1.17**, **2.14**, **3.11**, **4.8**, **5.5**, **6.2**, **7.24**, **8.21**, **9.18**, **10.15**, **11.17**, **12.14**, **13.11**, **14.8**, **15.5**, **16.2**, **17.24**, **18.21**, **19.18**, **20.15, 21.17 и 22.14.**

Номер варианта студента определяется порядковым номером его зачетной книжки.

Ваш **номер варианта** – это **две последние цифры номера** Вашей **зачетной книжки** (или номера студенческого билета).

При оформлении домашнего задания необходимо соблюдать следующие **требования**:

1. Каждую контрольную работу следует выполнять **в отдельной тонкой тетради** (12 листов), аккуратно, без черновых записей, оставляя поля 2-3 см для вопросов и замечаний преподавателя.
2. Условия задач переписываются полностью, **без сокращений**.
3. Решение необходимо начинать **с краткой записи** заданных и определяемых величин: этот этап решения является анализом условия задачи.
4. Рисунки обязательны (кроме случаев, когда условия задачи просто исключают такую возможность) и выполняются аккуратно **с помощью чертежных принадлежностей**.
5. Используемые законы и формулы, а также ход решения задач должны сопровождаться **исчерпывающими пояснениями**.
6. Рекомендуется сначала получить **ответ в общем виде** (в виде расчетной формулы), а затем подставить заданные величины и произвести вычисления.

Задания, оформленные с нарушением этих требований или содержащие ошибки, возвращаются на доработку, которая производится **в той же тетради**.

ТАБЛИЦА ВАРИАНТОВ

Номер варианта	Цифра перед точкой в номере задачи									
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**0.**
	Число после точки в номере задачи									
01	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
02	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
03	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
04	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
05	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
06	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
07	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
08	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
09	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
14	14	14	14	14	14	14	14	14	14	14
15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
16	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
17	17	17	17	17	17	17	17	17	17	17
18	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
19	19	19	19	19	19	19	19	19	19	19
20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
21	21	21	21	21	21	21	21	21	21	21
22	22	22	22	22	22	22	22	22	22	22
23	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
24	24	24	24	24	24	24	24	24	24	24
25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
26	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
27	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
28	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
29	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
30	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
31	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
32	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
33	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
34	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
35	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
36	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
37	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
38	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
39	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
40	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
41	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
42	17	18	19	20	21	22	23	24	25	1
43	18	19	20	21	22	23	24	25	1	2
44	19	20	21	22	23	24	25	1	2	3
45	20	21	22	23	24	25	1	2	3	4
46	21	22	23	24	25	1	2	3	4	5
47	22	23	24	25	1	2	3	4	5	6
48	23	24	25	1	2	3	4	5	6	7
49	24	25	1	2	3	4	5	6	7	8
50	25	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Номер варианта	Цифра перед точкой в номере задачи									
	1.	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**0.**
	Число после точки в номере задачи									
51	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
52	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
53	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
54	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
55	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23
56	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
57	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
58	8	10	12	14	16	18	20	22	24	1
59	9	11	13	15	17	19	21	23	25	2
60	10	12	14	16	18	20	22	24	1	3
61	11	13	15	17	19	21	23	25	2	4
62	12	14	16	18	20	22	24	1	3	5
63	13	15	17	19	21	23	25	2	4	6
64	14	16	18	20	22	24	1	3	5	7
65	15	17	19	21	23	25	2	4	6	8
66	16	18	20	22	24	1	3	5	7	9
67	17	19	21	23	25	2	4	6	8	10
68	18	20	22	24	1	3	5	7	9	11
69	19	21	23	25	2	4	6	8	10	12
70	20	22	24	1	3	5	7	9	11	13
71	21	23	25	2	4	6	8	10	12	14
72	22	24	1	3	5	7	9	11	13	15
73	23	25	2	4	6	8	10	12	14	16
74	24	1	3	5	7	9	11	13	15	17
75	25	2	4	6	8	10	12	14	16	18
76	3	25	22	19	16	13	10	7	4	1
77	4	1	23	20	17	14	11	8	5	2
78	5	2	24	21	18	15	12	9	6	3
79	6	3	25	22	19	16	13	10	7	4
80	7	4	1	23	20	17	14	11	8	5
81	8	5	2	24	21	18	15	12	9	6
82	9	6	3	25	22	19	16	13	10	7
83	10	7	4	1	23	20	17	14	11	8
84	11	8	5	2	24	21	18	15	12	9
85	12	9	6	3	25	22	19	16	13	10
86	13	10	7	4	1	23	20	17	14	11
87	14	11	8	5	2	24	21	18	15	12
88	15	12	9	6	3	25	22	19	16	13
89	16	13	10	7	4	1	23	20	17	14
90	17	14	11	8	5	2	24	21	18	15
91	18	15	12	9	6	3	25	22	19	16
92	19	16	13	10	7	4	1	23	20	17
93	20	17	14	11	8	5	2	24	21	18
94	21	18	15	12	9	6	3	25	22	19
95	22	19	16	13	10	7	4	1	23	20
96	23	20	17	14	11	8	5	2	24	21
97	24	21	18	15	12	9	6	3	25	22
98	25	22	19	16	13	10	7	4	1	23
99	1	23	20	17	14	11	8	5	2	24
00	2	24	21	18	15	12	9	6	3	25

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Тема 1. КИНЕМАТИКА

Основные формулы

Положение материальной точки в пространстве задается радиус-вектором $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$, где x, y, z – координаты точки; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы направлений (орты).

Закон движения (кинематическое уравнение движения) в координатной форме: $x = f_1(t);\ y = f_2(t);\ z = f_3(t)$, где t – время.

Скорость $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = v_x\vec{i} + v_x\vec{j} + v_x\vec{k}$, где $v_x = \dfrac{dx}{dt};\ v_y = \dfrac{dy}{dt};\ v_z = \dfrac{dz}{dt}$ – проекции вектора скорости на оси координат.

Модуль вектора скорости $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Средняя скорость $< \vec{v} > = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{r}$ – вектор перемещения материальной точки за интервал времени Δt.

Средняя путевая скорость $< v > = \dfrac{S}{\Delta t}$, где S – путь, пройденный точкой за интервал времени Δt.

Ускорение $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, где $a_x = \dfrac{dv_x}{dt};\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt};\ a_z = \dfrac{dv_z}{dt}$ – проекции ускорения a на оси координат.

Угловая скорость при движении материальной точки по окружности $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$, где φ – угол поворота радиус-вектора материальной точки.

Угловое ускорение $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt}$.

Пример решения задачи

Пример 1. Закон движения материальной точки по прямой (ось *x)* имеет вид: $x = A+Bt+Ct^2$, где $A = 5$ м, $B = 4$ м/с, $C = -1$ м/с^2. Найти среднюю путевую скорость $<v>$ за интервал времени от $t_1 = 1$ с до $t_2 = 4$ с.

Решение. Для решения воспользуемся формулой для средней путевой скорости: $\langle v \rangle = \dfrac{S}{t_2 - t_1}$, где S – путь, пройденный точкой в течение заданного интервала времени. При определении пройденного пути следует проверить, не было ли разворота при движении материальной точки. В этот момент времени t_3 скорость (т.е. первая производная от координаты по времени) будет равна нулю:

$$v = \frac{dx}{dt} = B + 2Ct; \;\; B + 2Ct_3 = 0,$$

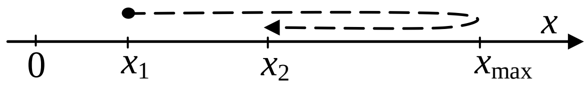

Рис. 1.1

откуда $t_3 = -B/2C = -4/2(-1)(с) = 2$ с.

Т.е. действительно, разворот был, причем внутри заданного интервала времени (рис. 1.1).

Тогда S – путь, пройденный точкой за интервал времени $t_2 - t_1$, состоит из двух отрезков пути: $S_1 = x_{max} - x_1$, который точка прошла за интервал времени $t_3 - t_1$, и $S_2 = x_{max} - x_2$, который она прошла за интервал времени $t_2 - t_3$. Таким образом, путь

$$S = S_1 + S_2 = (x_{max} – x_1) + (x_{max} – x_2) = 2x_{max} – (x_1 + x_2).$$

Найдём максимальную координату, подставив время t_3 в исходный закон движения: $x_{max} = x/_{t = 2} = 9$ м.

Вычисляем значения x_1 и x_2, подставляя в исходный закон движения соответствующие значения времени t_1 и t_2: $x_1 = 8$ м, $x_2 = 5$ м. Следовательно,

$$S = 2 \cdot 9 - (8+5) \text{ (м)} = 5 \text{ м}.$$

Тогда искомая средняя путевая скорость $<v> = 5/(4-1)$ м/с = 1,67 м/с.

Заметим, что средняя путевая скорость всегда положительна.

Задачи

1.1. Материальная точка движется прямолинейно согласно закону движения $x = At+Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = –0,2$ м/с^2. Построить графики зависимости координаты и пути от времени для заданного движения.

1.2. Зависимость координаты материальной точки от времени задана уравнением $x = At+Bt^4$, где $A = 8$ м/с, $B = –0,25$ м/с^4. Определить момент времени, в который скорость v точки равна нулю. Найти координату и ускорение в этот момент.

1.3. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$x_1 = A_1+B_1\mathrm{t}+C_1t^3, \quad x_2 = A_2+B_2\mathrm{t}+C_2t^3,$$

где $B_1 = 4$ м/с, $B_2 = 2$ м/с, $C_1 = –2$ м/с^3, $C_2 = 0,5$ м/с^3. В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковыми? Определить скорости v_1 и v_2, а также ускорения a_1 и a_2 точек в этот момент.

1.4. Две материальные точки движутся согласно уравнениям:

$$x_1 = A_1+B_1\mathrm{t}^2+C_1t^3, \quad x_2 = A_2+B_2\mathrm{t}^2+C_2t^3,$$

где $B_1 = 16$ м/с^2, $C_1 = –3$ м/с^3, $B_2 = –8$ м/с^2, $C_2 = 1$ м/с^3. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости v_1 и v_2 точек в этот момент.

1.5. Движение материальной точки по прямой задано уравнением $x = A+Bt+Ct^2$, где A = 3 м, B = 2 м/с, C = –0,5 м/с^2. Определить среднюю путевую скорость <v> движения точки в интервале времени от t_1 = l с до t_2 = 3 с.

1.6. Материальная точка движется по прямой согласно уравнению $x = At^2+Bt^3$, где A = 6 м/с, B = –2 м/с^3. Определить среднюю путевую скорость <v> точки в интервале времени от t_1 = 1 с до t_2 = 4 с.

1.7. Две материальные точки движутся по окружностям с угловыми скоростями: $\omega_1 = A_1t+B_1t^3$, $\omega_2 = A_2t+B_2t^3$, где A_1 = 4 рад/с^2, B_1 = 3 рад/с^3, A_2 = 12 рад/с^2, B_2 = –1 рад /с^3. В какой момент времени t угловые ускорения этих точек будут одинаковы? Найти угловые скорости точек в этот момент.

1.8. Материальная точка движется по окружности с угловой скоростью $\omega = At+Bt^2$, где A = 6 рад/с^2, B = 3 рад/с^3. Определить пройденное точкой расстояние за первую секунду, если радиус окружности R = 20 см.

1.9. Две материальные точки движутся по окружностям с угловыми скоростями: $\omega_1 = A_1+B_1t+C_1t^2$, $\omega_2 = A_2+B_2t+C_2t^2$, где A_1 = –3 рад/с, A_2 = 2 рад/с, B_1 = 2 рад/с^2, B_2 = 4 рад/с^2, C_1 = 3 рад/с^3, C_2 = 1 рад/с^3. Найти угловые скорости точек в тот момент времени, когда их угловые ускорения будут равны.

1.10. Две материальные точки движутся по окружностям согласно уравнениям: $\varphi_1 = A_1t^2+B_1t^3$, $\varphi_2 = A_2t^2+B_2t^3$, где A_1 = 4 рад/с^2, B_1 = 3 рад /с^3, A_2 = 12 рад /с^2, B_2 = –1 рад/с^3. В какой момент времени t угловые ускорения точек будут одинаковы? Определить их угловые скорости в этот момент.

1.11. Уравнение прямолинейного движения материальной точки имеет вид: $x = At+Bt^3$, где A = 6 м/с, B = –0,5 м/с^3. Построить графики зависимости скорости и ускорения от времени для заданного движения.

1.12. Движение материальной точки задано уравнением $x = At+Bt^3$, где A = 12 м/с, B = –0,25 м/с^3. Найти координату и ускорение точки в тот момент, когда её скорость v равна нулю. Построить график зависимости скорости от времени.

1.13. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$x_1 = A_1+B_1t+C_1t^2, \quad x_2 = A_2+B_2t+C_2t^3,$$

где A_1 = 20 м, A_2 = 2 м, B_1 = 10 м/с, B_2 = 2 м/с, C_1 = 1,5 м/с^2, C_2 = 0,2 м/с^3. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковыми? Определить координаты и скорости материальных точек в этот момент.

1.14. Движение точки по прямой задано уравнением $x = At+Bt^2$, где A = 2 м/с, B = –0,5 м/с^2. Определить среднюю путевую скорость <v> движения точки в интервале времени от t_1 = l с до t_2 = 5 с.

1.15. Две материальные точки движутся согласно уравнениям:

$$x_1 = A_1t+B_1t^2+C_1t^3, \quad x_2 = A_2t+B_2t^2+C_2t^3,$$

где A_1 = 4 м/с, B_1 = 8 м/с^2, C_1 = -16 м/с^3, A_2 = 2 м/с, B_2 = –4 м/с^2, C_2 = 1 м/с^3. Найти координаты и скорости точек в тот момент времени, когда ускорения этих точек будут одинаковы.

1.16. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = At+Bt^3$,где A = 6 м/с, B = –0,125 м/с^3. Определить среднюю путевую скорость $\langle v \rangle$ точки в интервале времени от t_1 = 2 с до t_2 = 6 с.

1.17. Две материальные точки движутся вдоль одной прямой со скоростями $v_1 = A_1t+B_1t^2$, $v_2 = A_2t+B_2t^2$, где A_1 = 4 м/с^2, B_1 = 3 м/с^3, A_2 = 12 м/с^2, B_2 = -1 м/с^3. В какой момент времени t ускорения этих точек будут одинаковы? Найти скорости точек в этот момент.

1.18. Две материальные точки движутся вдоль одной прямой со скоростями $v_1 = A_1+B_1t+C_1t^2$, $v_2 = A_2+B_2t+C_2t^2$, где A_1 = -3 м/с, A_2 = 2 м/с, B_1 = 2 м/с^2, B_2 = 4 м/с^2, C_1 = 3 м/с^3, C_2 = 1 м/с^3. Найти скорость первой точки относительно второй в тот момент времени, когда ускорения точек будут равны.

1.19. Две материальные точки движутся вдоль одной прямой с ускорениями $a_1 = A_1+B_1t$, $a_2 = A_2+B_2t$, где A_1 = 4 м/с^2, B_1 = 3 м/с^3, A_2 = 12 м/с^2, B_2 = -1 м/с^3. Начальные скорости этих точек были равны, соответственно, 8 м/с и 12,5 м/с. В какой момент времени t скорости точек будут одинаковы?

1.20. Два самолёта движутся горизонтально одним курсом, но на разных высотах. Их движение описывается уравнениями:

$$x_1 = A_1+B_1t+C_1t^2, \quad x_2 = A_2+B_2t+C_2t^2,$$

где A_1 = 400 км, A_2 = 240 км, B_1 = 300 км/час, B_2 = 400 км/час, C_1 = 50 км/час^2, C_2 = 40 км/час^2. Определить скорость второго самолёта относительно первого в тот момент, когда самолёты оказались один над другим. Время полёта каждого самолета не превышает 4-х часов.

1.21. Материальная точка движется по прямой со скоростью $v = A+Bt^2$, где A = 6 м/с, B = 2 м/с^3. Определить пройденное точкой расстояние за первую секунду движения.

1.22. Два автомобиля движутся в одном направлении согласно уравнениям:

$$x_1 = A_1+B_1t+C_1t^2, \quad x_2 = A_2+B_2t+C_2t^2,$$

где A_1 = 40 м, A_2 = 24 м, B_1 = 30 м/с, B_2 = 40 м/с, C_1 = 5 м/с^2, C_2 = 4 м/с^2. Определить скорость второго автомобиля относительно первого в момент обгона.

1.23. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями:

$$x_1 = A_1+B_1t+C_1t^2, \quad x_2 = A_2+B_2t+C_2t^2,$$

где A_1 = 20 м, A_2 = 2 м, $B_1 = B_2$ = 2 м/с, C_1 = –4 м/с^2, C_2 = 0,5 м/с^2. Определить скорость второй точки относительно первой в момент времени t = 2 с.

1.24. Две материальные точки движутся согласно уравнениям:

$$x_1 = A_1t+B_1t^2+C_1t^3, \quad x_2 = A_2t+B_2t^2+C_2t^3,$$

где A_1 = 4 м/с, B_1 = 8 м/с^2, C_1 = 1 м/с^3, A_2 = 2 м/с, B_2 = –4 м/с^2, C_2 = 2 м/с^3. Определить скорость первой точки относительно второй в момент времени t = 3 с.

1.25. Два автомобиля движутся в одном направлении согласно уравнениям: $x_1 = A_1t+B_1t^2$, $x_2 = A_2t+B_2t^3$, где A_1 = 4 м/с, B_1 = 1,6 м/с^2, A_2 = 3 м/с, B_2 = 0,4 м/с^3. В какой момент времени скорости автомобилей сравняются? Определить расстояние между автомобилями в этот момент.

Тема 2. ДИНАМИКА ТЕЛ, ДВИЖУЩИХСЯ ПОСТУПАТЕЛЬНО. ИМПУЛЬС ТЕЛА И УСЛОВИЕ ЕГО ИЗМЕНЕНИЯ

Основные формулы

$\vec{p} = m\vec{v}$ – импульс тела, $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$ - его изменение.

Уравнение движения материальной точки:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i, \text{ или } m\vec{a} = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i \text{ – 2-й закон Ньютона,}$$

где $\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i$ – векторная сумма сил, действующих на материальную точку; m – её масса; a – ускорение; N – число сил, действующих на точку.

Средняя сила, действующая на тело в течение времени Δt: $\left\langle \vec{F} \right\rangle = \dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$.

Пример решения задачи

Пример 2. Шар массой m = 0,3 кг, двигаясь со скоростью v = 10 м/с, упруго ударяется о гладкую неподвижную стенку так, что скорость его направлена под углом α = 30° к нормали. Определить импульс p, получаемый стенкой.

Решение. Поскольку удар шара о стенку упругий, то можно воспользоваться законом сохранения механической энергии. А так как масса стенки много больше массы шара, из него следует равенство модулей скоростей шара до и после удара: $v = u$.

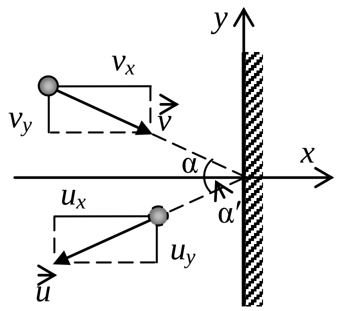

Рис. 2.1

Покажем, что угол α' отражения шара от стенки равен углу α падения шара. Спроецируем векторы начальной и конечной скоростей на координатные оси x и y (рис. 2.1). Так как стенка гладкая, то $u_y = v_y$. Учитывая, кроме того, равенство модулей скоростей шара v до и u после удара, получим $u_x = -v_x$, а отсюда следует равенство углов падения и отражения (α' = α).

Для определения импульса p, полученного стенкой, воспользуемся законом сохранения импульса. В нашем случае из него следует:

$$\vec{p}_1 = \vec{p}_1' + \vec{p},$$

где $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_1'$ – импульсы шара до и после удара (при этом их модули равны).

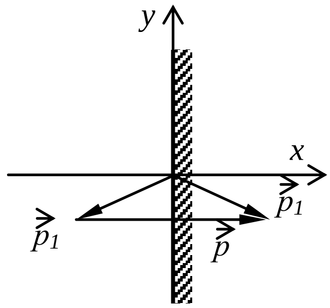

Рис. 2.2

Отсюда импульс, полученный стенкой, равен:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 - \vec{p}_1'.$$

Из рис. 2.2 видно, что вектор $\vec{p}$ сонаправлен с осью x и его модуль $p = 2p_1\cos\alpha$. Подставив сюда выражение импульса $p_1 = mv$, получим:

$$p = 2mv\cos\alpha.$$

Произведем вычисления: $p = 2\cdot 0{,}3\cdot 10\frac{\sqrt{3}}{2}$ кг·м/с = 5,20 кг·м/с.

Задачи

2.1. Молот массой m = 15 кг падает с высоты h = 1 м на наковальню, масса которой много больше массы молота. Длительность удара t = 0,05 с. Определить среднее значение силы $\langle F\rangle$ удара, считая удар абсолютно неупругим.

2.2. Шарик массой m = 5 г, двигаясь с одинаковой скоростью, описывает четверть окружности радиусом R = 1,5 м в течение времени t = 2 с. Найти изменение импульса Δp шарика.

2.3. Материальная точка массой m = 2 г, двигаясь с одинаковой скоростью, описывает половину окружности радиусом r = 1,4 м в течение времени t = 1,5 с. Найти изменение импульса Δp точки.

2.4. Тело массой m = 10 г, двигаясь со скоростью v = 5 м/с, описывает половину окружности радиусом в течение времени t = 2,5 с. Найти среднее значение силы $\langle F\rangle$, действующей на это тело в течение указанного времени.

2.5. Тело массой m = 3 кг брошено с земли под углом α = 45° к горизонту с начальной скоростью v_0 = 15 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти изменение импульса Δp тела за время полета.

2.6. Шарик массой m = 50 г упал с высоты h = 2 м на горизонтальную плиту, масса которой много больше массы шарика, и отскочил от нее вверх. Считая удар абсолютно упругим, определить импульс p, полученный плитой.

2.7. Ядро массой m = 5 кг брошено с земли под углом α = 60° к горизонту с начальной скоростью v_0 = 10 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти изменение импульса Δp тела за время полета.

2.8. Тело массой m = 4 кг брошено с земли под углом α = 30° к горизонту с начальной скоростью v_0 = 15 м/с, а приземлилось со скоростью v = 12 м/с под углом β = 60° к горизонту. Найти изменение импульса Δp тела за время полета.

2.9. Упавший вертикально с высоты h_1 = 70 см шарик массой m = 50 г после удара об пол подпрыгнул на высоту h_2 = 50 см. Найти изменение импульса Δp шарика при ударе.

2.10. Мяч массой m = 50 г ударился о стену и отскочил от нее. Определить изменение импульса Δp мяча, если перед ударом он имел скорость v_0 = 25 м/с, направленную под углом α = 30° к поверхности стены. Удар считать абсолютно упругим.

2.11. Шар скатывается без трения с горки высотой h = 50 см без начальной скорости. Горка подвижна и находится на гладкой поверхности. Найти скорость шара в конце скатывания, если его масса в 5 раз меньше массы горки.

2.12. Шарик массой m = 10 г ударился о стену и отскочил от нее со скоростью v = 15 м/с, направленной под углом α = 60° к поверхности стены. Определить изменение импульса Δp шарика. Удар считать абсолютно упругим.

2.13. Упавший вертикально с высоты h_1 = 80 см шарик массой m = 70 г от удара об пол подпрыгнул вверх со скоростью v = 3 м/с. Найти изменение импульса Δp шарика при ударе.

2.14. Шарик массой m = 15 г ударился о стену со скоростью v_0 = 20 м/с, направленной под углом α = 45° к поверхности стены, и отскочил от нее. Определить длительность удара, если во время него шарик испытал воздействие силой, среднее значение которой составило 4 Н. Удар был абсолютно упругим.

2.15. Мячик массой m = 150 г ударяется о гладкую стенку под углом 30° к ней и отскакивает без потери скорости. Найти среднюю силу, действующую на мячик со стороны стенки, если его скорость v = 10 м/с, а продолжительность удара Δt = 0,1 с.

2.16. Падающий вертикально шарик массой m = 100 г ударился об пол со скоростью v = 5 м/с и подпрыгнул на высоту h = 50 см. Найти изменение импульса Δp шарика при ударе.

2.17. Шарик массой m = 20 г движется по гладкому столу со скоростью v = 2 м/с. Под действием некоторой силы он поворачивает на угол 60° без изменения модуля скорости. Определить среднюю величину этой силы, если она действовала в течение времени Δt = 0,1 с.

2.18. Падающий с высоты 2 м шарик массой m = 50 г ударился об пол и подпрыгнул со скоростью v = 5 м/с. Найти изменение импульса Δp шарика при ударе.

2.19. Мяч массой m = 250 г брошен под углом 30° к горизонту со скоростью v_0 = 15 м/с, и через время t = 1,5 с падает на землю со скоростью v = 10 м/с под углом 45 °. Определить среднюю суммарную силу, действующую на мяч во время полёта.

2.20. Пластилиновый шарик массой m = 40 г упал на пол с высоты h = 1,5 м и прилип к его поверхности. Определить среднее значение силы $\langle F \rangle$ удара, если он длился t = 0,08 с.

2.21. Тело массой m = 5 кг брошено с земли под углом α = 30° к горизонту с начальной скоростью v_0 = 10 м/с, а приземлилось со скоростью v = 8 м/с под углом β = 60° к горизонту. Определить среднюю суммарную силу, действующую на тело во время полёта, если он длился t = 2 с.

2.22. Мяч массой m = 300 г, брошенный горизонтально со скоростью v_0 = 20 м/с, упал на землю под углом 60° к её поверхности со скоростью v = 40 м/с. Через какое время приземлился мяч, если за время полёта на него действовала суммарная средняя сила $\langle F \rangle$ = 5 Н.

2.23. Мяч массой m = 100 г со скоростью v_0 = 15 м/с ударился о стену под углом α = 60° к её поверхности и отскочил со скоростью v = 10 м/с под углом

$\beta = 30^{\circ}$ к поверхности стены. Определить изменение импульса Δp мяча при ударе.

2.24. Шарик массой m = 20 г со скоростью v_0 = 15 м/с ударился об пол под углом $\alpha = 60^{\circ}$ к поверхности и отскочил со скоростью v = 5 м/с под углом $\beta = 30^{\circ}$ к поверхности пола. Определить среднее значение силы $\langle F \rangle$ удара, если он длился t = 0,1 с.

2.25. Пластилиновый шарик массой m = 60 г со скоростью v = 15 м/с ударился о стену и прилип к её поверхности. Определить длительность удара, если во время него шарик испытал воздействие силой, среднее значение которой составило 4,5 Н.

Тема 3. ИМПУЛЬС И ЭНЕРГИЯ

Основные формулы

Закон сохранения импульса для замкнутой системы, состоящей из N тел:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_i = const .$$

Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T = \frac{mv^2}{2} \quad \text{или} \quad T = \frac{p^2}{2m} .$$

Потенциальная энергия тела, находящегося в однородном поле силы тяжести планеты:

$$\Pi = mgh,$$

где h – высота, на которой находится центр тяжести тела, относительно уровня, принятого за нулевой. Эта формула справедлива при условии $h << R$, где R – радиус планеты.

Полная механическая энергия тела:

$$E_{\text{мех}} = T + \Pi.$$

В однородном поле силы тяжести суммарная механическая энергия замкнутой системы тел сохраняется при отсутствии потерь на трение и неупругие взаимодействия:

$$\sum_{i} (T_i + \Pi_i) = const$$

Пример решения задачи

Пример 3. Шар массой m_1, движущийся горизонтально с некоторой скоростью v_1, столкнулся с неподвижным шаром массой m_2. Шары абсолютно упругие, удар прямой. Какую долю ω своей кинетической энергии первый шар передал второму?

Решение. Доля энергии, переданной первым шаром второму, выразится соотношением:

$$\omega = \frac{T_2'}{T_1} = \frac{m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2} = \frac{m_2}{m_1}\left(\frac{u_2}{v_2}\right)^2, \tag{1}$$

где T_1 – кинетическая энергия первого шара до удара, v_2 – его скорость после удара; u_2 и T'_2 – соответственно скорость и кинетическая энергия второго шара после удара.

Как видно из выражения (1), для определения ω надо найти u_2. Воспользуемся тем, что при ударе абсолютно упругих тел одновременно выполняются два закона сохранения: импульса и механической энергии.

По закону сохранения импульса, учитывая, что второй шар до удара покоился, имеем:

$$m_1 v_1 = m_1 u_1 + m_2 u_2\,. \tag{2}$$

По закону сохранения энергии в механике:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_1 u_2^2}{2}. \tag{3}$$

Решая совместно уравнения (2) и (3), найдем:

$$u_2 = \frac{2 m_1 v_1}{m_1 + m_2}.$$

Подставив это выражение u_2 в равенство (1), получим:

$$\omega = \frac{m_2}{m_1}\left[\frac{2 m_1 v_1}{v_1 (m_1 + m_2)}\right]^2 = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Из этого соотношения видно, что доля переданной энергии зависит только от масс сталкивающихся шаров. Доля передаваемой энергии не изменится, если шары поменяются местами.

Задачи

3.1. При выстреле из орудия снаряд массой m_1 = 15 кг получает кинетическую энергию T_1 = 2 МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса ствола орудия m_2 = 500 кг.

3.2. Покоящееся ядро атома распадается на два осколка массами $m_1 = 1{,}4\cdot 10^{-25}$ кг и $m_2 = 2{,}6\cdot 10^{-25}$ кг. Определить кинетическую энергию T_2 второго осколка, если энергия кинетическая первого осколка T_1 = 15 нДж.

3.3. Конькобежец, стоя на льду, бросил вперед гирю массой m_1 = 8 кг и вследствие отдачи покатился назад со скоростью v_2 = 1,5 м/с. Масса конькобежца m_2 = 70 кг. Определить работу A, совершенную конькобежцем при бросании гири.

3.4. Молекула распадается на два атома. Масса одного из атомов в $n = 2$ раза больше, чем другого. Пренебрегая начальной кинетической энергией и импульсом молекулы, определить кинетические энергии T_1 и T_2 атомов, если их суммарная кинетическая энергия $T = 0{,}02$ нДж.

3.5. На рельсах стоит платформа, на которой закреплено орудие без противооткатного устройства так, что ствол его расположен в горизонтальном положении. Из орудия производят выстрел вдоль железнодорожного пути. Масса снаряда $m = 20$ кг и его скорость $v_1 = 800$ м/с. На какое расстояние l откатится платформа после выстрела, если коэффициент сопротивления $k = 0{,}005$? Масса платформы вместе с орудием $M = 25$ т.

3.6. Из двух соударяющихся абсолютно упругих шаров больший шар покоится. В результате прямого удара меньший шар потерял 80 % своей кинетической энергии. Определить отношение $k = M/m$ масс шаров.

3.7. Определить максимальную часть ω кинетической энергии, которую может передать частица массой $m_1 = 10^{-25}$ кг, сталкиваясь упруго с покоящейся частицей массой $m_2 = 3 \cdot 10^{-25}$ кг.

3.8. Два груза массами $m_1 = 5$ кг и $m_2 = 7$ кг подвешены на нитях длиной $l = 1{,}5$ м так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на угол $\varphi = 60°$ в сторону от второго груза и отпущен. Определить высоту h, на которую поднимутся оба груза после удара. Удар грузов считать неупругим.

3.9. Шар массой m_1, летящий со скоростью $v = 10$ м/с, ударяет в неподвижный шар массой m_2. Удар прямой, неупругий. Определить скорость u шаров после удара, а также долю ω кинетической энергии летящего шара, израсходованной на увеличение внутренней энергии этих шаров. Рассмотреть два случая: 1) $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 4$ кг; 2) $m_1 = 4$ кг, $m_2 = 1$ кг.

3.10. Шар массой $m = 2$ кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы M. В результате прямого упругого удара малый шар потерял $\omega = 0{,}36$ своей кинетической энергии. Определить массу большего шара.

3.11. Снаряд массой $m_1 = 20$ кг при выстреле из орудия получает кинетическую энергию $T_1 = 2{,}5$ МДж. Определить кинетическую энергию T_2 ствола орудия вследствие отдачи, если масса орудия $m_2 = 800$ кг.

3.12. Покоящееся ядро атома распадается на два осколка массами $m_1 = 1{,}2 \cdot 10^{-25}$ кг и $m_2 = 2{,}4 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить отношение кинетических энергий первого и второго осколков.

3.13. Два конькобежца массами $m_1 = 50$ и $m_2 = 70$ кг на льду оттолкнулись друг от друга и покатились в разные стороны, причем скорость первого составила $v_1 = 2$ м/с. Определить суммарную работу A, совершенную конькобежцами при отталкивании.

3.14. Молекула распадается на два атома. Масса одного из атомов в $n = 3$ раза больше, чем другого. Пренебрегая начальной кинетической энергией молекулы, определить суммарную кинетическую энергию атомов, если кинетическая энергия большего из них T_1 = 0,015 нДж.

3.15. Из орудия, закрепленного на железнодорожной платформе, производят выстрел в горизонтальном направлении вдоль железнодорожного пути. Масса снаряда m = 10 кг. Какова его начальная скорость, если платформа после выстрела откатилось на расстояние l = 10 м при массе платформы с орудием M = 20 т? Коэффициент сопротивления движению платформы k = 0,002.

3.16. Из двух соударяющихся абсолютно упругих шаров больший шар покоится. Определить долю ω потерянной меньшим шаром кинетической энергии при прямом ударе, если отношение масс шаров $k = M/m = 3$.

3.17. Частица массой $m_1 = 6 \cdot 10^{-25}$ кг прямым ударом сталкивается упруго с покоящейся частицей массой $m_2 = 2 \cdot 10^{-25}$ кг. Определить часть ω кинетической энергии, которую первая частица передаёт второй.

3.18. Два шара массами m_1 = 5 кг и m_2 = 7 кг движутся навстречу друг другу, причем их скорости равны, соответственно, v_1 = 10 м/с и v_2 = 4 м/с. Определить тепловую энергию, выделившуюся в результате неупругого удара шаров.

3.19. Летящий шар массой m_1 ударяется в неподвижный шар массой m_2. Удар прямой, неупругий. Определить отношение ω кинетических энергий системы до и после удара. Рассмотреть два случая: 1) m_1 = 2 кг, m_2 = 5 кг; 2) m_1 = 5 кг, m_2 = 2 кг.

3.20. Шар массой m = 1кг сталкивается с покоящимся шаром большей массы. В результате прямого неупругого удара система шаров потеряла 75% механической энергии. Определить массу M более тяжелого шара.

3.21. Два шара массами m_1 = 2 кг и m_2 = 4 кг летят навстречу друг другу с одинаковыми скоростями. Определить долю ω кинетической энергии шаров, перешедшую в их внутреннюю энергию в результате неупругого удара.

3.22. Вагон, скатившись с сортировочной горки, соединился с помощью автосцепки с двумя такими же вагонами, стоящими на пути. Определить долю ω механической энергии, потерянной при сцепке. Трением колёс пренебречь.

3.23. Два груза массами m и $3m$ подвешены на нитях одинаковой длины так, что грузы соприкасаются между собой. Меньший груз был отклонен на некоторый угол в сторону от второго груза и отпущен. Определить долю ω механической энергии, перешедшую в тепловую энергию в результате неупругого удара грузов.

3.24. Тело массой m_1 движется по льду со скоростью 10 м/с и ударяется перед ледяной горкой в неподвижное тело массой m_2. Удар прямой, неупругий. На какую высоту поднимутся по горке тела после такого удара? Рассмотреть два случая: 1) m_1 = 1 кг, m_2 = 2 кг; 2) m_1 = 2 кг, m_2 = 1 кг. Трением пренебречь.

3.25. Два груза массами m и $4m$ подвешены на нитях одинаковой длины так, что грузы соприкасаются между собой. Оба груза были отклонены на одинаковый угол в разные стороны, а затем одновременно отпущены. Определить долю ω механической энергии, потерянной в результате неупругого удара грузов.

Тема 4. МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА. МОМЕНТ ИНЕРЦИИ

Основные формулы

Момент инерции относительно оси вращения:

а) материальной точки $I = mr^2$, где m – масса точки; r – расстояние ее от оси вращения;

б) системы материальных точек (в том числе – абсолютно твердого тела):

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_1 r_i^2 ,$$

где m_i – масса i-й материальной точки (i-го элемента тела, который можно считать материальной точкой); r_i – расстояние от этой точки (этого элемента) до оси вращения; N – число элементов тела;

Для расчёта момента инерции твердого тела применяют интегрирование:

$$I = \int r^2 dm,$$

При этом, если тело однородно, т. е. его плотность ρ одинакова по всему объему, то

$$dm = \rho dV \quad \text{и} \quad I = \rho \int_V r^2 dV, \text{ где } V \text{ – объем тела.}$$

В таблице 4.1 даны формулы моментов инерции некоторых тел.

Таблица 4.1

Тело	Ось, относительно которой определяется момент инерции	Формула момента инерции
Однородный тонкий стержень массой m и длиной l	Проходит через центр тяжести стержня перпендикулярно стержню	$ml^2/12$
	Проходит через конец стержня перпендикулярно стержню	$ml^2/3$
Тонкое кольцо, обруч, тонкостенная труба радиусом R и массой m	Проходит через центр перпендикулярно плоскости основания	mR^2
Круглый однородный диск (цилиндр) радиусом R и массой m	Проходит через центр диска перпендикулярно плоскости основания	$mR^2/2$
Однородный шар массой m и радиусом R	Проходит через центр шара	$2mR^2/5$

Теорема Штейнера. Момент инерции тела относительно произвольной оси:

$$I = I_0 + ma^2,$$

где I_0 – момент инерции этого тела относительно оси, проходящей через центр масс тела параллельно заданной оси; a – расстояние между осями; m – масса тела.

Пример решения задачи

Пример 4. Физический маятник представляет собой однородный стержень длиной l = 1 м и массой m_1 = l кг с прикрепленным к одному из его концов однородным сплошным диском массой m_2 = 0,5m_1 и радиусом R = $l/4$. Определить момент инерции I_z такого маятника относительно оси $0z$, проходящей через точку 0 на стержне перпендикулярно плоскости чертежа (рис.4.1).

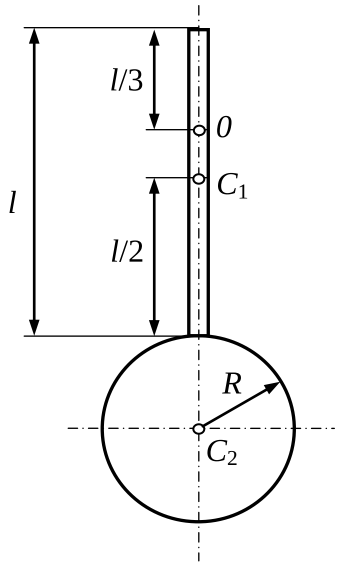

Рис.4.1

Решение. Общий момент инерции маятника равен сумме моментов инерции стержня I_1 и диска I_2

$$I = I_1 + I_2 \qquad (1)$$

Формулы, по которым вычисляются моменты инерции стержня и диска относительно осей, проходящих через их центры масс, даны в табл. 4.1. Чтобы определить моменты инерции I_1 и I_2, следует воспользоваться теоремой Штейнера:

$$I = I_0+ma^2. \qquad (2)$$

Выразим момент инерции стержня согласно формуле (2):

$$I_1 = \frac{m_1 l^2}{12} + m_1 a_1^2 .$$

Расстояние a_1 между осью 0 и параллельной ей осью, проходящей через центр масс C_1 стержня, как следует из рис. 4.1, равно $l/2$-$l/3$ = $l/6$. С учетом этого запишем:

$$I_1 = m_1 l^2/12+m_1 (l/6)^2 = m_1 l^2/9 \approx 0{,}111 m_1 l^2.$$

Момент инерции диска в соответствии с формулой (2) равен:

$$I_2 = m_2 R^2/2+m_2 a_2^2,$$

где R – радиус диска; $R = l/4$. Расстояние a_2 между осью O_z и параллельной ей осью, проходящей через центр масс диска, равно (рис. 4.1):

$$R+l–l/3 = 5l/4-l/3 = 11l/12.$$

С учетом этого запишем:

$$I_2 = \frac{m_2(0{,}25l)^2}{2} + m_2\left(\frac{11l}{12}\right)^2 = (0{,}0312 + 0{,}840)m_2 l^2 = 0{,}871 m_2 l^2 .$$

Подставив полученные выражения I_1 и I_2 в формулу (1), найдем:

$$I_z = (0{,}111m_1 + 0{,}871\, m_2)l^2,$$

или, учитывая, что $m_2 = 0{,}5\, m_1$: $I_z = 0{,}547 m_1 l^2$.

Произведя вычисления, получим значение момента инерции физического маятника относительно оси 0_z:

$$I_z = 0{,}547 \cdot 1 \cdot 1 \text{ кг м}^2 = 0{,}547 \text{ кг}\cdot\text{м}^2.$$

Задачи

4.1. Четыре шара массами m, $2m$, $3m$ и $4m$ (m = 10 г) закреплены на тонком невесомом стержне на равных расстояниях l = 50 см друг от друга. Определить момент инерции I системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через середину расстояния между вторым и третьим шарами. Размерами шаров пренебречь.

4.2. Четыре маленьких шарика массой m = 10 г каждый расположены в вершинах квадрата со стороной a = 20 см и скреплены между собой. Определить момент инерции I системы относительно оси: 1) перпендикулярной плоскости квадрата и проходящей через его центр; 2) лежащей в плоскости квадрата и проходящей через его центр параллельно одной из сторон. Массой стержней, соединяющих шары, пренебречь.

4.3. Определить момент инерции I тонкого однородного стержня длиной l = 30 см и массой m = 100 г относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через: 1) его конец; 2) точку, отстоящую от конца стержня на 1/3 его длины.

4.4. Определить момент инерции I тонкого однородного стержня длиной l = 60 см и массой m = 100 г относительно оси, перпендикулярной ему и проходящей через точку, лежащую вне стержня и удаленную на расстояние a = 20 см от одного из его концов.

4.5. Вычислить момент инерции I проволочного прямоугольника со сторонами a = 12 см и b = 16 см относительно оси, совпадающей с малой из сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью τ = 0,1 кг/м.

4.6. Определить момент инерции I системы из 3-х стержней (рис. 4.2) относительно оси, проходящей через центр масс системы параллельно стержням b. Размеры стержней: a = 40 см, b = 70 см; линейная плотность τ = 2 кг/м.

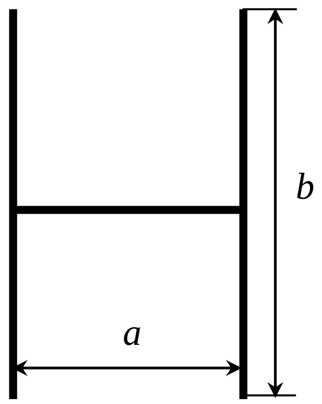

Рис. 4.2

4.7. На концах тонкого однородного стержня длиной l = 0,8 м и массой $2m$ прикреплены маленькие шарики массами m и $3m$. Определить момент инерции I такой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. При расчетах принять массу m = 0,15 кг. Шарики рассматривать как материальные точки.

4.8. Найти момент инерции I тонкого однородного кольца радиусом R = 20 см и массой m = 100 г относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости кольца.

4.9. Диаметр диска d = 20 см, масса m = 800 г. Определить момент инерции I диска относительно оси, проходящей через конец одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

4.10. Найти момент инерции I плоской однородной прямоугольной пластины массой m = 800 г относительно оси, параллельной одной из ее сторон и смещенной на расстояние d = 10 см относительно центра тяжести, если длина другой стороны l = 40 см.

4.11. Два шара массами m и $2m$ (m = 20 г) закреплены на тонком невесомом стержне длиной l = 50 см так, как это указано на рис. 4.3 (*а, б*). Определить моменты инерции I системы относительно оси *0*, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец в этих двух случаях. Размерами шаров пренебречь.

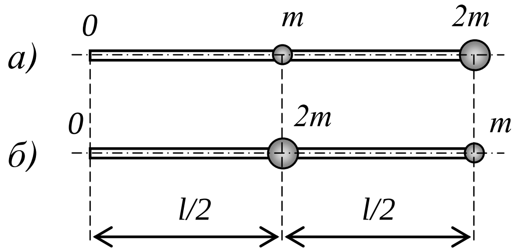

Рис.4.3

4.12. Три маленьких шарика массой m = 15 г каждый расположены в вершинах равностороннего треугольника со стороной a = 30 см и скреплены между собой. Определить момент инерции I системы относительно оси: 1) перпендикулярной плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности; 2) лежащей в плоскости треугольника и проходящей через центр описанной окружности и одну из вершин треугольника. Массой стержней, соединяющих шары, пренебречь.

4.13. Определить момент инерции I системы из 3-х стержней (рис. 4.2) относительно оси, проходящей через точку соединения стержня a с одним из стержней b и перпендикулярной плоскости, в которой лежат стержни. Размеры стержней: a = 60 см, b = 90 см; линейная плотность τ = 1,5 кг/м.

4.14. Два однородных тонких стержня: AB длиной l_1 = 40 см и массой m_1 = 400 г и CD длиной l_2 = 35 см и массой m_2 = 300 г скреплены под прямым углом (рис. 4.4). Определить момент инерции I системы стержней относительно оси 00', проходящей через точку A параллельно стержню CD.

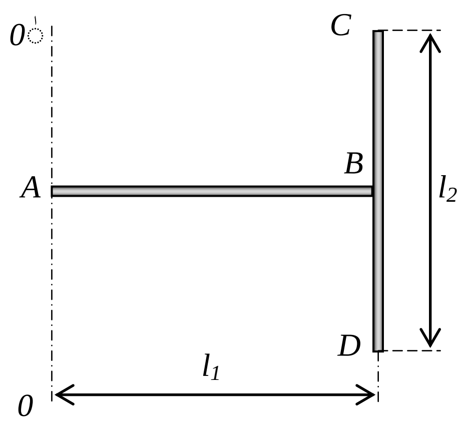

Рис.4.4

4.15. Вычислить момент инерции I проволочного прямоугольника со сторонами a = 20 см и b = 30 см относительно оси, лежащей в плоскости прямоугольника и проходящей через середины малых сторон. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью τ = 0,15 кг/м.

4.16. Два однородных тонких стержня: AB длиной l_1 = 30 см, массой m_1 = 300 г и CD длиной l_2 = 25 см, массой m_2 = 200 г скреплены под прямым углом (рис. 4.4). Определить момент инерции I системы стержней относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости, в которой лежат стержни.

4.17. На концах тонкого однородного стержня длиной l = 1 м и массой $3m$ прикреплены маленькие шарики массами m и $2m$. Определить момент инерции I такой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец, на котором расположен меньший шарик. При расчетах принять m = 0,1 кг. Шарики рассматривать как материальные точки.

4.18. Найти момент инерции I тонкого однородного обруча радиусом R = 50 см и массой m = 300 г относительно оси, проходящей через точку, лежащую на обруче и перпендикулярной плоскости обруча.

4.19. Диаметр диска d = 30 см, масса m = 700 г. Определить момент инерции I диска относительно оси, проходящей через середину одного из радиусов перпендикулярно плоскости диска.

4.20. Найти момент инерции I плоской однородной прямоугольной пластины массой m = 700 г относительно оси, совпадающей с одной из ее сторон, если длина другой стороны равна 30 см.

4.21. Определить момент инерции муфты относительно её оси, если внешний радиус муфты R = 20 см, а внутренний r = 10 см. Масса муфты m = 1,5 кг.

4.22. Вычислить момент инерции I проволочного квадрата со стороной a = 15 см относительно оси, перпендикулярной плоскости квадрата и проходящей через его центр. Масса равномерно распределена по длине проволоки с линейной плотностью τ = 0,2 кг/м.

4.23. Определить момент инерции I системы из 3-х стержней (рис. 4.2) относительно оси, проходящей через центр масс системы перпендикулярно плоскости, в которой лежат стержни. Размеры стержней: a = 50 см, b = 80 см, линейная плотность τ = 1,2 кг/м.

4.24. Два однородных тонких стержня: AB длиной l_1 = 50 см, массой m_1 = 500 г и CD длиной l_2 = 40 см, массой m_2 = 400 г скреплены под прямым углом (рис. 4.4). Определить момент инерции I системы стержней относительно оси, проходящей через точку B перпендикулярно плоскости, в которой лежат стержни.

4.25. Определить момент инерции диска радиусом R = 30 см с центральным отверстием радиусом r = 10 см относительно оси симметрии. Масса диска m = 4 кг.

Тема 5. УРАВНЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

Основные формулы

Момент силы $\vec{F}$**,** действующей на тело, относительно оси вращения *0:*

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки приложения силы относительно точки 0 (рис.5.1).

По модулю:

$$M = r \cdot F \sin\alpha = F \cdot h,$$

где h – плечо силы (кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия силы, рис.5.1).

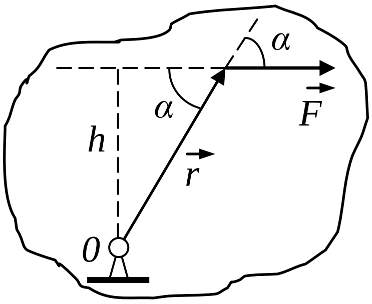

Рис.5.1

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$I\vec{\varepsilon} = \sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i\ ,$$

где I – момент инерции тела; ε **–** угловое ускорение, $\sum_{i=1}^{N} \vec{M}_i$ – векторная сумма моментов сил, действующих на тело.

Связь углового ускорения с тангенциальным ускорением точки, находящейся на расстоянии r от оси вращения:

$$a_\tau = \varepsilon \cdot r\ .$$

Кинетическая энергия при тела с моментом инерции I при вращении с угловой скоростью ω:

$$T_{вр} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Пример решения задачи

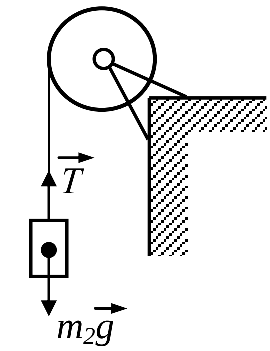

Рис.5.2

Пример 5. Вал в виде сплошного цилиндра массой m_1 = 10 кг насажен на горизонтальную ось так, как это указано на рис. 5.2. Трение между валом и осью отсутствует. На цилиндр намотан невесомый шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой m_2 = 2 кг. С каким ускорением a будет опускаться гиря, если ее предоставить самой себе?

Решение. Ускорение a гири равно тангенциальному ускорению точек вала, лежащих на его боковой поверхности, и связано с угловым ускорением ε вала соотношением:

$$a = \varepsilon R\,, \qquad (1)$$

где R – радиус вала.

Угловое ускорение вала определяется уравнением динамики вращающегося тела:

$$I \cdot \varepsilon = M, \qquad (2)$$

где M – вращающий момент, действующий на вал; I – момент инерции вала относительно оси вращения. Для сплошного цилиндра, которым является вал, момент инерции относительно оси симметрии равен:

$$I = m_1 R^2/2.$$

Величина вращающего момента M, действующего на вал, равна произведению силы натяжения T шнура на радиус вала (плечо силы):

$$M = TR.$$

Силу натяжения шнура найдем, применив 2-й закон Ньютона к описанию движения гири:

$$m_2\vec{a} = m_2\vec{g} + \vec{T}\ .$$

В проекции на ось, положительное направление которой совпадает с направлением вектора ускорения:

$$m_2 a = m_2 g - T, \quad \text{откуда} \quad T = m_2(g - a).$$

Таким образом, вращающий момент $M = m_2(g - a)R$.

Подставив в формулу (2) полученные выражения M и I, найдем угловое ускорение вала:

$$\varepsilon = \frac{2m_2(g-a)}{m_1 R}\ .$$

Для определения ускорения гири подставим это выражение ε в формулу (1) и решим полученное уравнение относительно ускорения a:

$$a = \frac{2m_2}{m_1 + 2m_2} g = 2{,}80 \text{ м/с}^2.$$

Задачи

5.1. Тонкий однородный стержень длиной $l = 1$м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку *0* на стержне (рис. 5.3). Стержень отклонили от вертикали на угол $\alpha = 60^{\circ}$ и отпустили. Определить для начального момента времени угловое ускорение ε стержня и тангенциальное ускорение a_τ точки B на конце стержня.

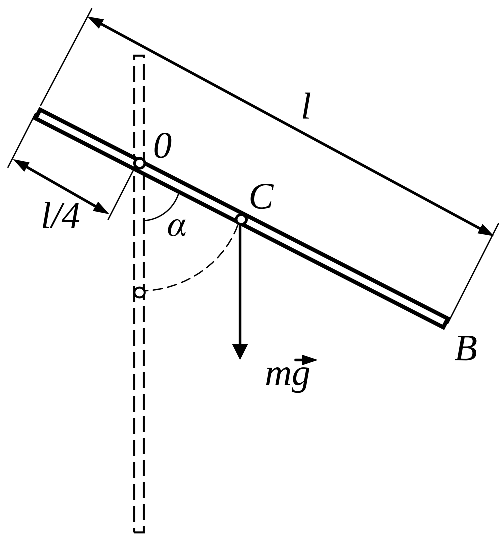

Рис.5.3

5.2. Тонкий однородный стержень длиной $l = 80$ см и массой $m = 1{,}5$ кг вращается вокруг оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M, если угловая скорость вращения стержня изменяется по закону $\omega = 15t$.

5.3. Маховик со шкивом радиусом $R = 20$ см насажен на неподвижную горизонтальную ось. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой $m = 5$ кг. Определить момент инерции I маховика со шкивом, если за 2 секунды после начала движения груз опустился на 1,2 м.

5.4. Вал в виде сплошного цилиндра массой $m = 50$ кг и радиусом $R = 8$ см вращался вокруг оси симметрии с частотой $\nu = 5\ с^{-1}$. Вал остановили за время $t = 15$ с, прижав к его боковой поверхности тормозную колодку. С какой силой прижимали колодку, если коэффициент трения колодки о вал $k = 0{,}15$?

5.5. На цилиндр массой $m = 2$ кг и радиусом $R = 30$ см намотана тонкая лёгкая нерастяжимая нить (рис. 5.4). Какую силу F необходимо приложить к свободному концу нити, чтобы цилиндр в течение 2 секунд сделал полный оборот? Трением в оси цилиндра пренебречь.

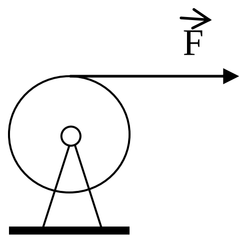

Рис. 5.4

5.6. Через блок массой $m = 0{,}5$ кг, имеющий форму сплошного диска, перекинут лёгкий нерастяжимый шнур. К концам шнура привязали грузы массами $m_1 = 150$ г и $m_2 = 160$ г. На сколько первый груз окажется выше второго через $t = 1{,}5$ с после начала движения, если вначале они были на одной высоте? Трение в оси блока ничтожно мало.

5.7. Два тела массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}2$ кг связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок массой $m = 0{,}25$ кг (рис. 5.5). Определить силы натяжения нити по обе стороны от блока. Коэффициент трения тела о поверхность стола $k = 0{,}15$. Масса блока равномерно распределена по ободу. Трением в подшипниках оси блока пренебречь.

5.8. Два тела массами с одинаковыми массами $m_1 = m_2 = m$ связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (рис. 5.5). Блок такой же массы m укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит без трения тело массой m_1. За какое время после начала движения скорость грузов достигнет значения 0,5 м/с? Массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу. Трением в подшипниках оси блока пренебречь.

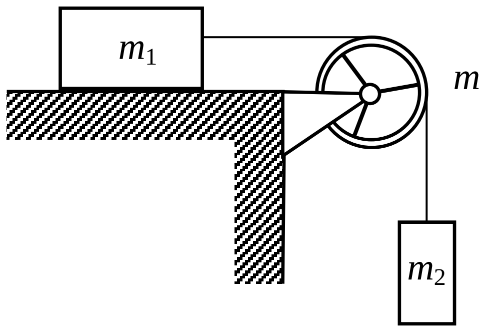

Рис.5.5

5.9. К концам лёгкого нерастяжимого шнура, перекинутого через блок массой радиусом $R = 20$ см, подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}4$ кг и $m_2 = 0{,}6$ кг. Определить момент инерции блока, если за время $t = 1{,}5$ с после начала движения второй груз опустился на 22,5 см.

5.10. Тонкостенная сфера массой m = 4 кг и радиусом R = 40 см вращается вокруг оси, проходящей через её центр. Угловая скорость при вращении сферы изменяется по закону $\omega = A+Bt+Ct^2$, где B = 4 рад/с^2, C = 1 рад/с^3. Найти зависимость момента сил, действующих на сферу, от времени. Определить момент сил M в момент времени t = 1,5 с.

5.11. Сплошной цилиндр массой 8 кг и радиусом 25 см вращается по закону $\varphi = At+Bt^2$, где A = 4 рад/с, B = 5 рад/с^2. Найти вращающий момент, действующий на маховик, и число оборотов, которое он сделал за первые 5 с после начала вращения.

5.12. Важным параметром для винтовых авиадвигателей является момент инерции винта. На рис. 5.6 показана одна из схем его экспериментального определения: винт вращают вокруг неподвижной горизонтальной оси *0* посредством груза m, который закреплен на конце нити, намотанной на шкив винта. Определите момент инерции I винта при следующих условиях: груз массой m = 0,4 кг за время t = 2 с после начала движения опускается на 1,3 м. Радиус шкива R = 3 см. Трением в оси и сопротивлением воздуха пренебречь.

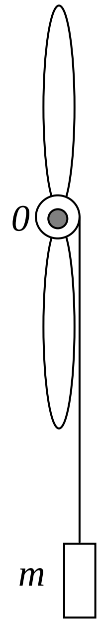

Рис. 5.6

5.13. Тонкий однородный стержень длиной l = 60 см и массой m = 300 г начинает вращаться с угловым ускорением ε = 4 рад/с^2 вокруг оси, проходящей перпендикулярно стержню через его середину. Определить вращающий момент M. Какую скорость приобретёт конец стержня через 2 с после начала вращения?

5.14. На неподвижную горизонтальную ось насажен маховик со шкивом радиусом R = 10 см. На шкив намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 0,2 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел путь S = 2,5 м за время t = 4 с. Определить момент инерции I маховика со шкивом.

5.15. Вал массой m = 300 кг и радиусом R = 6 см вращался вокруг оси симметрии с частотой ν = 8 с$^{-1}$. К боковой поверхности вала прижали тормозную колодку с силой F = 50 Н, под действием которой вал остановился через t = 15 с. Определить коэффициент трения k колодки о вал.

5.16. На цилиндр намотана тонкая лёгкая нерастяжимая лента, свободный конец ленты прикрепили к кронштейну и предоставили цилиндру опускаться под действием силы тяжести. Определить линейное ускорение a оси цилиндра, если цилиндр: 1) сплошной; 2) полый тонкостенный.

5.17. Через блок, имеющий форму диска, перекинут лёгкий нерастяжимый шнур. К концам шнура привязали грузики массами m_1 = 120 г и m_2 = 140 г. С каким ускорением a будут двигаться грузики, если масса блока m = 400 г? Трение в оси блока ничтожно мало.

5.18. Два тела массами m_1 = 0,25 кг и m_2 = 0,15 кг связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (рис. 5.5). Блок укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит тело массой m_1. С каким ускорением a движутся тела и каковы силы T_1 и T_2 натяжения нити по обе стороны от блока? Коэффициент трения k тела о поверхность стола равен 0,2. Масса блока m = 0,1 кг, и ее можно считать равномерно распределенной по ободу. Трением в подшипниках оси блока пренебречь.

5.19. Два тела с одинаковыми массами $m_1 = m_2 = m$ связаны лёгкой нерастяжимой нитью, переброшенной через блок (рис. 5.5). Блок массой $2m$ укреплен на краю горизонтального стола, по поверхности которого скользит без трения тело массой m_1. За какое время после начала движения груз m_2 опустится на 30 см? Массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу. Трением в подшипниках оси блока пренебречь.

5.20. Через блок массой m = 0,2 кг перекинут лёгкий нерастяжимый шнур, к концам которого подвесили грузы массами m_1 = 0,3 кг и m_2 = 0,5 кг. Определить силы натяжения T_1 и T_2 шнура по обе стороны блока во время движения грузов, если масса блока равномерно распределена по ободу.

5.21. Шар массой m = 10 кг и радиусом R = 20 см вращается вокруг оси, проходящей через его центр. Уравнение для угла поворота при вращении шара имеет вид $\varphi = A + Bt^2 + Ct^3$, где B = 4 рад/с^2, С = –1 рад/с^3. Найти зависимость момента сил, действующих на шар, от времени. Определить момент сил M в момент времени t = 2 с.

5.22. Маховик в виде сплошного диска массой 5 кг и радиусом 20 см вращается по закону $\varphi = Bt+Ct^2$, где B = 5 рад/с, C = 4 рад/с^2. Найти вращающий момент, действующий на маховик, и число оборотов, которое он сделал за первые 10 с после начала вращения.

5.23. Вентилятор вращается с частотой n = 600 об/мин. После выключения, спустя некоторое время, он остановился. Работа сил торможения составила при этом A = 31,4 Дж. Определить момент инерции I вентилятора.

5.24. На цилиндр массой m = 0,2 кг и радиусом R = 5 см намотана тонкая лёгкая нерастяжимая нить (рис. 5.4). Какую силу необходимо приложить к свободному концу нити, чтобы цилиндр в течение 4 секунд набрал угловую скорость вращения ω = 1000 рад/с? Трением в оси цилиндра пренебречь.

5.25. Сплошной цилиндр массой m = 3 кг и радиусом R = 15 см вращается по закону $\varphi = At+Bt^2$, где A = 6 рад/с, B = 3 рад/с^2. Найти вращающий момент, действующий на маховик, и угловую скорость, которую он приобретет за первые 4 с после начала вращения.

Тема 6. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

Основные формулы

Момент импульса материальной точки относительно начала выбранной системы координат: $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор точки.

Момент импульса осесимметричного вращающегося тела относительно оси симметрии:

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где ω – угловая скорость вращения тела вокруг этой оси, I – момент инерции тела относительно этой оси.

Закон сохранения момента импульса для замкнутой системы из N тел:

$$\sum_{i=1}^{N} \vec{L}_i = const,$$

где L_i — момент импульса i-го тела, входящего в состав системы.

Закон сохранения момента импульса для свободного тела, момент инерции которого изменяется:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2,$$

где I_1, I_2 – начальный и конечный моменты инерции; ω_1, ω_2 – начальная и конечная угловые скорости тела.

Пример решения задачи

Пример 6. Человек стоит в центре скамьи Жуковского и вместе с ней вращается по инерции с частотой ν_1 = 0,5 с$^{-1}$. В вытянутых в стороны руках человек держит по гантели массой m = 2 кг каждая (рис.6.1). Расстояние между гантелями l_1 = 1,6 м. Определить частоту вращения ν_2 скамьи с человеком, когда он опустит руки и расстояние l_2 между гантелями станет равным 0,4 м. В начальном положении момент инерции тела человека вместе со скамьей относительно оси вращения I_{01} = 2,1 кг·м^2, в конечном – I_{02} = 1,9 кг·м^2.

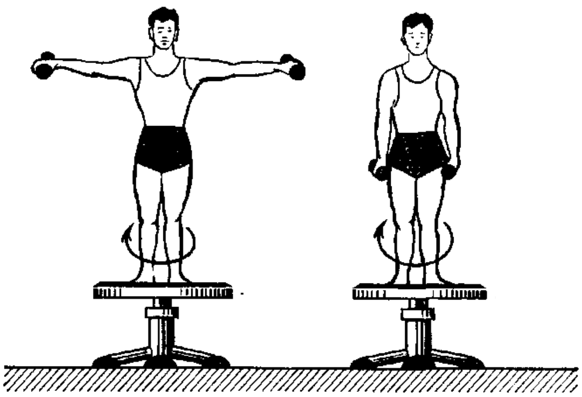

Рис.6.1

Решение. Человек, держащий гантели (рис. 6.1), составляет вместе со скамьей систему, причем суммарный момент сил, действующих на эту систему, равен нулю. Поэтому момент импульса $L = I\omega$ этой системы должен оставаться постоянным. Следовательно, по закону сохранения момента импульса для данного случая:

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2\,, \tag{1}$$

где I_1 и ω_1 – момент инерции и угловая скорость человека со скамьей и гантелями на вытянутых руках; I_2 и ω_2 момент инерции и угловая скорость, соответственно, при опущенных руках.

Учитывая, что угловая скорость связана с частотой вращения ($\omega = 2\pi\nu$), из уравнения (1) можно получить:

$$\nu_2 = (I_1/I_2)\,\nu_1. \tag{2}$$

Момент инерции системы, рассматриваемой в данной задаче, равен сумме момента инерции тела человека со скамьей и момента инерции гантелей. Так как размер гантели много меньше расстояния от неё до оси вращения, то момент инерции каждой гантели можно определить по формуле момента инерции материальной точки: $I = mr^2$. Следовательно,

$$I_1 = I_{01}+2m(l_1/2)^2; \qquad I_2 = I_{02}+2m(l_2/2)^2,$$

где m – масса каждой гантели; l_1 и l_2 – первоначальное и конечное расстояния между ними. Подставив выражения I_1 и I_2 в уравнение (2), получим:

$$\nu_2 = \frac{I_{01} + 2m(l_1/2)^2}{I_{02} + 2m(l_2/2)^2}\,\nu_1\,.$$

Из полученной формулы найдем искомую частоту вращения: $\nu_2 = 2{,}20\ \text{с}^{-1}$.

Задачи

6.1. Однородный тонкий стержень массой $m_1 = 0{,}2$ кг и длиной $l = 1$ м может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси z, проходящей через точку 0 (рис. 6.2). В точку A на стержне попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси z) со скоростью $v = 10$ м/с, и прилипает к стержню. Масса шарика $m_2 = 10$ г. Определить угловую скорость ω стержня и линейную скорость нижнего конца стержня в начальный момент времени. Расстояние $a = l/4$.

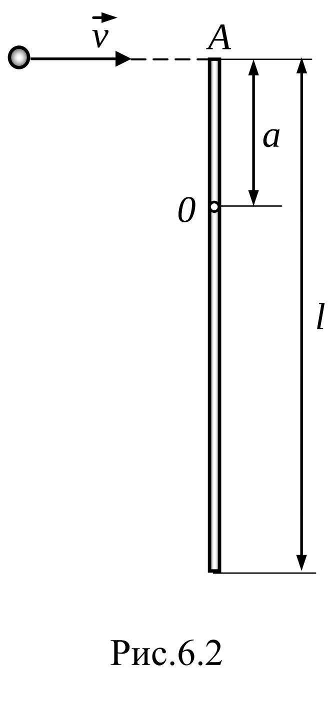

Рис.6.2

6.2. Человек стоит на скамье Жуковского (рис. 6.1.) и ловит рукой мяч массой $m = 0{,}4$ кг, летящий в горизонтальном направлении со скоростью $v = 20$ м/с. Траектория мяча проходит на расстоянии $r = 0{,}8$ м от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч, если суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 6$ кг·м^2?

6.3. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться около вертикальной оси, совпадающей с осью его симметрии. На краю платформы стоит человек массой $m_1 = 60$ кг. На какой угол φ повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя его, вернется в исходную точку на платформе? Масса платформы $m_2 = 240$ кг. Момент инерции I человека рассчитывать как для материальной точки.

6.4. Однородный диск массой $m_1 = 0{,}2$ кг и радиусом $R = 20$ см может свободно вращаться вокруг горизонтальной оси z, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр (точка 0, рис. 6.3). В точку A на краю диска попадает пластилиновый шарик, летящий горизонтально (перпендикулярно оси z) со скоростью $v = 10$ м/с, и прилипает к его поверхности. Масса шарика $m_2 = 10$ г. Определить угловую скорость ω диска и линейную скорость точки B на диске в начальный момент времени. Вычисления выполнить для $a = R/2$, $b = 2R/3$.

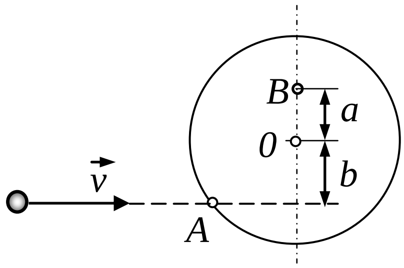

Рис.6.3

6.5. Маховик, имеющий вид диска радиусом $R = 40$ см и массой $m_1 = 48$ кг, может вращаться вокруг горизонтальной оси. К его боковой поверхности прикреплен конец нерастяжимой и невесомой нити, к другому концу которой подвешен груз массой $m_2 = 0{,}2$ кг (рис. 6.4). Груз был приподнят и затем отпущен. Упав свободно с высоты $h = 2$ м, груз натянул нить и благодаря этому привел маховик во вращение. Какую угловую скорость ω груз сообщил при этом маховику?

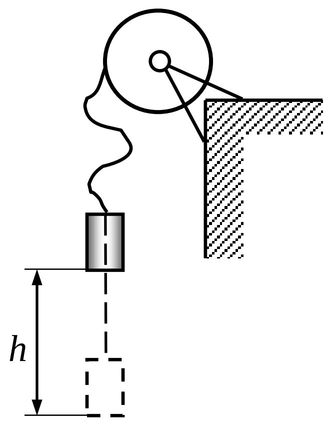

Рис.6.4

6.6. На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом $R = 5$ м, стоит человек массой $m_1 = 80$ кг. Масса платформы $m_2 = 240$ кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью ω будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью $v = 2$ м/с относительно платформы. Считать момент инерции человека как для материальной точки.

6.7. Платформа в виде диска радиусом $R = 5$ м вращается по инерции вокруг оси симметрии с частотой $n_1 = 6$ мин$^{-1}$. На краю платформы стоит человек, масса которого $m = 70$ кг. С какой частотой n_2 будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы $I = 1200$ кг·м^2. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

6.8. В центре скамьи Жуковского (рис. 6.1.) стоит человек и держит в руках стержень длиной l = 2,4 м и массой m = 8 кг, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Скамья с человеком вращается с частотой $\nu_1 = 1$ с$^{-1}$. С какой частотой ν_2 будет вращаться скамья с человеком, если он повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи $I = 6$ кг·м^2.

6.9. Человек стоит на скамье Жуковского (рис. 6.1.) и держит в руках стержень, расположенный вертикально вдоль оси вращения скамейки. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $\nu = 10$ с$^{-1}$. Радиус колеса R = 20 см, его масса m = 3 кг. Определить частоту вращения ν_2 скамьи, если человек повернет стержень на угол 180°? Суммарный момент инерции человека и скамьи I = 6 кг·м^2. Массу колеса можно считать равномерно распределенной по ободу.

6.10. Платформа, имеющая форму диска радиусом R = 4 м, может вращаться около вертикальной оси, проходящей через её центр. На краю платформы стоит человек массой m_1 = 70 кг с гирей массой m_2 = 10 кг. С какой угловой скоростью ω начнёт вращаться платформа, если человек бросит гирю горизонтально по касательной к краю платформы со скоростью v = 10 м/с? Масса платформы m_3 = 150 кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

6.11. На краю покоящейся горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом R = 3 м, стоит человек массой m = 80 кг. Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Какой станет кинетическая энергия платформы, если человек пойдет по ее краю со скоростью v = 2 м/с относительно платформы? Трением пренебречь. Масса платформы M = 240 кг.

6.12. На скамье Жуковского (рис. 6.1.) стоит человек и держит в руках стержень длиной L = 2,4 м и массой m = 8 кг, расположенный вертикально по оси вращения скамьи. Вся система вращается вокруг этой оси с частотой n = 1 об/с. Какова будет кинетическая энергия системы, когда человек повернет стержень в горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи I = 6 кг·м^2. Считать, что центр масс стержня остается на оси вращения скамьи.

6.13. Платформа в виде однородного диска радиусом R = 4 м вращается с частотой n = 6 об/мин. Масса платформы M = 240 кг. На краю платформы стоит человек, масса которого m = 80 кг. Как изменится кинетическая энергия системы, если человек перейдет в центр платформы? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

6.14. Два горизонтальных диска свободно вращаются в разных направлениях вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Массы дисков равны 10 и 40 кг, их радиусы 0,2 и 0,1 м, угловые скорости 10 и 20 рад/с, соответственно. После падения верхнего диска на нижний оба диска начали вращаться как единое целое. Найдите изменение суммарной кинетической энергии дисков.

6.15. Покоящийся стержень длиной L = 0,5 м и массой m_1 = 100 г подвешен шарнирно за верхний конец. В середину стержня ударяет шарик массой m_2 = 10 г, летящий горизонтально со скоростью v = 10 м/с и прилипает к стержню. На какой угол отклонится стержень после удара?

6.16. Однородная тонкая квадратная пластинка со стороной b = 0,4 м и массой m_1 = 0,6 кг может свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, совпадающей с одной из ее сторон. Пластина неподвижна и находится в нижнем положении. В ее центр по нормали к ней ударяется и прилипает маленький шарик массой m_2 = 40 г. Какой должна быть его скорость, чтобы после этого пластина повернулась до верхнего положения?

6.17. Некоторая звезда имеет массу $m = 2\cdot10^{30}$ кг, период вращения вокруг своей оси T = 24 дня и радиус $R = 7\cdot10^{8}$ м. В процессе эволюции звезда увеличила свой радиус в два раза. Как изменилась ее кинетическая энергия, если масса осталась прежней? Считать звезду однородным шаром.

6.18. В центре вращающегося горизонтального диска радиусом R = 25 см закреплен на шарнире конец тонкого стержня, расположенного вертикально вдоль оси диска. Длина стержня равна удвоенному радиусу диска. Масса диска m_1 = 2 кг, масса стержня m_2 = 1 кг. Система вращается с угловой скоростью ω = 3 рад/с. Найдите изменение кинетической энергии системы после того, как стержень упадет на поверхность диска и начнет вращаться вместе с ним без проскальзывания?

6.19. Однородный диск массой m_1 = 2 кг и радиусом R = 20 см вращается в горизонтальной плоскости с частотой ν = 1с$^{-1}$ вокруг своей оси. С высоты h = 44 см на край диска падает и прилипает кусок пластилина массой m_2 = 100 г. Найдите потерю механической энергии системы.

6.20. Стержень массой M = 120 г подвешен шарнирно за верхний конец. В середину покоящегося стержня ударяет летящий горизонтально шарик массой m = 10 г и прилипает к стержню. Какая часть энергии шарика перейдёт в энергию его деформации при ударе?

6.21. Пластичный шар массой m = 3 кг и радиусом R = 10 см вращался с угловой скоростью ω = 60 рад/с. Затем в процессе вращения шар деформировался в эллипсоид с моментом инерции $I = 1{,}8\cdot10^{-2}$ кг·м^2. Найдите изменение его кинетической энергии в результате деформации.

6.22. Два горизонтальных диска свободно вращаются в разных направлениях вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Массы дисков равны 20 и 30 кг, их радиусы 30 и 15 см, угловые скорости 12 и 16 рад/с соответственно. После падения верхнего диска на нижний оба диска начали вращаться как единое целое. Найти угловую скорость после падения.

6.23. Однородная тонкая квадратная пластинка может свободно вращаться вокруг неподвижной горизонтальной оси, совпадающей с одной из ее сторон. Пластина неподвижна и находится в нижнем положении. В ее центр по нормали к ней ударяется и прилипает маленький шарик массой, в 8 раз меньшей, чем масса пластинки. Какая часть энергии шарика перейдёт в энергию его деформации при ударе?

6.24. Два горизонтальных диска свободно вращаются в одном направлении вокруг вертикальной оси, проходящей через их центры. Массы дисков равны 20 и 30 кг, их радиусы 0,4 и 0,5 м, угловые скорости 25 и 20 рад/с соответственно. После падения верхнего диска на нижний оба диска начали вращаться как единое целое. Найдите угловую скорость и суммарную кинетическую энергию дисков после падения.

6.25. Продолжительность суток на некоторой планете составляла 50 часов. В процессе эволюции момент инерции планеты увеличился на 5%. Какой стала продолжительность суток на планете? Как изменилась ее кинетическая энергия?

Тема 7. МЕХАНИКА СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Основные формулы

Уравнение неразрывности струи (рис. 7.1):

$$\rho v S = \text{const},$$

где ρ – плотность жидкости, v – скорость её течения, S – площадь поперечного сечения трубки тока. Объёмный расход жидкости $Q_V = vS$.

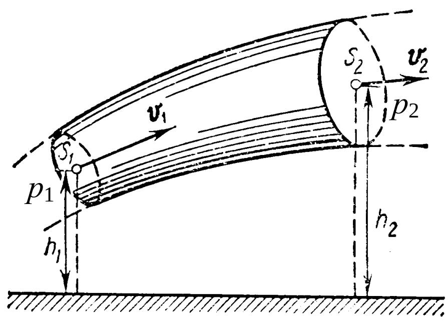

Рис. 7.1

Уравнение Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости:

$$\frac{\rho v^2}{2} + \rho g h + p = const,$$

где p – статическое давление жидкости в данном сечении трубки тока; v – скорость жидкости в этом сечении; $\rho v^2/2$ – динамическое давление жидкости в этом же сечении; h – высота данного сечения над некоторым уровнем (рис. 7.1).

Пример решения задачи

Пример 7. Вода подается в фонтан из большого цилиндрического бака (рис. 7.2), в котором ее уровень поддерживается за счет подкачки извне, и бьет из отверстия внизу со скоростью v_2 = 12 м/с. Диаметр бака D = 2 м**,** диаметр отверстия d = 2 см. Найти: 1) скорость v_1 вертикального потока воды в баке; 2) давление p_1, под которым вода подается в фонтан; 3) высоту h_1 уровня воды в баке и 4) высоту h_2 струи, выходящей из фонтана.

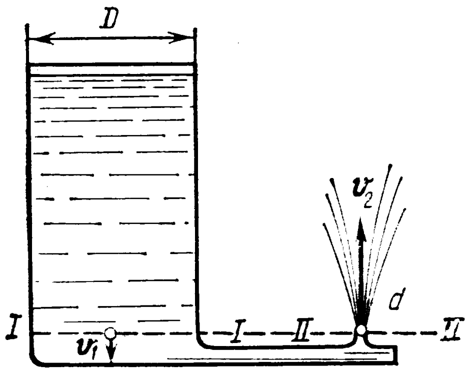

Рис. 7.2

Решение. 1. Проведем сечение *I*- *I* в баке на уровне сечения *II*- *II* фонтана. Для установившегося (по условию задачи) потока несжимаемой жидкости справедливо уравнение неразрывности струи в следующем виде: $v_1S_1 = v_2S_2$, откуда $v_1 = v_2S_2/S_1$, или

$$v_1 = v_2\,(d/D)^2. \qquad (1)$$

Подставив в равенстве (1) значения заданных величин и произведя вычисления, найдем скорость вертикального потока воды в баке:

$$v_1 = 0{,}0012 \text{ м/с}.$$

2. Давление p_1, под которым вода подается в фонтан, найдем по уравнению Бернулли. Поскольку рассматриваемые сечения находятся на одном уровне, оно имеет вид:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Учтя, что давление p_2 во втором сечении равно атмосферному давлению p_0, из уравнения (2) получим:

$$p_1 = p_0 + \frac{\rho v_2^2}{2} - \frac{\rho v_1^2}{2}. \qquad (3)$$

Так как $v_1 << v_2$, то из равенства (3) следует

$$p_1 = p_0 + \rho v_2^2/2.$$

Если рассматривать избыточное давление, равное $\Delta p_1 = p_1 - p_0$, то после вычислений, произведенных по этой формуле, найдем:

$$\Delta p_1 = 72 \text{ кПа}.$$

3. Высоту h_1 уровня воды в баке найдем из соотношения $p_1 = p_0 + \rho g h_1$, откуда

$$h_1 = \frac{\Delta p_1}{\rho g}.$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем: $h_1 = 7{,}35$ м.

Зная скорость v_2, с которой вода выбрасывается фонтаном, в соответствии с законом сохранения энергии найдем высоту фонтана h_2:

$$h_2 = v_2^2/(2g) = 7{,}35 \text{ м}.$$

Подчеркнем, что высота уровня воды в баке равна высоте, на которую поднимается фонтан воды. Это справедливо, если пренебречь вязкостью воды и сопротивлением воздуха.

Задачи

7.1. Вода течет в горизонтально расположенной трубе переменного сечения. Скорость воды в широкой части трубы $v_1 = 20$ см/с. Узкая часть трубы имеет диаметр d_2 в 1,5 раза меньше диаметра d_1 широкой части. Определить разность давлений в широкой и узкой частях трубы.

7.2. В широкой части горизонтально расположенной трубы нефть течет со скоростью v_1 = 2 м/с. Определить скорость v_2 нефти в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой ее частях Δp = 6,65 кПа.

7.3. В горизонтально расположенной трубе с площадью поперечного сечения S_1 = 20 см^2 течет жидкость. В одном месте труба имеет сужение, в котором площадь сечения S_2 = 12 см^2. В широкой и узкой частях трубы установлены манометрические трубки, измеряющие статическое давление. Разность уровней в трубках Δh = 8 см. Определить объемный расход Q_V жидкости.

7.4. Горизонтальный цилиндр насоса имеет диаметр d_1 = 20 см. В нем движется со скоростью v_1 = 1 м/с поршень, выталкивая воду через отверстие диаметром d_2 = 2 см. С какой скоростью v_2 будет вытекать вода из отверстия? Каково будет избыточное давление Δp воды в цилиндре?

7.5. Какое давление создается в направленной вверх спринцовке, заполненной водой, если вытекающая из нее струя воды достигает высоты h = 2м?

7.6. Сила, с которой ветер действует на квадратную пластинку со стороной 10 см, равна 2 Н. Определите скорость v ветра, если он дует перпендикулярно пластинке. Плотность воздуха ρ = 1,29 кг/м^3.

7.7. Горизонтальная струя воды диаметром d = 2 см бьёт в вертикальную стену со скоростью v = 10 м/с. Найдите силу F давления струи на стену, считая, что после удара вода стекает со стены без отражения.

7.8. Бак высотой h = 1,5 м, наполненный до краев водой, стоит на земле. На расстоянии d = 1 м от верхнего края в стенке бака образовалось отверстие малого диаметра. На каком расстоянии l от бака падает на землю струя, вытекающая из отверстия?

7.9. Струя воды с площадью поперечного сечения S_1 = 4 см^2, бьёт в горизонтальном направлении из брандспойта, расположенного на высоте H = 1,5 м над землёй, и падает на землю на расстоянии l = 8 м. Пренебрегая сопротивлением воздуха движению воды, найти избыточное давление Δp воды в рукаве, если площадь поперечного сечения рукава S_2 = 50 см^2.

7.10. Бак высотой H = 2 м, наполненный до краев водой, стоит на земле. На какой высоте h должно быть проделано отверстие в стенке бака, чтобы место падения на землю выходящей из отверстия струи было на максимальном от бака расстоянии?

7.11. Подводная лодка находится на глубине h = 100 м. Какая масса воды проникает за одну секунду в лодку, если в корпусе образовалось круглое отверстие диаметром d = 2 см? Давление воздуха в лодке равно атмосферному.

7.12. В аэродинамическую трубу перпендикулярно воздушному потоку помещена пластинка площадью S = 100 см^2. Сила, с которой набегающий поток действует на пластинку, равна 200 Н. Определите скорость воздушного потока. Плотность воздуха принять равной 1,29 кг/м^3.

7.13. К поршню шприца-масленки, расположенного горизонтально, приложена сила F = 15 Н. Определите скорость вытекающего из масленки масла, если площадь поршня S_1 = 12 см^2, площадь выходного отверстия масленки S_2 = 3 мм^2. Плотность масла принять равной 800 кг/м^3.

7.14. В бак заливается вода со скоростью 0,2 л/с. В дне бака образовалось отверстие площадью S = 0,5 см^2. Пренебрегая вязкостью воды, определите установившийся уровень воды в баке.

7.15. В широкой части горизонтально расположенной трубы течет керосин со скоростью v = 2 м/с. Определите его скорость в узкой части трубы, если разность давлений в широкой и узкой частях трубы Δp = 6,65 кПа. Плотность керосина ρ = 800 кг/м^3.

7.16. Насос автозаправщика обеспечивает избыточное давление Δp = 30 кПа. Сколько времени необходимо для дозаправки воздушного судна авиатопливом, если выходное отверстие шланга находится на h = 3 м выше уровня топлива в баке автозаправщика и его площадь равна S = 5 см^2. Необходимо дозаправить 1000 кг топлива, плотность которого ρ = 800 кг/м^3.

7.17. В сосуд заливается вода со скоростью 0,5 л/с. Пренебрегая вязкостью воды, определите диаметр отверстия в дне сосуда, при котором вода поддерживалась бы в сосуде на постоянном уровне h = 20 см.

7.18. В дне подвешенного к стене сосуда имеется отверстие диаметром d = 3 мм. Вода в сосуде поддерживается на постоянном уровне, равном h. Считая, что струя не разбрызгивается, определите диаметр струи, вытекающей из сосуда, на уровне $H = 2h$ ниже дна.

7.19. Какое давление создает компрессор в краскопульте, если струя жидкой краски вытекает из него со скоростью v = 25 м/с? Плотность краски ρ = 800 кг/м^3. Вязкостью пренебречь.

7.20. Цилиндрический сосуд без верхней крышки погружен в вертикальном положении в воду так, что дно находится на глубине h = 30 см. В дне сосуда имеется отверстие диаметром d = 3 мм. Определите объем воды, поступивший в сосуд через это отверстие в течение 2 с после погружения. Диаметр сосуда много больше диаметра отверстия.

7.21. Из приоткрытого крана диаметром D = 10 мм вытекает ровной струйкой вода со скоростью v = 0,2 м/с. Определите диаметр d струи на уровне h = 3 см ниже выходного отверстия крана.

7.22. В днище судна на глубине h = 1 м ниже ватерлинии образовалось пробоина площадью S = 0,2 м^2. Какая масса воды ежесекундно заливается в трюм судна?

7.23. Скорость воздушного потока в аэродинамической трубе равна v = 100 м/с. Перпендикулярно потоку в трубу помещена пластинка площадью S = 20 см^2. Определите силу, с которой набегающий поток действует на пластинку. Плотность воздуха принять равной 1,3 кг/м^3.

7.24. Горизонтальный цилиндр насоса имеет диаметр $D = 20$ см. В нем движется со скоростью $v = 10$ см/с поршень, выталкивая воду из отверстия диаметром $d = 0{,}2$ см. Каково избыточное давление воды в цилиндре?

7.25. Какое избыточное давление Δp должен обеспечить насос в пожарном рукаве площадью поперечного сечения $S = 50$ см^2, чтобы струя воды из направленного вертикально брандспойта при её расходе $Q = 10$ л/с достигала высоты $H = 30$ м над землёй?

ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

Тема 8. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ. НАПРЯЖЕННОСТЬ. ПОТЕНЦИАЛ. ЭНЕРГИЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЗАРЯДОВ

Основные формулы

Напряженность электрического поля E, создаваемого точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда:

$$E = k\frac{Q}{r^2},$$

где константа $k = 9 \cdot 10^9$ м/Ф.

По принципу суперпозиции электрических полей напряженность результирующего поля $\vec{E}$, создаваемого в данной точке пространства несколькими точечными зарядами, равна векторной (геометрической) сумме напряженностей $\vec{E}_i$ полей, создаваемых каждым из N зарядов в отдельности:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{N} \vec{E}_i .$$

Потенциал электрического поля, создаваемый точечным зарядом Q на расстоянии r от заряда:

$$\varphi = k\frac{Q}{r}.$$

Потенциал электрического поля φ, созданного системой из N точечных зарядов в данной точке, в соответствии с принципом суперпозиции равен алгебраической сумме потенциалов φ_1, φ_2, …, φ_N, создаваемых отдельными точечными зарядами Q_1, Q_2, ..., Q_N:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{N} \varphi_i .$$

Энергия W взаимодействия двух точечных зарядов, находящихся на расстоянии r друг от друга:

$$W = k\frac{Q_1 Q_2}{r}.$$

Энергия W взаимодействия системы неподвижных точечных зарядов Q_1, Q_2, ..., Q_N выражается формулой:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N} Q_i \varphi_i \ ,$$

где φ_i – потенциал поля, которое создаётся всеми остальными N–1 зарядами в точке, где расположен заряд Q_i.

Примеры решения задач

Пример 8а. Электрическое поле создано двумя точечными зарядами: Q_1 = 30 нКл и Q_2 = –10 нКл. Расстояние между зарядами d = 20 см. Определить напряженность и потенциал электрического поля в точке A, находящейся на расстоянии r_1 = 15 см от первого и на расстоянии r_2 = 10 см от второго зарядов.

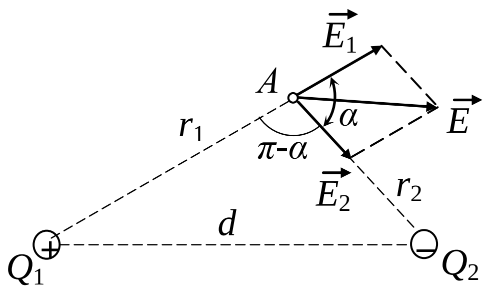

Рис. 8.1

Решение. Согласно принципу суперпозиции напряженность электрического поля в искомой точке может быть найдена как векторная сумма напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \, .$$

Напряженности электрического поля, создаваемого первым и вторым зарядами, соответственно равны:

$$E_1 = k\frac{Q_1}{r_1^2}; \quad E_2 = k\frac{Q_2}{r_2^2} \, . \tag{1}$$

Направление векторов напряженностей показано на рис.8.1.

Модуль вектора E найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos\alpha} \ , \tag{2}$$

где угол α может быть найден по той же теореме косинусов из треугольника со сторонами r_1, r_2 и d:

$$\cos\alpha = \frac{d^2 - r_1^2 - r_2^2}{2r_1r_2} \, .$$

В данном случае во избежание громоздких записей вычислим отдельно значение $\cos\alpha$. Подставив заданные расстояния в последнюю формулу, получим: $\cos\alpha = 0{,}25$.

Подставляя выражения E_1 и E_2, записанные в виде формул (1), в равенство (2) и вынося общий множитель k за знак корня, получим:

$$E = k\sqrt{\frac{Q_1^2}{r_1^4} + \frac{Q_2^2}{r_2^4} + 2\frac{|Q_1||Q_2|}{r_1^2 r_2^2}\cos\alpha}\ .$$

Подставив значения величин k, Q_1, Q_2, r_1, r_2 и $\cos\alpha$ в полученную формулу и произведя вычисления, найдем:

$$E = 9\cdot 10^9\sqrt{\frac{(30\cdot 10^{-9})^2}{0{,}15^4} + \frac{(10\cdot 10^{-9})^2}{0{,}1^4} + \frac{30\cdot 10^9\cdot 10^{-9}}{0{,}15^2\cdot 0{,}1^2}\cos\alpha}\ \text{В/м} = 1{,}67\cdot 10^4\ \text{В/м.}$$

Потенциал определяем, также исходя из принципа суперпозиции:

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

где φ_1 и φ_2 – потенциалы, создаваемые в точке A каждым из зарядов Q_1 и Q_2, т.е.

$$\varphi = k\left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2}\right).$$

Произведём вычисления: $\varphi = 9\cdot 10^9\left(\frac{30\cdot 10^{-9}}{0{,}15} + \frac{10\cdot 10^{-9}}{0{,}1}\right)B = 2700\,B = 2{,}7\,кB$.

Пример 8б. Определить энергию взаимодействия системы из трёх точечных зарядов Q_1 = 4 нКл, Q_2 = 5 нКл и Q_3 = –3 нКл, расположенных в трёх вершинах квадрата (рис.8.2), если его сторона a = 10 см.

Решение. Можно воспользоваться приведённой выше формулой для энергии системы зарядов:

$$W = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} Q_i\varphi_i\ .$$

Но поскольку зарядов всего три, то в этом случае проще рассмотреть энергию системы как сумму энергий взаимодействия трёх пар зарядов:

$$W = k\left(\frac{Q_1Q_2}{r_{12}} + \frac{Q_1Q_3}{r_{13}} + \frac{Q_2Q_3}{r_{23}}\right),$$

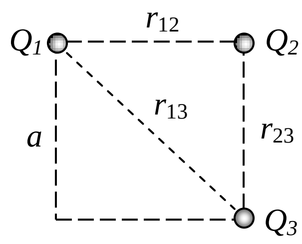

Рис.8.2

где расстояния между зарядами (рис. 8.2) равны, соответственно, $r_{12} = r_{23} = a$, $r_{13} = a\sqrt{2}$. Тогда можно записать:

$$W = \frac{k}{a}\left(Q_1Q_2 + Q_2Q_3 + \frac{\sqrt{2}}{2}Q_1Q_3\right).$$

Вычислим искомую энергию, учитывая знаки зарядов:

$$W = \frac{9\cdot 10^9}{0{,}1}\left(4\cdot 10^{-9}\cdot 5\cdot 10^{-9} - 5\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9} - \frac{\sqrt{2}}{2}4\cdot 10^{-9}\cdot 3\cdot 10^{-9}\right) =$$

$$= 3{,}49\cdot 10^{-8}\ \text{Дж} = 34{,}9\ \text{нДж}$$

Задачи

8.1-8.25. Определить напряженность и потенциал электрического поля в центре *0* квадрата (рис. 8.3), в вершинах которого находятся заряды Q_1, Q_2, Q_3 и Q_4, а также энергию взаимодействия данной системы зарядов. Сторона квадрата a = 5 см, величины зарядов указаны в табл. 8.1 в соответствии с номером задачи.

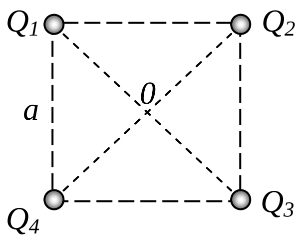

Рис.8.3

Таблица 8.1

№ задачи	Знак и величина заряда, нКл			
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4
8.1	2	3	1	-4
8.2	3	2	-1	5
8.3	4	-3	2	1
8.4	-1	4	3	2
8.5	4	5	-3	2
8.6	3	-2	5	1
8.7	-2	4	3	3
8.8	5	2	1	-4
8.9	-3	1	4	2
8.10	4	3	-2	5
8.11	3	-2	2	4
8.12	4	2	-2	6
8.13	2	-3	4	3
8.14	-3	4	3	2
8.15	1	2	3	-5
8.16	4	2	-4	1
8.17	-3	4	3	5
8.18	4	2	1	-4
8.19	-2	1	4	2
8.20	1	3	-2	5
8.21	5	3	1	-4
8.22	2	2	-1	5
8.23	3	-3	2	1
8.24	-4	4	3	2
8.25	2	5	-3	1

Тема 9. ЗАРЯЖЕННЫЕ ЧАСТИЦЫ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Основные формулы

Сила, действующая на точечный заряд q, помещенный в электрическое поле напряженностью E:

$$\vec{F} = q\vec{E} .$$

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда q из одной точки поля, имеющей потенциал φ_1, в другую, имеющую потенциал φ_2: $A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU$,
где $U = \varphi_1 - \varphi_2$ – разность потенциалов (напряжение) между этими точками.

Связь напряженности и напряжения между двумя точками однородного электрического поля, лежащими на прямой, совпадающей с силовой линией поля: $E = U/d$, где d – расстояние между этими точками.

Пример решения задачи

Пример 9. Электрон без начальной скорости прошел ускоряющую разность потенциалов U_0 = 10 кВ и влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора, заряженного до разности потенциалов U = 100 В, по линии AB, параллельной пластинам (рис. 9.1). Расстояние между пластинами конденсатора d = 2 см, длина пластин l_1 = 20 см. Вылетев из конденсатора, электрон попадает в точку C экрана P, отстоящего от края конденсатора на расстоянии l_2 = 1 м. Определить расстояние BC на экране P.

Решение. Пройдя ускоряющую разность потенциалов U_0, электрон приобретает кинетическую энергию

$$\frac{mv_0^2}{2} = eU_0,$$

откуда можно определить скорость, с которой он влетает в конденсатор:

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}}. \qquad (1)$$

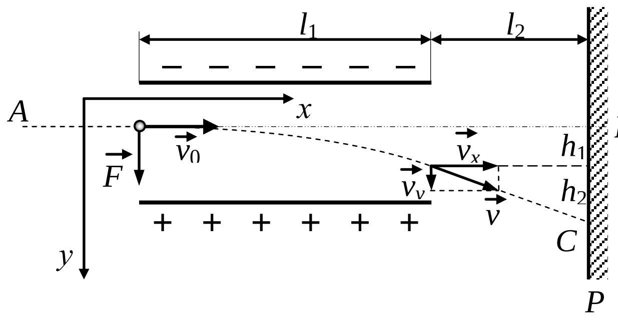

Рис. 9.1

При вхождении электрона в электрическое поле конденсатора на него начинает действовать сила $F = eE$, где e – заряд электрона, E – напряженность электрического поля. Эта сила вызывает направленное вдоль неё (т.е. вниз, см. рис. 9.1) постоянное ускорение a, равное:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m}. \qquad (2)$$

Скорость электрона внутри конденсатора определяется этим ускорением:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t.$$

В проекциях на горизонтальную и вертикальную оси это уравнение примет вид:

$$v_x = v_0, \quad v_y = at = \frac{eE}{m}t_1.$$

Следовательно, вдоль линии *AB* скорость электрона в конденсаторе неизменна и равна начальной, а вдоль вертикальной оси к моменту выхода из конденсатора появляется составляющая, определяемая временем прохождения электрона вдоль обкладки конденсатора длиной l_1:

$$t_1 = \frac{l_1}{v_0}, \tag{3}$$

т.е.

$$v_y = \frac{eEl_1}{mv_0}. \tag{4}$$

После выхода из конденсатора электрон будет двигаться равномерно со скоростью v, которую он имел в момент вылета из конденсатора.

Из рис. 9.1 видно, что искомое расстояние $BC = h_1 + h_2$, где h_1 - расстояние, на которое сместится электрон в вертикальном направлении во время равноускоренного движения в конденсаторе; h_2 – расстояние, пройденное электроном по вертикали после выхода из конденсатора с постоянной скоростью v_y, определяемой соотношением (4).

Выразим отдельно h_1 и h_2. Пользуясь формулой длины пути при равноускоренном движении, найдем: $h_1 = \dfrac{at_1^2}{2}$,

откуда, используя выражения (2) и (3), получим:

$$h_1 = \frac{eEl_1^2}{2mv_0^2}. \tag{5}$$

Длину отрезка h_2 можно найти из подобия векторного треугольника скоростей и треугольника с катетами l_2 и h_2: $\dfrac{h_2}{l_2} = \dfrac{v_y}{v_x}$,

откуда с учетом равенства (4) и того, что $v_x = v_0$, определим:

$$h_2 = \frac{eEl_1 l_2}{mv_0^2}. \tag{6}$$

Из выражений (5) и (6) найдём искомое расстояние:

$$BC = h_1 + h_2 = \frac{eE}{2mv_0^2} l_1(l_1 + 2l_2). \tag{7}$$

Осталось записать выражение для напряженности однородного электрического поля в конденсаторе: $E = U/d$, где U – напряжение на конденсаторе, d – расстояние между его обкладками, а также использовать уравнение (1) для скорости электрона на входе в конденсатор.

Тогда из равенства (7) получаем:

$$BC = h_1 + h_2 = \frac{U}{4U_0}\frac{l_1(l_1 + 2l_2)}{d}.$$

Подставив значения величин U, U_0, d, l_1 и l_2 в последнее выражение и произведя вычисления, получим: BC = 5,5 см.

Задачи

9.1. Напряжение между катодом и анодом электронной лампы равно $U = 90$ В, расстояние между ними $r = 1$ мм. С каким ускорением a движется электрон от катода к аноду? Какова скорость v электрона в момент удара об анод? За какое время t электрон пролетает расстояние от катода до анода? Поле считать однородным.

9.2. Протон с начальной скоростью $v_0 = 100$ км/с, влетел в однородное электрическое поле ($E = 300$ В/см) так, что вектор скорости совпал с направлением линий напряженности. Какой путь l должен пройти протон в направлении линий поля, чтобы его скорость удвоилась?

9.3. Электрон, летевший горизонтально со скоростью $v_0 = 1{,}6$ Мм/с, влетел в однородное электрическое поле с напряженностью $E = 90$ В/см, направленное вертикально вверх. Какова будет по модулю и направлению скорость v электрона через $t = 1$ нс?

9.4. Вдоль силовой линии однородного электрического поля движется протон. В точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 200$ В протон имел скорость $v_1 = 0{,}1$ Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость протона возрастает в $n = 2$ раза. Отношение заряда протона к его массе $e/m = 96$ МКл/кг.

9.5. В однородное электрическое поле напряженностью $E = 1$ кВ/М влетает вдоль силовой линии электрон со скоростью $v_0 = 1$ Мм/с. Определить расстояние l, пройденное электроном до точки, в которой его скорость v будет равна половине начальной.

9.6. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100$ В электрон имел скорость $v = 6$ Мм/с. Определить потенциал φ_2 точки поля, в которой скорость электрона будет уменьшится вдвое.

9.7. Электрон с начальной скоростью $v_0 = 3$ Мм/с влетел в однородное электрическое поле перпендикулярен линиям напряженности. Определить скорость v электрона через время $t = 0{,}15$ мкс, если напряженность $E = 150$ В/м.

9.8. Электрон влетел в пространство между пластинами плоского конденсатора со скоростью $v_0 = 10$ Мм/с параллельно пластинам. На сколько приблизится электрон к положительно заряженной пластине за время движения внутри конденсатора, если расстояние между пластинами $d = 16$ мм, напряжение между ними $U = 30$ В и длина пластин $l = 6$ см?

9.9. Электрон влетел в плоский конденсатор, имея скорость $v = 10$ Мм/с параллельно пластинам. В момент вылета из конденсатора направление скорости электрона составляло угол $\alpha = 30^\circ$ с первоначальным направлением скорости. Определить разность потенциалов U между пластинами, если длина пластин $l = 10$ см и расстояние между ними $d = 2$ см.

9.10. Какой потенциал должен быть на мишени, чтобы электроны, вылетая из заземлённой электронной пушки со скоростью v_0 = 1 Мм/с, попадали в мишень с удвоенной скоростью?

9.11. Разность потенциалов между катодом и анодом электронной лампы равна 90 В. Какой импульс сообщает электрон аноду в момент удара об него?

9.12. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов U = 600 кВ, приобрела скорость $v = 5{,}4 \cdot 10^6$ м/с. Определите удельный заряд частицы (отношение заряда к массе).

9.13. Пылинка массой m = 1 пг, несущая на себе 15 электронов, прошла без начальной скорости в вакууме ускоряющую разность потенциалов U = 3 МВ. Какую скорость приобретет пылинка?

9.14. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке с потенциалом φ = 100 В электрон имел скорость v = 6 Мм/с. Определите потенциал точки поля, в которой скорость электрона будет в два раза меньше первоначальной.

9.15. При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $v = 1{,}6 \cdot 10^7$ м/с. Определите разность потенциалов электрического поля, в котором можно разогнать покоящуюся α-частицу до такой же скорости.

9.16. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 10^6$ м/с. Определите напряженность поля внутри конденсатора, если расстояние между пластинами d = 3 см.

9.17. Электрон вылетает из точки, потенциал которой равен 450 В, со скоростью v = 2 Мм/с. Какую скорость он будет иметь в точке с потенциалом 460 В?

9.18. Какую ускоряющую разность потенциалов должна пройти в вакууме пылинка массой m = 1,5 пг, несущая на себе N = 20 электронов, чтобы приобрести скорость v = 3 м/с?

9.19. Найдите величину и направление напряженности электрического поля в конденсаторе, чтобы протон находился в нём во взвешенном состоянии.

9.20. Электроны, вылетают из заземлённой электронной пушки со скоростью v = 2 Мм/с. Какой потенциал должен быть на мишени, чтобы электроны не долетали до неё?

9.21. Электрон влетел со скоростью v_0 = 10 Мм/с в плоский конденсатор параллельно пластинам, находясь в его начале посередине между пластинами, расстояние между которыми d = 2 см. Длина каждой пластины l = 10 см. Какую наименьшую разность потенциалов U нужно приложить к пластинам, чтобы электрон не вылетел из конденсатора?

9.22. Какой массой должна обладать пылинка, несущая на себе 10 электронов, которая в вакууме под действием ускоряющей разности потенциалов U = 2 МВ приобрела скорость 2 м/с? Начальной скоростью пылинки пренебречь.

9.23. Электрон с начальной скоростью v_0 = 2 Мм/с влетел в однородное электрическое поле перпендикулярно линиям напряженности (E = 100 В/м). Какой будет кинетическая энергия электрона через время t = 0,1 мкс.

9.24. При радиоактивном распаде из ядра атома полония вылетает α-частица со скоростью $v = 1{,}6 \cdot 10^7$ м/с. Определите разность потенциалов электрического поля, в котором можно остановить такую частицу.

9.25. Электрон вылетает из точки, потенциал которой φ_1 = 100 В, со скоростью v = 3 Мм/с. В точке с каким потенциалом φ_2 электрон остановится?

Тема 10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Основные формулы

Плотность тока j связана со средней скоростью $v_{др}$ упорядоченного движения (скоростью дрейфа) носителей заряда q и их концентрацией n:

$$\vec{j} = qn\vec{v}_{др}.$$

Закон Ома в дифференциальной (локальной) форме:

$$\vec{j} = \sigma\vec{E},$$

где σ – удельная проводимость проводника; E – напряженность электрического поля.

Удельная электрическая проводимость является величиной, обратно пропорциональной удельному сопротивлению ($\sigma = 1/\rho$), и равна:

$$\sigma = \frac{nq^2\lambda}{2mv_T},$$

где q и m – заряд и масса носителя заряда; n – концентрация носителей заряда; λ – средняя длина их свободного пробега; $v_т$ – средняя скорость хаотического (теплового) движения зарядов. Размерность проводимости [σ] = См/м (См – сименс).

Закон Ома для однородного проводника: напряжение $U = I\,R,$ где электрическое сопротивление R зависит от длины l и площади поперечного сечения проводника S: $R = \rho l/S$, а сила тока $I = j \cdot S$.

Закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме:

$$w = \sigma E^2,$$

где w - объемная плотность тепловой мощности.

Пример решения задачи

Пример 10. По медному проводнику, диаметр сечения которого d = 0,6 мм, течет ток I = 16 А. Определить среднюю скорость $v_{др}$ направленного движения электронов, считая, что концентрация n свободных электронов равна концентрации n' атомов проводника.

Решение. В металлическом проводнике носителями заряда являются свободные электроны. Средняя скорость их направленного (упорядоченного) движения, т.е. скорость дрейфа можно определить по формуле:

$$v_{др} = \frac{j}{en}, \qquad (1)$$

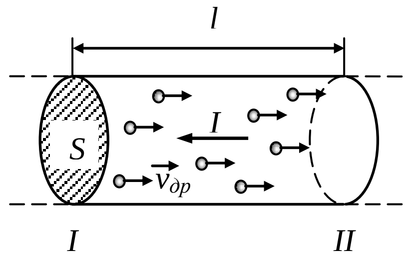

Рис. 10.1

где n – концентрация свободных электронов, j – плотность тока:

$$j = \frac{I}{s} = \frac{I}{\pi d^2/4}, \qquad (2)$$

По условию задачи $n = n'$. Следовательно,

$$n = n' = \frac{N_A}{V_{мол}} = \frac{N_A}{\mu/\rho} = \frac{N_A\rho}{\mu}, \qquad (3)$$

где N_A – постоянная Авогадро; $V_{мол}$ – молярный объем металла; μ – молярная масса металла; ρ – его плотность.

Подставив последовательно выражения (2) и (3) в равенство (1), получим:

$$v_{др} = \frac{4I\mu}{\pi d^2 N_A \rho e}.$$

Произведя вычисления по этой формуле, получим: $v_{др}$ = 4,23 мм/с.

Задачи

10.1. Между концами медной проволоки длиной L = 10 м имеется разность потенциалов U = 1 В. Сколько времени потребуется электрону проводимости на путь от одного конца проволоки к другому, если удельное электросопротивление меди ρ = 17 нОм·м, а концентрация электронов проводимости в меди $n = 10^{29}$ м$^{-3}$.

10.2. Удельная проводимость меди σ = 5,9·10^7 (Ом·м)$^{-1}$. Чему равна средняя длина свободного пробега свободных электронов в меди, если их средняя скорость хаотического движения v_T = 0,13 Мм/с, а концентрация $n = 10^{29}$ м$^{-3}$.

10.3. Изолированный алюминиевый провод намотали в один слой на круглую катушку радиусом R = 50 см. Определите момент импульса электронов проводимости в проводе относительно оси катушки, если по проводу пропускать ток силой I = 10 А. Катушка содержит N = 300 витков провода.

10.4. Скорость дрейфа электронов в медной проволоке $v_{др}$ = 74 мкм/с. Определите разность потенциалов на концах проволоки длиной L = 5 м. Удельная проводимость меди σ = 5,9·10^7 (Ом·м)$^{-1}$, а концентрация электронов проводимости в ней $n = 10^{29}$ м$^{-3}$.

10.5. В алюминиевой проволоке с площадью сечения S = 1 мм^2 допустимая сила тока I = 8 А. При этом электроны проводимости имеют скорость дрейфа $v_{др}$ = 0,28 мм/с. Определите количество электронов проводимости, приходящееся на один атом алюминия.

10.6. По медному проводу течет ток плотностью j = 1 А/мм^2. Оценить, какой путь пройдет электрон, переместившись вдоль провода на расстояние L = 10 мм. Принять, что концентрация свободных электронов в меди $n = 10^{29}$ м$^{-3}$, а средняя скорость хаотического движения электронов $v_т$ = 1000 км/с.

10.7. Найдите суммарный импульс электронов в прямом проводе длины L = 1000 м, по которому течет ток силой I = 70 А.

10.8. При протекании электрического тока по металлической проволоке напряженность электрического поля внутри нее E = 0,05 В/м. При этом скорость дрейфа электронов проводимости $v_{др}$ = 0,5 мм/с. Определите среднюю частоту соударений электронов проводимости с ионами решетки.

10.9. Однородный пучок протонов, ускоренных разностью потенциалов $\Delta\varphi$ = 600 кВ, имеет круглое сечение радиусом r = 5 мм. Определите концентрацию протонов в пучке при силе тока I = 50 мА. Масса протона $m = 1{,}67\cdot10^{-27}$ кг.

10.10. Определите объемную плотность тепловой мощности в металлическом проводнике, если плотность протекающего по нему тока j = 10 А/мм^2 при напряженности электрического поля E = 1 мВ/м.

10.11. Исходя из модели свободных электронов, определите число соударений, которое испытывает электрон за одну секунду, находясь в металле, имеющем удельную проводимость $\sigma = 10^7$ См/м. Концентрацию электронов проводимости принять равной 10^{29} м$^{-3}$.

10.12. Удельная проводимость некоторого металла $\sigma = 10^7$ См/м. Вычислить среднюю длину свободного пробега электронов в металле, если концентрация свободных электронов в металле $n = 10^{28}$ м$^{-3}$. Среднюю скорость $v_т$ теплового движения электронов в металле принять равной 0,1 Мм/с.

10.13. Между двумя населенными пунктами протянут медный провод длиной L = 1000 м и сечением S = 10 мм^2. По нему течет ток силой I = 45 А. Считая, что концентрация свободных электронов в меди $n = 10^{29}$ м$^{-3}$, найдите время, за которое электроны преодолеют это расстояние.

10.14. В проводе длиной L = 10 м полный движущийся заряд Q, равномерно распределенный по проводу, равен 10^5 Кл. Определите среднюю скорость направленного движения зарядов, если сила тока I = 10 А.

10.15. В металлическом проводнике сечением S = 4 мм^2 протекает ток силой I = 0,8 А. Принимая, что в каждом кубическом сантиметре металла содержится $N = 2{,}5\cdot10^{22}$ свободных электронов, определить среднюю скорость $v_{др}$ их упорядоченного движения.

10.16. Определить скорость дрейфа электронов в медном проводнике при силе тока I = 10 А и сечении проводника S = 1 мм^2. Принять, что на каждый атом меди приходится один электрон проводимости.

10.17. В алюминиевом проводе протекает ток плотностью j = 5 А/мм^2. Найти скорость дрейфа электронов, предполагая, что число свободных электронов в 1 см^3 алюминия втрое больше числа атомов в этом объеме.

10.18. Плотность тока в медном проводнике j = 3 А/мм^2. Найти напряжение U на концах проводника при его длине 2 м.

10.19. В медном проводнике длиной l = 2 м и площадью поперечного сечения S = 0,4 мм^2, идет ток. При этом ежесекундно выделяется количество теплоты Q = 0,35 Дж. Сколько электронов N проходит за 1 секунду через поперечное сечение этого проводника?

10.20. В медном проводнике объемом V = 6 см^3 при прохождении по нему постоянного тока за время t = 1 мин выделилось количество теплоты Q = 216 Дж. Вычислить напряженность E электрического поля в проводнике.

10.21. Электроны перемещаются от одного конца алюминиевой проволоки к другому за 100 часов. Определите силу тока в проволоке, если ее длина L = 100 м, площадь поперечного сечения S = 1 мм^2, и на каждый атом алюминия приходится в среднем 3 электрона проводимости.

10.22. Удельная проводимость металла σ = 10 МСм/м. Вычислить среднюю длину λ свободного пробега электронов в металле, если концентрация свободных электронов n = 10^{28} м$^{-3}$. Средняя скорость хаотического движения электронов при этом $v_т$ = 1 Мм/с.

10.23. Исходя из модели свободных электронов, определить число z соударений, которые испытывает электрон за 1 с в металле, если концентрация свободных электронов n = 10^{29} м$^{-3}$. Удельную проводимость σ металла принять равной 10 МСм/м.

10.24. Определить объемную плотность тепловой мощности w в металлическом проводнике, если плотность тока j = 10 А/мм^2. Напряженность электрического поля в проводнике E = 1 мВ/м.

10.25. Плотность тока в пучке электронов j = 2 А/мм^2, скорость электронов v = 10^6 м/с. Определите плотность заряда в пучке.

Тема 11. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. СИЛА ЛОРЕНЦА

Основные формулы

Сила**,** действующая на заряд q, движущийся со скоростью v в магнитном поле с индукцией B (сила Лоренца), выражается формулой:

$$\vec{F}_Л = q\vec{v} \times \vec{B},$$

или по модулю: $F_Л = |q| vB \sin\alpha,$

где α – угол между вектором скорости заряженной частицы и вектором индукции магнитного поля.

Пример решения задачи

Пример 11. Электрон, пройдя из состояния покоя ускоряющую разность потенциалов U = 400 В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B = 1,5 мТл перпендикулярен линиям индукции. Определить: 1) радиус R окружности, по которой начал двигаться электрон в магнитном поле; 2) частоту n его вращения по окружности.

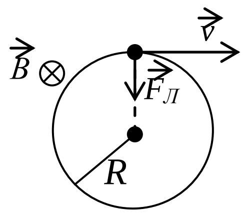

Рис. 11.1

Решение. 1. Радиус окружности R, описываемой электроном, определим, исходя из следующих соображений: на движущийся в магнитном поле электрон действует сила Лоренца $F_Л$ (рис. 11.1). Вектор силы Лоренца перпендикулярен вектору скорости v и, следовательно, по второму закону Ньютона сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = v^2/R$,

т.е.
$$evB\sin\alpha = m\frac{v^2}{R}, \qquad (1)$$

где e, v, m – заряд, скорость и масса электрона; B – индукция магнитного поля; α – угол между направлениями векторов скорости и магнитной индукции (в нашем случае $\alpha = 90°$, $\sin\alpha = 1$).

Из формулы (1) найдем:
$$R = \frac{mv}{eB}. \qquad (2)$$

Величину скорости определим из кинетической энергии T электрона, которая была приобретена в результате прохождения им ускоряющей разности потенциалов U: $T = mv^2/2 = eU$, откуда следует: $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$.

Подставляем полученное выражение скорости в уравнение (2) и определяем искомый радиус окружности:
$$R = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}.$$

После вычисления по полученной формуле находим: R = 45 мм.

2. Частота вращения определяется скоростью электрона и радиусом окружности, по которой он движется:
$$n = \frac{v}{2\pi R}.$$

Подставив в эту формулу R из выражения (2), получаем:
$$n = \frac{1}{2\pi}\frac{eB}{m}.$$

Произведя вычисления, находим: $n = 4{,}20 \cdot 10^7$ с$^{-1}$.

Задачи

11.1. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом R_1 = 2 см, прошла через металлическую пластинку, расположенную на пути частицы. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории изменился и стал равным R_2 = 1 см. Определите относительное изменение энергии частицы.

11.2. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов U = 2 кВ и, попав в однородное магнитное поле с индукцией B = 15,1 мТл, стала двигаться по окружности радиусом R = 1 см. Определите отношение заряда частицы к ее массе.

11.3. Однозарядные ионы аргона, пройдя ускоряющее напряжение U = 800 В, попадают в однородное магнитное поле, где разделяются на два пучка, движущиеся в вакууме по дугам окружностей с радиусами R_1 = 7,66 и R_2 = 8,08 см. Определите массовые числа изотопов аргона, если индукция магнитного поля B = 0,32 Тл.

11.4. Однозарядные ионы неона с массовыми числами 20 и 22 и кинетической энергией $T = 6{,}2 \cdot 10^{-16}$ Дж влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно к его силовым линиям и, описав полуокружность, вылетают из поля двумя пучками. Определите расстояние между пучками, если магнитное поле находится в вакууме и его индукция B = 0,24 Тл.

11.5. Два иона, имеющие одинаковый заряд, но различные массы, влетели в однородное магнитное поле. Первый начал двигаться по дуге окружности радиусом R_1 = 5 см, второй – по дуге окружности радиусом R_2 = 2,5 см. Найдите отношение масс ионов, если они прошли одинаковую ускоряющую разность потенциалов.

11.6. Протон и электрон движутся по окружностям в однородном магнитном поле. Определите отношение периодов их вращения.

11.7. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов U = 104 В и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое и магнитное поля. Найдите отношение заряда альфа-частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, она не испытывает отклонений от прямолинейной траектории. Напряженность электрического поля E = 10 кВ/м, магнитная индукция B = 0,1 Тл.

11.8. Заряженная частица движется в однородном магнитном поле по окружности радиуса R = 1 мм. Ее кинетическая энергия равна T = 1 кэВ. Найдите силу, действующую на частицу со стороны поля.

11.9. Разогнанная до скорости $v = 0{,}35 \cdot 10^7$ м/с альфа-частица влетает в однородное магнитное поле с индукцией B = 1 Тл, перпендикулярно линиям поля. Найдите момент импульса альфа-частицы относительно центра кривизны траектории. Ее масса $m = 6{,}65\cdot10^{-27}$ кг.

11.10. Ион, несущий один элементарный заряд, движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,015 Тл по окружности радиусом R = 10 см. Определить импульс p иона.

11.11. Электрон, влетев в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,2 Тл, стал двигаться по окружности радиусом R = 5 см. Определить магнитный момент p_{m} эквивалентного кругового тока.

11.12. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,5 Тл. Определить момент импульса L, которым обладала частица при движении в магнитном поле, если ее траектория представляла дугу окружности радиусом R = 0,2 см.

11.13. Электрон движется в магнитном поле с индукцией B = 0,02 Тл по окружности радиусом R = 1 см. Определить кинетическую энергию T электрона (в джоулях и электрон-вольтах).

11.14. Заряженная частица влетела перпендикулярно линиям индукции в однородное магнитное поле, созданное в среде. В результате взаимодействия с веществом частица, находясь в поле, потеряла половину своей первоначальной энергии. Во сколько раз будут отличаться радиусы кривизны R траектории в начале и конце пути?

11.15. Протон, прошедший ускоряющую разность потенциалов U = 600 В, влетел в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,3 Тл и начал двигаться по окружности. Вычислить ее радиус R.

11.16. Заряженная частица, обладающая скоростью $v = 2\cdot10^6$ м/с, влетела в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,52 Тл. Найдите отношение Q/m заряда частицы к ее массе, если частица в поле описала дугу окружности радиусом R = 4 см. По этому отношению определите, какая это частица.

11.17. Заряженная частица с энергией T = 1 кэВ движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом R = 1 мм. Найти силу F, действующую на частицу со стороны поля.

11.18. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл перпендикулярно линиям индукции. Определить силу F, действующую на электрон со стороны поля, если радиус кривизны траектории R = 0,5 см.

11.19. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл по окружности радиусом R = 0,5 см. Определить магнитный момент эквивалентного кругового тока, создаваемого движением электрона.

11.20. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл. Найти силу I эквивалентного кругового тока, создаваемого движением электрона.

11.21. Заряженная частица, двигаясь в магнитном поле по дуге окружности радиусом R_1 = 4 см, прошла через свинцовую пластину, расположенную на пути частицы. Вследствие потери энергии частицей радиус кривизны траектории изменился и стал равным R_2 = 3 см. Определите долю потерянной энергии частицы.

11.22. Пылинка, обладающая кинетической энергией T = 8 пДж, влетает в вакууме в магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл перпендикулярно его силовым линиям и движется по окружности радиусом R = 2 см. Определите заряд частицы, если её масса $m = 10^{-12}$ кг.

11.23. Две несущие одинаковый заряд частицы, пройдя одинаковое ускоряющее напряжение, попадают в однородное магнитное поле, где движутся по дугам окружностей. Определите отношение радиусов этих окружностей, если масса первой частицы вдвое больше, чем второй.

11.24. Какую ускоряющую разность потенциалов прошёл электрон, если, войдя после этого в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,1 Тл, он стал двигаться по окружности радиусом R = 3 см?

11.25. Заряженная частица, обладающая кинетической энергией T = 0,9 пДж, влетает в вакууме в магнитное поле (B = 0,2 Тл) перпендикулярно его силовым линиям и движется по окружности радиусом R = 1 см. Определите массу частицы, если её заряд q = 3 нКл.

Тема 12. СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ПРОВОДНИК С ТОКОМ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ (СИЛА АМПЕРА)

Основные формулы

Сила, действующая на прямолинейный проводник с током в магнитном поле, по закону Ампера равна: $\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$, где I – сила тока, B – магнитная индукция поля, $\vec{l}$ – вектор, равный по модулю длине l проводника и совпадающий по направлению с током.

Модуль вектора силы определяется выражением: $F = IBl\sin\alpha$, где α – угол между векторами $\vec{l}$ и $\vec{B}$.

Сила взаимодействия двух бесконечно длинных прямых проводников с токами I_1 и I_2 на расстоянии d друг от друга (на единицу длины проводника):

$$F_{ед} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}.$$

Пример решения задачи

Пример 12. Определить минимальную силу тока I, который необходимо пропускать через прямой горизонтальный медный провод площадью сечения S = 1,2 мм^2, чтобы он висел в магнитном поле с горизонтально направленной индукцией B = 0,1 Тл.

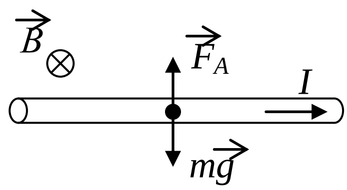

Рис. 12.1

Решение. Для парения провода в магнитном поле необходимо, чтобы действующая на него сила Ампера уравновешивала силу тяжести (рис. 12.1). Модуль силы Ампера $F_A = IBl\sin\alpha$, где α – угол между направлениями тока и магнитной индукции, l – длина провода. Из формулы следует, что ток I будет минимален при угле $\alpha = 90^\circ$. Следовательно:

$$IBl = mg,$$

где масса провода $m = \rho Sl$, ρ – плотность меди. Тогда расчетная формула принимает вид:

$$I = \frac{\rho Sg}{B}.$$

Произведем вычисления: $$I = \frac{8{,}93\cdot 10^3\cdot 1{,}2\cdot 10^{-6}\cdot 9{,}81}{0{,}1} = 1{,}05 \text{ А}.$$

Задачи

12.1. Прямоугольная проволочная рамка со сторонами a = 30 см и b = 10 см расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что ее длинные стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи I = 500 А. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее короткой стороне.

12.2. Прямой провод длиной l = 10 см, по которому течет ток I = 20 А, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,01 Тл. Найти угол α между направлениями вектора магнитной индукции и тока, если на провод действует сила F = 10 мН.

12.3. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи I = 1 кА. Определить силу F, действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится на расстоянии, равном ее длине.

12.4. В однородном магнитном поле (линии индукции вертикальны) на двух тонких невесомых нитях подвешен горизонтально проводник массой m = 0,16 кг и длиной L = 80 см. Концы проводника при помощи гибких проводов, находящихся вне магнитного поля, подсоединены к источнику тока. На какой угол отклонятся нити подвеса от вертикали, если по проводнику течет ток силой I = 2 А, а индукция магнитного поля B = 1 Тл.

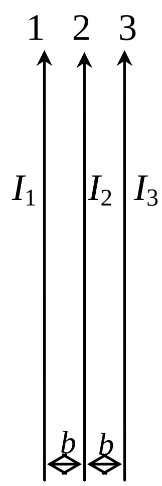

Рис. 12.2

12.5. Двухпроводная линия состоит из длинных параллельных прямых проводов, находящихся на расстоянии d = 4 мм друг от друга. По проводам текут одинаковые токи I = 50 А. Определить силу взаимодействия токов, приходящуюся на единицу длины провода.

12.6. Шины генератора представляют собой две длинные параллельные медные полосы, отстоящие друг от друга на расстоянии d = 10 см. Определить силу F, действующую на двухметровый участок одной из шин, когда по каждой шине течет ток I = 10 кА.

12.7. По двум параллельным проводам длиной l = 1 м каждый текут одинаковые токи. Расстояние между проводами d = 1 см. Токи взаимодействуют с силой F = 1 мН. Найти силу тока I в проводах.

12.8-12.16. Три длинных прямых провода с током лежат в одной плоскости (рис. 12.2). Расстояние между соседними проводами одинаково и равно b = 4 см. Величины токов указаны в табл. 12.1. Знаком минус обозначен ток, противоположный по направлению токам, указанным на рисунке. Вычислить силу F, действующую на отрезок длиной l = 1 м провода, номер которого указан в правом столбце таблицы.

12.17-12.25. По трем длинным прямым параллельным проводам, находящимся на одинаковом расстоянии a = 10 см друг от друга (рис. 12.3), текут токи, величины которых указаны в табл. 12.1. Знаком минус обозначен ток, противоположный по направлению токам, указанным на рисунке. Вычислить силу F, действующую на отрезок длиной l = 1 м провода, номер которого указан в правом столбце таблицы.

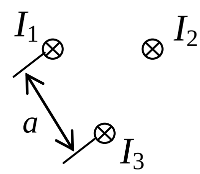

Рис. 12.3

Таблица 12.1

№ задачи	Направление и величина тока, А			№ провода
	I_1	I_2	I_3	
12.8; 12.17	2	3	-4	1
12.9; 12.18	3	-2	1	2
12.10; 12.19	-4	3	2	3
12.11; 12.20	1	4	-3	3
12.12; 12.21	4	-2	3	1
12.13; 12.22	-3	2	5	1
12.14; 12.23	2	4	-3	2
12.15; 12.24	5	-2	4	3
12.16; 12.25	-2	4	3	2

Тема 13. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Основные формулы

Закон Био – Савара – Лапласа: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_0 I}{4\pi r^2}\dfrac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r}$, где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом dl проводника с током I; μ_0 – магнитная постоянная (μ_0 = $4\pi\cdot10^{-7}$ Гн/м); $\vec{r}$ – радиус-вектор, проведенный от элемента проводника к точке, магнитная индукция в которой определяется.

Модуль вектора dB выражается формулой: $dB = \dfrac{\mu_0 I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl$,

где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

Из закона Био – Савара – Лапласа можно получить выражение для величины магнитной индукции поля, создаваемого бесконечно длинным прямым проводником с током в точке, отстоящей на расстоянии r от оси проводника:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

Принцип суперпозиции магнитных полей: $\vec{B} = \sum_{i=1}^{N} \vec{B}_i$.

Пример решения задачи

Пример 13. Два параллельных бесконечно длинных провода, по которым текут в одном направлении одинаковые токи I = 60 А, расположены на расстоянии d = 10 см друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке A, отстоящей от одного проводника на расстоянии r_1 = 5 см и от другого – на расстоянии r_2 = 12 см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции в указанной точке A (рис. 13.1) по правилу правого винта определим направления векторов индукций полей, создаваемых каждым проводником в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

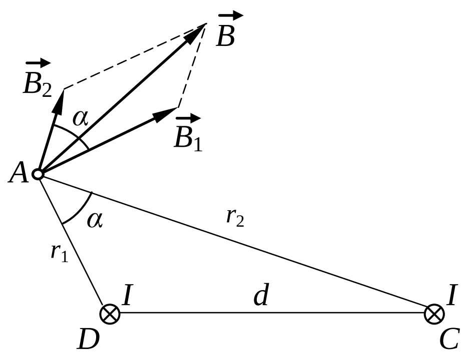

Рис. 13.1

Модуль индукции найдем по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1 B_2 \cos\alpha}. \qquad (1)$$

Значения индукций B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от провода до точки A:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1};\ B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2}. \qquad (2)$$

Подставляя выражения (2) в формулу (1), получим:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2}\cos\alpha}. \qquad (3)$$

Вычисляем $\cos\alpha$ из треугольника со сторонами r_1, r_2, d. По теореме косинусов $d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos\alpha$, т.е. $\cos\alpha = \dfrac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$.

По заданным расстояниям вычислим значение косинуса: $\cos\alpha = 0{,}576$.

Подставив в формулу (3) значения μ_0, I, r_1, r_2 и $\cos\alpha$, найдем: B = 286 мкТл.

Задачи

13.1-13.25. Магнитное поле создаётся четырьмя длинными прямыми параллельными проводниками с током, оси которых находятся в вершинах квадрата, лежащего в плоскости, перпендикулярной этим осям (рис. 13.2). Сторона квадрата a = 4 см. Определить величину и направление магнитной индукции в точке *0* (центр квадрата). Величины токов указаны в табл. 13.1. Знаком минус обозначены токи, противоположные по направлению токам, указанным на рисунке.

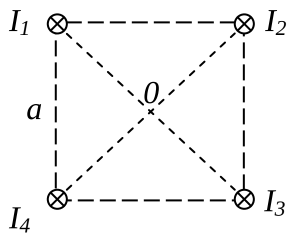

Рис.13.2

Таблица 13.1

№ задачи	Направление и величина тока, А				№ задачи	Направление и величина тока, А			
	I_1	I_2	I_3	I_4		I_1	I_2	I_3	I_4
13.1	2	3	1	-4	13.14	2	-1	4	3
13.2	3	2	-1	5	13.15	5	3	-2	4
13.3	4	-3	2	1	13.16	4	3	1	-2
13.4	-1	4	3	2	13.17	5	2	-1	3
13.5	4	2	-3	5	13.18	1	-3	2	4
13.6	3	-2	5	1	13.19	-2	4	3	3
13.7	-2	4	3	5	13.20	2	2	-3	4
13.8	5	2	1	-4	13.21	1	-2	5	3
13.9	3	-1	4	2	13.22	-5	4	3	2
13.10	4	3	-2	5	13.23	4	2	1	-3
13.11	1	-2	5	3	13.24	2	-1	4	3
13.12	-5	4	3	2	13.25	5	3	-2	4
13.13	4	2	1	-3					

Тема 14. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Основные формулы

По закону электромагнитной индукции (закону Фарадея – Ленца) электродвижущая сила (ЭДС) индукции в контуре равна:

$$\xi_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где Ф – магнитный поток через контур.

При движении в однородном магнитном поле с индукцией B прямого проводника длиной l, ориентированного перпендикулярно линиям индукции, со скоростью v, вектор которой перпендикулярен и проводнику, и силовым линиям поля, на концах проводника возникает ЭДС индукции, определяемая выражением:

$$\xi_i = Blv.$$

Электродвижущая сила самоиндукции, возникающая в замкнутом контуре при изменении силы тока в нем:

$$\xi_c = -L\frac{dI}{dt},$$

где L – индуктивность контура.

Индуктивность длинного соленоида: $L = \mu_0\mu n^2 V$, где μ – магнитная проницаемость среды внутри соленоида, V – объем пространства внутри соленоида, n – число витков соленоида, приходящееся на единицу его длины l (плотность намотки): $n = N/l$, N – общее число витков.

Пример решения задачи

Пример 14. Одним из простейших способов получения переменного тока является вращение проводящей рамки в магнитном поле. Ось вращения перпендикулярна вектору магнитной индукции и нормали к плоскости рамки (рис. 14.1). Какова должна быть частота вращения рамки, чтобы максимальное значение возникающей в ней ЭДС достигало 20 В? Рамка содержит N = 500 витков проволоки, ее площадь S = 42,5 см^2, магнитная индукция B = 0,1 Тл.

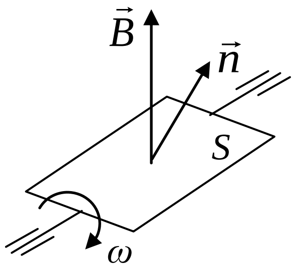

Рис. 14.1

Решение. При вращении рамки угол α между нормалью к ней и направлением вектора магнитной индукции изменяется по закону $\alpha = \omega t = 2\pi\nu t$, где ν – искомая частота вращения. Соответственно магнитный поток, пронизывающий рамку, будет определяться формулой $\Phi = BS\cos 2\pi\nu t$.

Тогда, используя формулу для ЭДС индукции, получим:

$$\xi_i = -N\frac{d\Phi}{dt} = NBS2\pi\nu\sin 2\pi\nu t.$$

Следовательно, в рамке возникает переменная (синусоидальная) ЭДС с максимальным (амплитудным) значением $\xi_{i\,\max} = NBS2\pi\nu$, откуда находится искомое значение частоты вращения: $\nu = \dfrac{\xi_{i\max}}{2\pi NBS}$.

После расчета получаем: ν = 15 с$^{-1}$.

Задачи

14.1. В однородное магнитное поле с индукцией B = 1Тл помещен перпендикулярно силовым линиям поля прямой провод длиной l = 20 см, концы которого замкнуты вне поля. Сопротивление всей цепи R = 0,1 Ом. Найти силу F, которую нужно приложить к проводу, чтобы перемещать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью v = 2,5 м/с.

14.2. Рамка площадью S = 200 см^2 равномерно вращается с частотой ν = 10 с$^{-1}$ относительно оси, лежащей в плоскости рамки перпендикулярно силовым линиям магнитного поля (B = 0,2 Тл). Чему равна ЭДС индукции в момент времени, когда магнитный поток, пронизывающий рамку, минимален?

14.3. Магнитный поток Ф = 40 мВб пронизывает замкнутый контур. Определить величину заряда, протекшего по контуру при выключении магнитного поля. Сопротивление контура R = 0,2 Ом.

14.4. Прямой провод длиной l = 10 см помещен в однородное магнитное поле перпендикулярно его силовым линиям. Магнитная индукция поля B = 0,4 Тл. Концы провода замкнуты проводами, находящимися вне поля. Сопротивление всей цепи R = 0,4 Ом. Какая мощность P потребуется для того, чтобы двигать провод перпендикулярно линиям индукции со скоростью v = 20 м/с?

14.5. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл в плоскости, перпендикулярной линиям индукции поля, вращается стержень длиной l = 10 см. Ось вращения проходит через один из концов стержня. Определить разность потенциалов U на концах стержня при частоте вращения ν = 16 с$^{-1}$.

14.6. Прямой провод длиной l = 40 см движется в однородном магнитном поле со скоростью v = 5 м/с перпендикулярно линиям индукции. Разность потенциалов между концами провода при этом U = 0,6 В. Вычислить индукцию B магнитного поля.

14.7. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,35 Тл равномерно с частотой n = 480 мин$^{-1}$ вращается рамка, содержащая N = 500 витков площадью S = 50 см^2. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.

14.8. Определить максимальное значение ЭДС самоиндукции в катушке, индуктивность которой L = 180 мГн, если ток в ней изменяется по закону $I = 4\cos 5t$ (А).

14.9. Проволочный виток радиусом r = 4 см, имеющий сопротивление R = 0,01 Ом, находится в однородном магнитном поле с индукцией B = 0,04 Тл. Плоскость рамки составляет угол $\alpha = 30°$ с линиями магнитной индукции поля. Какой заряд Q протечет по витку, если магнитное поле исчезнет?

14.10. Проволочное кольцо радиусом r = 10 см лежит на столе. Какой заряд Q протечет по кольцу, если его перевернуть с одной стороны на другую? Сопротивление кольца R = 1 Ом. Вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли B = 50 мкТл.

14.11. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,1 Тл равномерно вращается рамка с частотой ν = 16 с$^{-1}$. Площадь рамки равна S = 150 см^2. Определите значение ЭДС, возникающей в рамке в момент времени, когда угол между вектором $\vec{B}$ и плоскостью рамки равен 30°. Ось вращения лежит в плоскости рамки перпендикулярно вектору $\vec{B}$.

14.12. Определить среднее значение ЭДС самоиндукции в катушке, индуктивность которой L = 230 мГн, если ток в ней за 3 секунды снизился с 10 А до 2 А.

14.13. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0\cos\omega t$, помещена квадратная рамка со стороной a = 50 см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол α = 45°. Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени t = 5 с, если ω = 4 с$^{-1}$, B_0 = 0,1 Тл.

14.14. Прямой провод длиной l = 50 см помещен в однородное магнитное поле с индукцией B = 0,5 Тл перпендикулярно силовым линиям поля. Концы провода замкнуты вне поля, сопротивление всей цепи R = 0,1 Ом. Какова будет сила тока в цепи, если провод перемещать перпендикулярно линиям индукции со скоростью v = 5 м/с.

14.15. В однородном магнитном поле (B = 0,2 Тл) равномерно вращается рамка площадью S = 150 см^2. Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определите частоту вращения, если максимальное значение ЭДС индукции составляет 0,2 В.

14.16. Магнитный поток Ф = 20 мВб пронизывает замкнутый проводящий контур. Определить среднее значение силы тока в контуре, если магнитный поток изменится до нуля за время Δt = 4 мс. Сопротивление контура R = 10 Ом.

14.17. В магнитное поле (B = 0,5 Тл) перпендикулярно его силовым линиям помещен прямой провод длиной l = 20 см, концы которого замкнуты проводами, находящимися вне поля. Сопротивление всей цепи R = 10 мОм. Какую силу потребуется к проводу, чтобы двигать его перпендикулярно линиям индукции со скоростью v = 10 м/с?

14.18. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,4 Тл перпендикулярно линиям индукции движется проводящий стержень со скоростью v = 10 м/с. Определить напряженность электрического поля внутри стержня.

14.19. В однородном магнитном поле перпендикулярно его силовым линиям движется прямой проводник длиной l = 30 см со скоростью v = 10 м/с. Сопротивление проводника R = 0,1 Ом. Вычислите индукцию B магнитного поля, если в этих условиях сила тока I = 6 А.

14.20. Квадратная рамка со стороной b = 15 см помещена в магнитное поле, индукция которого изменяется по закону $B = B_0\sin\omega t$, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол α = 60°. Определите максимальное значение ЭДС индукции, возникающей в рамке, если ω = 140 с$^{-1}$, B_0 = 0,15 Тл.

14.21. Через катушку протекает ток, изменяющийся по закону $I = 1{,}6\cos 4t$ (А). Определить её индуктивность, если максимальное значение ЭДС самоиндукции составляет величину 1,5 В.

14.22. В однородном магнитном поле с индукцией B = 0,2 Тл находится проволочный виток радиусом r = 10 см, имеющий сопротивление R = 0,02 Ом. Плоскость рамки составляет угол α = 45° с линиями магнитной индукции поля. Определить заряд, который протечет по витку после выключения магнитного поля.

14.23. На столе лежит проволочное кольцо радиусом r = 20 см. Какова вертикальная составляющая индукции магнитного поля Земли, если при переворачивании кольца с одной стороны на другую по нему протекает заряд Q = 25 мкКл? Сопротивление кольца R = 0,5 Ом.

14.24. Проводящая рамка вращается однородном магнитном поле (B = 0,15 Тл) с частотой ν = 15 $с^{-1}$. Площадь рамки S = 80 $см^2$. Определите максимальное значение возникающей в рамке ЭДС. Ось вращения лежит в плоскости рамки перпендикулярно вектору $\vec{B}$.

14.25. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0\sin\omega t$, помещена квадратная рамка со стороной a = 10 см. Определите ЭДС индукции, возникающую в рамке в момент времени t = 0,3 с, если ω = 9 $с^{-1}$, B_0 = 0,1 Тл.

КВАНТОВАЯ МЕХАНИКА

Тема 15. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ.

Основные формулы

Формула Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon_{ф} = A_{\text{вых}} + T_{\max},$$

где $\varepsilon_{ф} = h\nu = \hbar\omega = \dfrac{hc}{\lambda}$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; $A_{вых}$ – работа выхода электрона из металла; $T_{\max} = \dfrac{m_e v_{\max}^2}{2}$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта – максимальная длина волны $\lambda_{гр}$ электромагнитного излучения или минимальная частота $\nu_{гр}$, при которых еще возможен фотоэффект: $\lambda_{гр} = hc/A_{вых}$ или $\nu_{гр} = A_{вых}/h$.

Пример решения задачи

Пример 15. Определить красную границу $\lambda_{гр}$ фотоэффекта для цезия, если при облучении его поверхности фиолетовым светом длиной волны λ = 400 нм максимальная скорость фотоэлектронов $v_{\max}$ = 0,65 Мм/с.

Решение. Граничная длина волны излучения при фотоэффекте связана с работой выхода электронов из металла:

$$\lambda_{гр} = hc/A_{вых}.$$

Работу выхода для цезия определим с помощью уравнения Эйнштейна:

$$A_{\text{вых}} = \varepsilon_{\text{ф}} - T = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m\upsilon_{\max}^2}{2}.$$

Подставим числовые значения входящих в формулу величин и, вычислив, получим:

$$A_{вых} = 3{,}05 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2{,}19 \text{ эВ}.$$

Для определения красной границы фотоэффекта подставим значения A, h и c в формулу для длины волны $\lambda_{гр}$ и вычислим её: $\lambda_{гр}$ = 651 нм.

Задачи

15.1. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_{гр}$ = 307 нм и максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона $T_{\max}$ = 1 эВ?

15.2. Для прекращения фотоэффекта, вызванного облучением ультрафиолетовым светом платиновой пластинки, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U_1 = 3,7 В. Если платиновую пластинку заменить другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов придется увеличить до 6 В. Определить работу выхода $A_{вых}$ электронов с поверхности этой пластинки.

15.3. Найдите частоту света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов U = 3 В. Фотоэффект начинается при частоте света равной $6 \cdot 10^{14}$ Гц. Определите работу выхода электронов из этого металла.

15.4. На поверхность металла падает монохроматический свет (λ = 310 нм) Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода $A_{вых}$. Какой это металл?

15.5. Будет ли наблюдаться фотоэффект, если на поверхность серебра направить ультрафиолетовое излучение с длиной волны λ = 300 нм?

15.6. На цинковую пластинку падает монохроматический свет с длиной волны λ = 220 нм. Определить максимальную скорость v_{max} фотоэлектронов.

15.7. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность калия, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 1,5 Мм/с.

15.8. Фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла светом с длиной волны λ = 311 нм полностью задерживаются напряжением $U_з$ = 1,5 В. Каким будет задерживающее напряжение, если этот металл облучать светом с длиной волны λ = 249 нм?

15.9. Катод фотоэлемента освещается монохроматическим светом. При изменении его длины волны на 25% задерживающее напряжение снизилось на

0,8 В. Найдите начальное значение длины волны.

15.10. При исследовании фотоэффекта с поверхности серебра установлено, что при изменении частоты падающего излучения в 2 раза для прекращения фотоэффекта следует уменьшить задерживающее напряжение в 1,5 раза. Определите начальную частоту излучения.

15.11. На фотоэлемент с литиевым катодом падает свет с длиной волны λ = 200 нм. Найдите наименьшее значение задерживающей разности потенциалов, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

15.12. Квант электромагнитного излучения с энергией 10 эВ падает на серебряную пластинку и вызывает фотоэффект. Определите полученный пластинкой импульс при условии, что направления движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной поверхности пластинки.

15.13. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если красная граница фотоэффекта $\lambda_{гр}$ = 310 нм, а максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 4 эВ?

15.14. При освещении катода светом с длиной волны равной сначала 207 нм, а затем 270 нм, обнаружили, что задерживающее напряжение изменилось в 2 раза. Определите красную границу фотоэффекта.

15.15. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона из серебряного катода, если максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона $T_{\max}$ = 1эВ?

15.16. При облучении серебряной пластинки задерживающая разность потенциалов составила U_1 = 2,5 В. После замены серебряной пластинки другой пластинкой, то задерживающую разность потенциалов пришлось увеличить до U_2 = 3,2 В. Какова работа выхода электронов для материала этой пластинки? Какой это материал?

15.17. Определите частоту света при фотоэффекте, если фотоэлектроны полностью задерживаются разностью потенциалов U = 3,2 В. Фотоэффект для этого металла начинается при частоте света $\nu_{гр} = 5{,}55\cdot10^{14}$ Гц.

15.18. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны λ = 400 нм. Для прекращения фототока нужно приложить задерживающее напряжение U = 2,1 В. Определите граничную частоту фотоэффекта для данного металла.

15.19. Фотоэлектроны, вырываемые с поверхности металла светом с длиной волны λ = 600 нм полностью задерживаются напряжением $U_з$ = 1,2 В. Во сколько раз изменится запирающее напряжение, если длину волны уменьшить в полтора раза?

15.20. При изменении длины волны падающего на фотокатод света вдвое задерживающее напряжение повысилось на 1,5 В. Найдите начальное значение длины волны.

15.21. Какую долю энергии фотона с длиной волны λ = 550 нм составила кинетическая энергия фотоэлектрона, если граничная частота фотоэффекта $\nu_{гр} = 5{,}25\cdot10^{14}$ Гц?

15.22. Излучение с длиной волны λ = 300 нм падает на фотоэлемент с цинковым катодом. Какое задерживающее напряжение необходимо приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок?

15.23. Фотон с энергией 11,3 эВ падает на платиновую пластинку нормально её поверхности и вызывает фотоэффект. Какой импульс получает при этом пластинка, если фотоэлектрон вылетает также перпендикулярно её поверхности?

15.24. Какая доля энергии фотона израсходована на работу вырывания фотоэлектрона, если граничная частота фотоэффекта $\nu_{гр} = 1{,}12\cdot10^{15}$ Гц, а максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов равна 4 эВ?

15.25. Измерения при фотоэффекте с применением цинкового катода показали, что изменение частоты падающего излучения в 1,4 раза приводит к снижению задерживающее напряжение в 2 раза. Определите исходную частоту излучения.

Тема 16. СТРОЕНИЕ АТОМА. АТОМ ВОДОРОДА

Основные формулы

Состояние электрона в атоме характеризуется набором квантовых чисел, которые могут принимать следующие значения:

- ***главное*** квантовое число $n = 1,2,3,....\infty$;
- ***азимутальное (орбитальное)*** квантовое число $l = 0,1,2,...,n\text{-}1$;
- ***магнитное*** квантовое число $m = 0,\pm1,\pm2,...,\pm l$.

В атоме водорода эти числа определяют, соответственно, величину энергии электрона E_n, модуля момента импульса L и проекции момента импульса электрона на физически выделенную ось (например $0z$) L_z:

$$E_n = -\frac{k^2 m_e e^4}{2\hbar^2 n^2}; \quad L = \hbar\sqrt{l(l+1)}; \quad L_z = m\hbar,$$

где m_e и e – масса и заряд электрона, $\hbar$ – постоянная Планка, $k = 9\cdot10^9$ м/Ф – электрическая константа.

В атомной физике принята система условных обозначений состояния электрона с различными значениями орбитального квантового числа l:

Квантовое число l	0	1	2	3	4	5	6	7
Состояние	*s*	*p*	*d*	*f*	*g*	*h*	*i*	*k*

Электрон обладает также собственным моментом импульса – *спином* S, проекция которого на физически выделенную ось также квантуется:

$$S_z = m_s\hbar,$$

где $m_s = \pm s$, $s = ½$ – спиновое квантовое число.

Полное обозначение квантового состояния содержит два символа: первый в виде числа указывает значение квантового числа n, а второй в виде буквы – значение числа l (см. таблицу выше). Например, электрон, находящийся в состоянии с $n = 3$ и $l = 2$, обозначается $3d$; Запись $3d^2$ означает, что таких электронов в атоме 2, и т.д. С учетом этих обозначений уровни энергии в атоме водорода изображают в виде диаграммы (рис. 16.1).

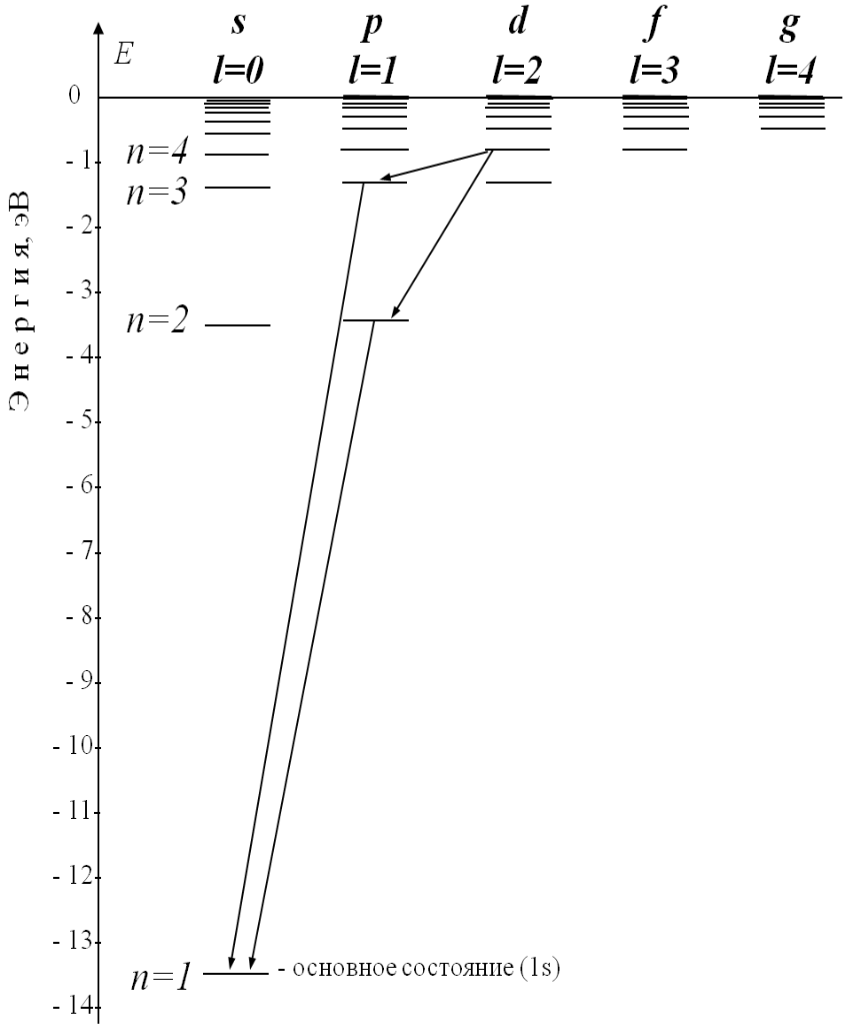

Рис. 16.1

При переходе электрона с одного уровня энергии на другой происходит испускание или поглощение кванта энергии в виде фотона, энергия которого определяется разностью энергий соответствующих состояний:

$$h\nu = \hbar\omega = E_{ni} - E_{nj}.$$

Испущенный или поглощенный фотон обладает моментом импульса. Поэтому закон сохранения момента импульса накладывает ограничение на переходы в виде *правила отбора*: возможны переходы между состояниями, для которых выполняется условие:

$$\Delta l = \pm 1.$$

В качестве **примеров** на рис. 16.1 показаны переходы из состояния $4d$ в состояния $3p$ и $2p$, а затем из этих состояний – в основное состояние $1s$.

Задачи

16.1–16.25. В атоме водорода электрон первоначально находится в состоянии, указанном в табл. 16.1. Определите, какая энергия выделяется или поглощается атомом при переходе электрона в другое, указанное в таблице состояние. Укажите, какой процесс (выделение или поглощение энергии) происходит при таком переходе. Покажите данный переход на диаграмме состояний электрона в атоме водорода.

Таблица 16.1

№ задачи	16.1	16.2	16.3	16.4	16.5	16.6	16.7	16.8	16.9
Начальное состояние	2p	4f	5d	4p	4s	5p	3d	1s	5f
Конечное состояние	4d	3d	2p	2s	2p	3d	2p	3p	3d

№ задачи	16.10	16.11	16.12	16.13	16.14	16.15	16.16	16.17
Начальное состояние	2s	4d	4p	4d	3d	2p	2s	2p
Конечное состояние	5p	2p	1s	2p	4f	5d	4p	4s

№ задачи	16.18	16.19	16.20	16.21	16.22	16.23	16.24	16.25
Начальное состояние	3d	2p	3p	3d	5p	2p	1s	3d
Конечное состояние	5p	3d	1s	5f	2s	4d	4p	4f

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Тема 17. УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Основные формулы

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$pV = \frac{M}{\mu} RT ,$$

где p – давление газа; V – его объём; M – масса газа; μ – его молярная масса; T – термодинамическая температура; R – универсальная газовая постоянная: R = 8,31 Дж/(моль·К) = $8{,}31 \cdot 10^3$ Дж/(кмоль·К).

Пример решения задачи

Пример 17. В баллоне объемом V = 10 л находится гелий под давлением p_1 = l МПа при температуре T_1 = 300 К. После того как из баллона был израсходовано m = 10 г гелия, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление p_2 газа, оставшегося в баллоне.

Решение. Воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона, применив его дважды – к начальному и конечному состояниям газа:

$$p_1V = \frac{M_1}{\mu}RT_1, \qquad p_2V = \frac{M_2}{\mu}RT_2 \ , \qquad (1)$$

где M_1 и M_2 – массы гелия в начальном и конечном состояниях, μ – его молярная масса. Выразим массы M_1 и M_2 гелия из уравнений (1):

$$M_1 = \frac{\mu\, p_1 V}{RT_1}; \qquad M_2 = \frac{\mu\, p_2 V}{RT_2}.$$

Т.е. масса израсходованного газа: $m = M_1 - M_2 = \dfrac{\mu V}{R}\left(\dfrac{p_1}{T_1} - \dfrac{p_2}{T_2}\right).$

Отсюда найдем искомое давление: $p_2 = p_1\dfrac{T_2}{T_1} - \dfrac{mRT_2}{\mu V}.$ (2)

Учитывая, что молярная масса гелия μ = 4 кг/кмоль, получим:

$$p_2 = 10^6\,\frac{290}{300} - \frac{10\cdot 10^{-3}\cdot 8{,}31\cdot 10^3\cdot 300}{4\cdot 10\cdot 10^{-3}} = 3{,}64\cdot 10^5 \text{ Па} = 364 \text{ кПа}.$$

Задачи

17.1. В цилиндр длиной l = 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении p_0, начали медленно вдвигать поршень площадью S = 200 см^2. Определить силу F, которая станет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии l_1 = 10 см от дна цилиндра.

17.2. Колба вместимостью V = 300 см^3, закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в результате чего в колбу вошла вода массой m = 292 г. Определить первоначальное давление p в колбе, если атмосферное давление p_0 = 100 кПа.

17.3. При нагревании идеального газа на ΔT = 1 К при постоянном давлении объем его увеличился на 1/350 первоначального объема. Найти начальную температуру T газа.

17.4. Полый шар вместимостью V = 10 см^3, заполненный воздухом при температуре T_1 = 573 К, соединили трубкой с чашкой, заполненной ртутью. Определить массу m ртути, вошедшей в шар при остывании воздуха в нем до температуры T_2 = 293 К. Изменением вместимости шара пренебречь.

17.5. Оболочка воздушного шара вместимостью V = 800 м^3 целиком заполнена водородом при температуре T_1 = 273 К. На сколько изменится подъемная сила шара при повышении температуры до T_2 = 293 К? Считать вместимость V оболочки неизменной и внешнее давление нормальным. В нижней части оболочки имеется отверстие, через которое водород может выходить в окружающее пространство.

17.6. Кислород находится в баллоне вместимостью V = 20 л под давлением p_1 = 5 МПа при температуре t_1 = 17 °С. Определите давление в баллоне после того, как из него выпустили M = 160 г кислорода и температура понизилась до t_2 = 7° С.

17.7. Оболочка воздушного шара имеет вместимость V = 1600 м^3. Найти подъемную силу F водорода, наполняющего оболочку, на высоте, где давление p = 60 кПа и температура T = 280 К. При подъеме шара водород может выходить через отверстие в нижней части шара.

17.8. В баллоне вместимостью V = 25 л находится водород при температуре T = 290 К. После того как часть водорода израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 0,4 МПа. Определить массу m израсходованного водорода.

17.9. Оболочка аэростата вместимостью V = 1600 м^3, находящегося на поверхности Земли, на k = 7/8 наполнена водородом при давлении p_1 = 100 кПа и температуре T = 290 К. Аэростат подняли на некоторую высоту, где давление p_2 = 80 кПа и температура T_2 = 280 К. Определить массу m водорода, вышедшего из оболочки при его подъеме.

17.10. Газ при температуре T = 309 К и давлении p = 0,7 МПа имеет плотность ρ = 12 кг/м^3. О каком газе идёт речь?

17.11. Сферическая оболочка воздушного шара сделана из материала, квадратный метр которого имеет массу m = 1 кг. Шар наполнен гелием при давлении $p = 1\cdot10^5$ Па. При каком минимальном радиусе шар поднимет сам себя? Молярная масса гелия μ = 4 кг/кмоль, воздуха μ = 29 кг/кмоль. Температуры газов одинаковы и равны 0°С.

17.12. Какова должна быть масса оболочки воздушного детского шарика, наполненного водородом, чтобы шарик находился во взвешенном состоянии? Воздух и водород находятся при нормальных условиях. Радиус шарика r = 12,5 см, молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

17.13. Наилучший достигнутый в наземных условиях вакуум соответствует давлению $p = 10^{-11}$ Па. Сколько молекул остается в 1 см^3 такого вакуума при температуре T = 300 К?

17.14. В двигателе внутреннего сгорания объем цилиндра V = 940 см^3. К моменту открытия выпускного клапана температура газа в цилиндре t = 1000 °С и его давление p = 0,5 МПа. Какой объем занимает выхлопной газ в атмосфере после того, как он охладится до 0 °С? Давление атмосферы p_0 = 100 кПа.

17.15. Из баллона объемом V = 16 л, заполненного кислородом при температуре t_1 = 27 °С, выпустили M = 160 г газа, после чего давление в баллоне стало равным p_2 = 2,5 МПа, а температура понизилась до t_2 = 22 °С. Определите начальное давление p_1 в баллоне.

17.16. Какое количество баллонов водорода емкостью V_1 = 50 л каждый при температуре t_1 = 27 °С и давлении p_1 = 4 МПа потребуется для заполнения аэростата объемом V = 1000 м^3, если при температуре t = 7 °С давление в нем должно быть равно p = 100 кПа?

17.17. Найдите формулу соединения азота с кислородом, если 1 г его в газообразном состоянии в объеме V = 1 л при температуре t = 17 °С создает давление $p = 3{,}17\cdot10^4$ Па.

17.18. В баллоне вместимостью V = 25 л находится азот под давлением p_1 = 4 МПа при температуре t_1 = 17 °С. После того, как температура повысилась до t_2 = 27 °С, и из баллона выпустили часть газа, давление в нём понизилось до значения p_2 = 2,5 МПа. Определите массу вышедшего из баллона азота.

17.19. В оболочке аэростата находится газ объемом V = 1500 м^3, заполняющий оболочку лишь частично. На сколько изменится подъемная сила аэростата, если газ в аэростате нагреть от T_0 = 273 К до T = 293 К? Давления газа в оболочке и окружающего воздуха постоянны и равны нормальному атмосферному давлению.

17.20. Баллон вместимостью V = 20 л, наполненный углекислым газом под давлением p_1 = 3 МПа, находился в тени при температуре t_1 = 17 °С. На солнце он нагрелся до температуры t_2 = 47 °С. Сколько газа стравил из баллона предохранительный клапан, настроенный на максимальное давление p_2 = 3,2 МПа?

17.21. В пробирку при комнатной температуре t_1 = 22 °С и нормальном атмосферном давлении заподлицо вставили плотную пробку, длина которой составляет 15% от длины пробирки. Каким стало давление в закрытой пробирке, когда её поместили в кипящую воду?

17.22. Определите радиус воздушного шара-зонда при температуре t_0 = 2 °С, если для его накачивания использовали 5 баллонов водорода емкостью V = 20 л каждый, заполненных при температуре t = 27 °С до давления p = 1 МПа. Давление в шаре-зонде p_0 = 100 кПа.

17.23. Для заполнения воздушного ресивера вместимостью V_0 = 50 м^3 при температуре t_0 = 7 °С использовали сто 50-литровых баллонов, заправленных сжатым воздухом при температуре t = 27 °С до давления p = 5 МПа. Каким стало давление p_0 в ресивере после заполнения?

17.24. Цистерну вместимостью V_0 = 30 м^3 с начальным давлением газа p_1 = 100 кПа дозаправили тем же газом, использовав сто 20-литровых баллонов с давлением p = 4 МПа. Каким стало давление p_2 в цистерне после дозаправки? Температуру считать неизменной.

17.25. В подземном газовом хранилище вместимостью V_0 = 2 млн. м^3 находились остатки газа при температуре t_0 = 7 °С и давлении p_0 = 100 кПа. После того, как из магистрального газопровода с давлением p_1 = 10 МПа и температурой t_1 = 27 °С в хранилище дополнительно закачали V_1 = 50 тыс. м^3 того же газа, температура там выросла до t_2 = 12 °С. Какое давление p_2 установилось в хранилище?

Тема 18. СВОЙСТВА ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА

Основные формулы

Средняя энергия молекулы $\langle\varepsilon\rangle = \frac{i}{2}kT$, где $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, i – число степеней свободы молекулы.

Внутренняя энергия одного моля идеального газа $U_м = \frac{i}{2}RT$.

Молярные теплоемкости идеального газа при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно равны: $C_V = \frac{i}{2}R$; $C_p = \frac{i+2}{2}R$.

Уравнение Майера для молярных теплоемкостей: $C_p - C_V = R$.

Связь удельной c и молярной C теплоемкостей: $c = C/\mu$.

Показатель адиабаты $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{i+2}{i}$.

Пример решения задачи

Пример 18. Вычислить удельную теплоемкость c_V смеси неона и водорода. Массовые доли газов соответственно равны $\omega_1 = 0{,}8$ и $\omega_2 = 0{,}2$.

Решение. Удельную теплоемкость смеси при постоянном объеме c_V найдем из следующих рассуждений. Теплоту, необходимую для повышения температуры смеси на ΔT, выразим двумя соотношениями:

$$Q = c_V\,(M_1+M_2)\,\Delta T, \tag{1}$$

где c_V – удельная теплоемкость смеси, M_1 и M_2 – массы неона и водорода,

$$Q = (c_{V1}\cdot M_1 + c_{V2}\cdot M_2)\,\Delta T, \tag{2}$$

где c_{V1} и c_{V2} – удельные теплоемкости неона и водорода соответственно.

Приравняв правые части выражений (1) и (2), найдем:

$$c_V = c_{V1}\frac{M_1}{M_1+M_2} + c_{V2}\frac{M_2}{M_1+M_2}, \text{ или } \quad c_V = c_{V1}\omega_1 + c_{V2}\omega_2,$$

где отношения $\omega_1 = M_1/(M_1+M_2)$ и $\omega_1 = M_2/(M_1+M_2)$ – массовые доли соответственно неона и водорода.

Удельную теплоемкость идеального газа связана с молярной теплоемкостью:

$$c_V = \frac{C_V}{\mu} = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu},$$

где i – число степеней свободы молекулы (для неона $i_1 = 3$, для водорода $i_2 = 5$), μ – молярная масса (для неона $\mu_1 = 20$ кг/кмоль, для водорода $\mu_2 = 2$ кг/кмоль).

Окончательно получаем формулу для расчета:

$$c_V = \frac{R}{2}\left(\frac{i_1\omega_1}{\mu_1} + \frac{i_2\omega_2}{\mu_2}\right),$$

Подставив в эту формулу числовые значения величин, найдем:

$$c_V = 2{,}58 \text{ кДж/(кг·К)}.$$

Задачи

18.1. Для некоторого двухатомного газа разность удельных теплоемкостей $c_p–c_V$ = 260 Дж/(кг·К). Найти молярную массу μ газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p.

18.2. Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей кислород массой M_1 = 10 г и аргон массой M_2 = 20 г?

18.3. Молярная внутренняя энергия кислорода $U_м$ = 6,02 кДж/моль. Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения одной молекулы.

18.4. Определить удельную теплоемкость c_p смеси неона и азота, если количество вещества первого компонента ν_1 = 2 моль, а количество вещества второго – ν_2 = 4 моль.

18.5. В баллоне находятся аргон и азот. Определить удельную теплоемкость c_V смеси этих газов, если массовая доля аргона втрое больше массовой доли азота.

18.6. Водород находится при температуре T = 300 К. Найдите среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы, а также внутреннюю энергию 0,5 моля водорода.

18.7. Определить удельную теплоемкость c_V смеси ксенона и кислорода, если количества вещества газов в смеси одинаковы и равны ν.

18.8. Найти показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой M_1 = 10 г и водород массой M_2 = 4 г.

18.9. Найдите молярную массу и число степеней свободы молекул газа, если известны его удельные теплоемкости: c_P = 910 Дж/(кг·К) и c_V = 650 Дж/(кг·К).

18.10. Найти показатель адиабаты γ смеси газов, содержащей кислород и аргон, если количества вещества того и другого газа в смеси одинаковы и равны ν.

18.11. При какой температуре молекулы кислорода имеют такую же среднюю энергию, как и молекулы гелия при температуре t = 127 °С?

18.12. Определите среднюю кинетическую энергию поступательного движения и среднее значение полной энергии молекулы водяного пара при температуре T = 600 К. Энергией колебательного движения пренебречь.

18.13. При некоторой температуре молярная внутренняя энергия кислорода $U_м$ = 6,02 кДж/моль. Определите среднюю энергию вращательного движения одной молекулы.

18.14. Определите молярную массу μ двухатомного газа и его удельные теплоемкости c_V и c_p, если разность этих теплоемкостей $c_p – c_V$ = 351 Дж/(кг·К).

18.15. Каковы удельные теплоемкости c_V и c_p смеси газов, содержащей гелий массой M_1 = 10 г и азот массой M_2 = 20 г?

18.16. Определите молярную массу μ и удельные теплоемкости c_p и c_V некоторого одноатомного газа, если разность этих теплоемкостей c_p-c_V = 208 Дж/(кг·К).

18.17. Определить удельную теплоемкость c_p смеси кислорода и неона, если количество вещества первого компонента ν_1 = 3 моль, а количество вещества второго – ν_2 = 5 моль.

18.18. В сосуде находятся водород и гелий. Определить удельную теплоемкость c_V смеси этих газов, если их массовые доли одинаковы.

18.19. Найдите среднюю энергию вращательного движения одной молекулы углекислого газа при температуре t = 37 °С, а также внутреннюю энергию 2 молей газа.

18.20. Найти удельную теплоемкость c_p смеси из 2 молей ксенона и 3 молей азота.

18.21. Определить показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей M_1 = 8 г неона и M_2 = 5 г водорода.

18.22. Молярная внутренняя энергия азота при некоторой температуре $U_м$ = 8,3 кДж/моль. Определите среднюю энергию поступательного движения одной молекулы азота.

18.23. Найти показатель адиабаты γ смеси газов, содержащей равные количества вещества углекислого газа и азота.

18.24. При какой температуре молекулы аргона имеют среднюю энергию, равную средней энергии вращательного движения молекул хлора при температуре t = 112 °С?

18.25. Определите среднюю кинетическую энергию вращательного движения и среднее значение полной энергии молекул угарного газа (химическая формула – СО) при температуре t = 77 °С.

Тема 19. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Основные формулы

Первое начало термодинамики: $Q = \Delta U + A$, где Q – количество теплоты, сообщённое газу; ΔU – изменение его внутренней энергии; A – работа, совершаемая газом против внешних сил.

Работа, совершаемая газом: $A = \int_{V_1}^{V_2} pdV$, где p – давление, V_1 – начальный объем газа; V_2 – его конечный объем.

Работа газа при изохорическом процессе (V = const) равна нулю: $A_V = 0$;
при изобарическом процессе (p = const): $A_p = p(V_2 - V_1)$;
при изотермическом процессе (T = const): $A_T = \frac{M}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Уравнение Пуассона для адиабатического процесса: $pV^{\gamma} = const$,
где $\gamma = c_p/c_V$ – показатель адиабаты.

Работа при адиабатическом процессе: $A_{ад} = \nu \frac{RT_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$,

где T_1 – начальная температура газа.

Пример решения задачи

Пример 19. Кислород занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_1 = 200 кПа. Газ нагрели сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^2, а затем при постоянном объеме до давления p_2 = 500 кПа. Построить график процесса и найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, переданное газу.

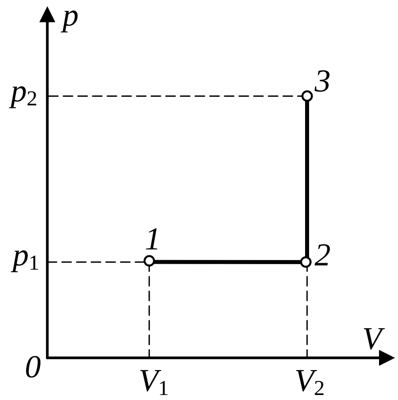

Рис. 19.1

Решение. Построим график процесса (рис. 19.1). На графике точками 1, 2, 3 обозначены состояния газа, характеризуемые параметрами (p_1, V_1, T_1), (p_1, V_2, T_2), (p_2, V_2, T_3).

1. Изменение внутренней энергии газа при переходе его из состояния 1 в состояние 3 выражается формулой:

$$\Delta U = \nu \frac{i}{2} R(T_3 - T_1), \quad (1)$$

где ν – количество вещества; i – число степеней свободы молекул газа.

Температуры T_1 и T_3 выразим из уравнения состояния ($pV = \nu RT$):

$$T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}, \quad T_3 = \frac{p_2 V_2}{\nu R}.$$

С учетом этого равенство (1) перепишем в виде:

$$\Delta U = \frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1). \quad (2)$$

Подставим сюда значения величин (учтем, что для кислорода, как двухатомного газа, $i = 5$) и произведем вычисления:

$$\Delta U = 3{,}25 \text{ МДж}.$$

2. Полная работа, совершаемая газом, $A = A_1+A_2$, где A_1 – работа на участке 1–2; A_2 – работа на участке 2–3.

На участке 1–2 давление постоянно (p = const). Работа в этом случае выражается формулой $A_1 = p_1\Delta V = p_1(V_2—V_1)$. На участке 2–3 объем газа не изменяется и, следовательно, работа газа на этом участке равна нулю ($A_2 = 0$). Таким образом,

$$A = A_1 = p_1(V_2 - V_1).$$

Подставив в эту формулу значения заданных величин, получим:

$$A = 0{,}4 \text{ МДж}.$$

3. Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты Q, переданное газу, равно сумме работы A, совершенной газом, и изменению ΔU внутренней энергии:

$$Q = A + \Delta U, \quad \text{или} \quad Q = 3{,}65 \text{ МДж}.$$

Задачи

19.1. Азот массой M = 5 кг, нагретый на ΔT = 150 К, сохранил неизменный объем V. Найти: 1) количество теплоты Q, сообщенное газу; 2) изменение ΔU внутренней энергии; 3) совершенную газом работу A.

19.2. Водород занимает объем V_1 = 10 м^3 при давлении p_1 = 100 кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления p_2 = 300 кПа. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A, совершенную газом; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

19.3. Баллон вместимостью V = 20 л содержит водород при температуре T = 300 К под давлением p = 0,4 МПа. Каковы будут температура T_1 и давление p_1, если газу сообщить количество теплоты Q = 6 кДж?

19.4. Кислород при неизменном давлении p = 80 кПа нагревается. Его объем увеличивается от V_1 = 1 м^3 до V_2 = 3 м^3. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии кислорода; 2) работу A, совершенную им при расширении; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

19.5. Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты Q = 21 кДж. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение ΔU его внутренней энергии.

19.6. Кислород массой M = 2 кг занимает объем V_1 = 1 м^3 и находится под давлением p_1 = 0,2 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_2 = 0,5 МПа. Найти количество теплоты Q, переданное газу. Построить график процесса.

19.7. Гелий массой M = l г был нагрет на ΔT = 100 К при постоянном давлении p. Определить: 1) количество теплоты Q, переданное газу; 2) работу A расширения; 3) приращение ΔU внутренней энергии газа.

19.8. Одноатомный газ в изобарическом процессе совершил работу A = 8 кДж. Определить количество теплоты Q, которую при этом сообщили газу, а также изменение его внутренней энергии ΔU.

19.9. В вертикальном цилиндре под поршнем находится азот массой M = 0,6 кг, занимающий объем V_1 = 1,2 м^3 при температуре T = 560 К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объем V_2 = 4,2 м^3. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

19.10. Водород массой M = 10 г нагрели на ΔT = 200 К, причем газу было передано количество теплоты Q = 40 кДж. Найти изменение ΔU внутренней энергии газа и совершенную им работу A.

19.11. 5 молей двухатомного газа нагрели на ΔT = 90 К при неизменном объеме. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную газом работу A; 3) сообщенное газу количество теплоты Q.

19.12. В результате изобарического процесса внутренняя энергия двухатомного газа увеличилась на ΔU = 5 кДж. Определить сообщенное газу количество теплоты Q, а также работу A, которую совершил при этом газ.

19.13. В сосуде объемом V = 20 л содержится азот под давлением p_1 = 0,2 МПа при температуре T_1 = 270 К. Газу сообщили количество теплоты Q = 5 кДж. Какими станут давление p_2 и температура T_2 в сосуде?

19.14. Углекислый газ нагревают при неизменном давлении p = 120 кПа так, что его объем увеличивается от V_1 = 100 л до V_2 = 150 л. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии кислорода; 2) работу A, совершенную им при расширении; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

19.15. В результате изотермического процесса при температуре t = 72 °С объем 5 молей двухатомного газа уменьшается вдвое. Найти количество теплоты Q, отобранное у газа.

19.16. 6 молей двухатомного газа занимали объем V_1 = 100 л при давлении p_1 = 0,15 МПа. Газ был нагрет сначала при постоянном объеме до давления p_2 = 0,5 МПа, а затем при постоянном давлении до объема V_2 = 300 л. Найдите количество теплоты Q, переданное газу. Постройте график процесса.

19.17. 5 г неона было нагрето при постоянном давлении от температуры t_1 = 17 °С до t_1 = 122 °С. Определить: 1) количество теплоты Q, переданное газу; 2) работу A расширения; 3) приращение ΔU внутренней энергии газа.

19.18. 4 моля двухатомного газа занимали объем V_1 = 200 л при давлении p_1 = 0,6 МПа. Газ был охлажден сначала при постоянном объеме до давления p_2 = 0,2 МПа, а затем при постоянном давлении до объема V_2 = 70 л. Найдите количество теплоты Q, отобранное у газа. Постройте график процесса.

19.19. Кислород массой M = 70 г, занимающий объем V_1 = 150 л при температуре t_1 = 250 °С. В результате подвода теплоты при неизменной температуре газ расширился до объема V_2 = 450 л. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную им работу A; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

19.20. Найти изменение ΔU внутренней энергии азота массой M = 70 г и совершенную газом работу A, если в результате передачи ему количества теплоты Q = 60 кДж температура повысилась на ΔT = 300 К.

19.21. Азот массой M = 1,8 кг занимает объем V_1 = 2 м^3 и находится под давлением p_1 = 0,5 МПа. Газ был охлажден сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 0,7 м^3, а затем при постоянном объеме до давления p_2 = 0,2 МПа. Найти количество теплоты Q, отобранное у газа. Построить график процесса.

19.22. 4 моля двухатомного газа расширяются изотермически при температуре t = 22 °С, причем объем газа увеличивается вдвое. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

19.23. Двухатомный газ нагрели при постоянном давлении, сообщив ему количество теплоты Q = 15 кДж. Определить работу A, которую совершил при этом газ, и изменение его внутренней энергии ΔU.

19.24. Азот массой M = 200 г расширяется изотермически при температуре T = 280 К, причем объем газа увеличивается в два раза. Найти: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) совершенную при расширении газа работу A; 3) количество теплоты Q, полученное газом.

19.25. Аргон нагрели при постоянном объеме V_1 = 5 м^3. При этом его давление изменилось от p_1 = 150 кПа до p_2 = 400 кПа. Определить: 1) изменение ΔU внутренней энергии газа; 2) работу A, совершенную газом; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу.

Тема 20. ЦИКЛЫ. КПД ЦИКЛА

Основные формулы

Термический коэффициент полезного действия тепловой машины (КПД цикла) в общем случае равен: $\eta = \dfrac{A}{Q_1} = \dfrac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1}$, где Q_1 – количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя; A – работа, совершаемая газом за цикл; Q_2 – количество теплоты, переданное рабочим телом холодильнику.

КПД цикла Карно: $\eta = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$, где T_1 – температура нагревателя; T_2 – температура холодильника.

Пример решения задачи

Пример 20. Идеальный двухатомный газ, содержащий количество вещества ν = l моль, находится под давлением p_1 = 250 кПа и занимает объем V_1 = 10 л. Сначала газ изохорно нагревают до температуры T_2 = 400 К. Далее, изотермически расширяя, доводят его до первоначального давления. После этого путем изобарного сжатия возвращают газ в начальное состояние. Определить термический КПД η цикла.

Решение. Для наглядности построим сначала график цикла, который состоит из изохоры, изотермы и изобары. В координатах p,V этот цикл имеет вид, представленный на рис. 20.1. Характерные точки цикла обозначим 1, 2, 3.

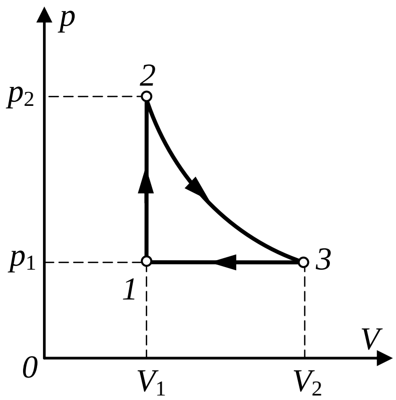

Рис. 20.1

Термический КПД любого цикла определяется выражением:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}, \qquad (1)$$

где Q_1 – количество теплоты, полученное газом за цикл от нагревателя; Q_2 – количество теплоты, отданное газом; A – работа, совершаемая газом за цикл.

Рабочее вещество (газ) получает количество теплоты Q_1 на двух участках: $Q_{1\text{-}2}$ на участке 1–2 (изохорический процесс, при котором газ не совершает работы, но его температура повышается вместе с давлением и, следовательно, увеличивается внутренняя энергия) и $Q_{2\text{-}3}$ на участке 2–3 (изотермический процесс, внутренняя энергия не меняется, но газ совершает работу). Таким образом,

$$Q_1 = Q_{1\text{-}2} + Q_{2\text{-}3}. \qquad (2)$$

Количество теплоты, полученное газом при изохорном процессе, в соответствии с первым началом термодинамики равно изменению его внутренней энергии:

$$Q_{1-2} = \nu C_V (T_2 - T_1), \qquad (3)$$

где C_V – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме; ν – количество вещества.

Количество теплоты, полученное газом при изотермическом процессе, равно работе этого процесса:

$$Q_{2-3} = \nu R T_2 \ln \frac{V_2}{V_1}, \qquad (4)$$

где V_2 – объем, занимаемый газом при температуре T_2 и давлении p_1 (точка 3 на графике).

На изобарическом участке 3–1 газ отдает количество теплоты Q_2, равное:

$$Q_2 = Q_{3-1} = \nu C_p (T_2 - T_1)\,, \qquad (5)$$

где C_p – молярная теплоемкость газа при изобарическом процессе.

Подставим в формулу (1) найденные значения Q_1 из уравнения (2) с учетом соотношений (3) и (4), а также Q_2 из уравнения(5):

$$\eta = 1 - \frac{\nu C_p (T_2 - T_1)}{\nu C_V (T_2 - T_1) + \nu R T_2 \ln(V_2 / V_1)}\,.$$

В изобарическом процессе отношение объемов V_2/V_1 можно заменить отношением температур ($V_2/V_1 = T_2/T_1$). Выразим C_V и C_p через число степеней свободы молекулы: $C_V = \frac{i}{2} R$; $C_p = \frac{i+2}{2} R$ (для двухатомного газа $i = 5$), после чего получим:

$$\eta = 1 - \frac{(i+2)(T_2 - T_1)}{i(T_2 - T_1) + 2T_2 \ln(T_2 / T_1)}\,.$$

Температуру T_1 начального состояния газа найдем, воспользовавшись уравнением Менделеева – Клапейрона: $T_1 = \frac{p_1 V_1}{\nu R}$, откуда получим: $T_1 = 300$ К.

Подставив значения i, T_1 и T_2, найдем: $\eta = 0{,}041 = 4{,}1$ %.

Задачи

20.1. Идеальный двухатомный газ, содержащий $\nu = 1$ моль вещества, совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Наименьший объем $V_{\min} = 10$ л, наибольший $V_{\max} = 20$ л, наименьшее давление $p_{\min} = 246$ кПа, наибольшее $p_{\max} = 410$ кПа. Построить график цикла. Определить температуру T газа для характерных точек цикла и его термический КПД η.

20.2. Идеальный одноатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем наибольшее давление газа в два раза больше наименьшего, а наибольший объем в четыре раза больше наименьшего. Определить термический КПД η цикла.

20.3. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, 2/3 количества теплоты Q_1, полученного от нагревателя, отдает холодильнику. Температура холодильника $T_2 = 280$ К. Определить температуру T_1 нагревателя.

20.4. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура холодильника $T_2 = 290$ К. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температура нагревателя повысится от $T'_1 = 400$ К до $T''_1 = 600$ К?

20.5. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в три раза выше температуры T_2 холодильника. Нагреватель передал газу количество теплоты $Q_1 = 42$ кДж. Какую работу A совершил газ?

20.6. В цикле Карно температура нагревателя $T_1 = 450$ К, а температура холодильника $T_2 = 290$ К. При изотермическом сжатии газ отдает холодильнику количество теплоты Q_2 = 110 Дж. Определить КПД η цикла, а также работу A_1, которую газ совершает при изотермическом расширении.

20.7. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в четыре раза выше температуры T_2 холодильника. Какую долю ω количества теплоты, получаемого за один цикл от нагревателя, газ отдает холодильнику?

20.8. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты Q_1 = 4,2 кДж, совершил работу A = 590 Дж. Найти термический КПД η этого цикла. Во сколько раз температура T_1 нагревателя больше температуры T_2 холодильника?

20.9. Идеальный газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа A_1 = 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если термический КПД η цикла равен 0,2.

20.10. В цикле Карно наименьший объем газа V_1 = 153 л. Определить наибольший объем V_3, если объем в конце изотермического расширения V_2 = 600 л, а объем в конце изотермического сжатия V_4 = 189 л.

20.11. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 = 470 К, температура холодильника T_2 = 280 К. При изотермическом расширении газ совершает работу A = 100 Дж. Определить термический КПД η цикла, а также количество теплоты Q_2, которое газ отдает холодильнику при изотермическом сжатии.

20.12. Какую долю ω количества теплоты, получаемого от нагревателя в цикле Карно газ отдает холодильнику, если температура T_2 холодильника в три раза ниже температуры T_1 нагревателя?

20.13. Идеальный газ в цикле Карно совершил работу A = 750 Дж, отдав холодильнику количество теплоты Q_2 = 3 кДж. Найти термический КПД η этого цикла. Во сколько раз температура T_1 нагревателя больше температуры T_2 холодильника?

20.14. В цикле Карно работа изотермического сжатия газа A_2 = 4 Дж. Определить работу изотермического расширения A_1, если термический КПД цикла равен η = 0,35.

20.15. В начале изотермического расширения объем газа, совершающего цикл Карно, составил V_1 = 16 л, а в конце изотермического расширения V_2 = 65 л. Определить объем V_3 в конце адиабатического расширения, если объем в конце изотермического сжатия V_4 = 21 л.

20.16. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_2 холодильника в 2,5 раза ниже температуры T_1 нагревателя. Как и во сколько раз изменится КПД, если температура холодильника понизится на 15%, а температура нагревателя повысится на 20%?

20.17. Определить термический КПД η цикла, состоящего из двух изобар и двух изохор, причем наименьшее давление газа в три раза меньше наибольшего, а наименьший объем в пять раз меньше наибольшего.

20.18. Совершающий цикл Карно идеальный газ отдает холодильнику 60% количества теплоты, полученного от нагревателя. Какова температура холодильника, если температура нагревателя T_1 = 600 К?

20.19. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя T_1 = 550 К. Как и во сколько раз изменится КПД цикла, если температура холодильника повысится от T'_2 = 290 К до T''_2 = 310 К?

20.20. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_2 холодильника в три раза ниже температуры T_1 нагревателя. Газ отдает холодильнику количество теплоты Q_2 = 21 кДж. Какую работу A совершил газ?

20.21. Идеальный газ совершает цикл Карно с КПД η = 40%. Как и во сколько раз изменится КПД, если температура холодильника повысится на 10%, а температура нагревателя – на 20%?

20.22. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_2 холодильника в три раза ниже температуры T_1 нагревателя. Как и во сколько раз изменится КПД, если температура холодильника повысится на 15%, а температура нагревателя – на 25%?

20.23. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в два раза выше температуры T_2 холодильника. Газ совершил работу A = 15 кДж. Какое количество теплоты Q_2 газ отдает холодильнику?

20.24. Идеальный газ совершает цикл Карно, у которого КПД η = 0,3. Как и во сколько раз изменится КПД, если температура нагревателя повысится на 20%, а температура холодильника понизится на 15%?

20.25. Идеальный газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в четыре раза выше температуры T_2 холодильника. Как и во сколько раз изменится КПД, если температура холодильника понизится на 20%, а температура нагревателя повысится на 15%?

Тема 21-22. ЯДРА И ЧАСТИЦЫ. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ

Основные формулы

При записи ядерной реакции слева от стрелки пишется сумма исходных частиц, а справа – сумма конечных продуктов. Например: ${}^1_1p + {}^7_3\mathrm{Li} \to {}^1_0n + {}^7_4\mathrm{Be}$. Верхний индекс означает массовое число, нижний – зарядовое число (для ядра атома – номер элемента в таблице Менделеева).

Разность энергий покоя начальных и конечных частиц определяет энергию реакции. Она может быть как больше нуля, так и меньше нуля. В более полной форме рассмотренная выше реакция записывается так:

$$p + {}^7\mathrm{Li} \to n + {}^7\mathrm{Be} + Q,$$

где Q – энергия реакции. Для ее расчета с помощью таблиц свойств ядер сравнивают разность суммарной массы исходных участников реакции и суммарной массы продуктов реакции. Затем полученная разность масс (обычно выраженную в а.е.м.) пересчитывается в энергетические единицы (1 а.е.м. соответствует 931,5 МэВ).

Пример решения задачи

Пример 21. При бомбардировке нейтронами ядер изотопа бора ^{10}B наблюдается испускание α - частиц. Какое получается остаточное ядро? Рассчитать энергию реакции.

Решение. Запишем уравнение реакции в виде ${}^{10}_{5}\mathrm{B} + {}^{1}_{0}n \to ?+ {}^{4}_{2}\mathrm{He}$. Для нее баланс протонов 5+0 = Z +2, баланс нейтронов 5+1 = N +2. Очевидно, что Z = 3 и N = 4. Из периодической системы элементов Д.И. Менделеева определяем, что остаточное ядро – ${}^{7}_{3}\mathrm{Li}$. Для расчета энергии реакции сравним суммы масс ядра мишени и нейтрона с суммой масс образовавшихся ядер (в а.е.м). Используя данные таблицы (см. Приложения), получим:

$$M({}^{10}\mathrm{B}) + m({}^{1}n) = 10{,}01294 + 1{,}00867 = 11{,}02161,$$

$$M({}^{7}\mathrm{Li}) + M({}^{4}\mathrm{He}) = 7{,}01601 + 4{,}00260 = 11{,}01861.$$

Разность масс Δm = 0,003 а.е.м., что в пересчете соответствует высвобождаемой энергии Q = 0,003·931,5 МэВ = 2,7945 МэВ.

Задачи

21.1-21.25. Какие изотопы образуются в цепочке радиоактивных распадов ядер, приведенных в таблице 21.1?

Таблица 21.1

№ задачи	Исходное ядро	Последовательность распада	Номер задачи	Исходное ядро	Последовательность распада
21.1	^{232}Th	→α→β→β→α	**21.14**	^{214}Bi	→α→β→β→α
21.2	^{220}Rn	→α→α→β→β	**21.15**	^{210}Tl	→β→β→α→β
21.3	^{237}Np	→α→β→α→α	**21.16**	^{233}Pa	→β→α→α→β
21.4	^{238}U	→α→β→β→α	**21.17**	^{216}Po	→α→β→β→α
21.5	^{226}Ra	→α→α→β→α	**21.18**	^{228}Ra	→β→β→α→α
21.6	^{235}U	→α→β→α→β	**21.19**	^{219}Rn	→α→α→β→α
21.7	^{227}Ac	→α→α→β→α	**21.20**	^{214}Po	→α→β→α→β
21.8	^{215}Po	→α→β→α→β	**21.21**	^{223}Fr	→α→β→α→α
21.9	^{217}At	→α→α→β→β	**21.22**	^{219}At	→α→β→β→α
21.10	^{228}Ac	→β→α→α→β	**21.23**	^{223}Ra	→α→α→β→α
21.11	^{229}Th	→α→β→α→α	**21.24**	^{231}Th	→β→α→β→α
21.12	^{234}Pa	→β→α→α→α	**21.25**	^{231}Pa	→α→α →β→α
21.13	^{234}Th	→β→β→α→α			

22.1 -22.25. В табл. 22.1 приведены ядерные реакции, соответствующие варианту задания. Определите недостающее в записи ядро или частицу и энергию реакции.

Таблица 22.1

Номер задачи	Ядерная реакция	Номер задачи	Ядерная реакция
22.1	$^{6}Li + ? \to {}^{8}Be + {}^{4}He$	**22.14**	$^{9}Be + {}^{6}Li \to ? + {}^{4}He$
22.2	$^{12}C + {}^{2}H \to ? + {}^{11}B$	**22.15**	$^{15}N + {}^{7}Li \to ? + {}^{3}H$
22.3	$^{16}O + {}^{7}Li \to ? + {}^{3}H$	**22.16**	$^{12}C + {}^{7}Li \to {}^{4}He + ?$
22.4	$^{14}N + {}^{7}Li \to {}^{18}F + ?$	**22.17**	$^{11}B + {}^{7}Li \to ? + 2n$
22.5	$^{11}B + {}^{7}Li \to ? + {}^{3}H$	**22.18**	$^{16}O + {}^{6}Li \to ? + {}^{4}He$
22.6	$^{6}Li + ? \to {}^{8}Be + {}^{1}H$	**22.19**	$^{14}N + {}^{6}Li \to {}^{15}O + ? + n$
22.7	$^{10}B + {}^{6}Li \to ? + {}^{4}He$	**22.20**	$^{11}B + {}^{3}He \to ? + {}^{6}Li$
22.8	$^{17}O + {}^{1}H \to ? + {}^{4}He$	**22.21**	$^{12}C + {}^{6}Li \to {}^{16}O + ?$
22.9	$^{18}O + {}^{6}Li \to ? + {}^{4}He + n$	**22.22**	$^{10}B + {}^{6}Li \to {}^{13}N + ?$
2.10	$? + {}^{4}He \to {}^{14}N + n$	**22.23**	$? + {}^{6}Li \to {}^{17}O + {}^{2}H$
22.11	$^{6}Li + ? \to {}^{9}Be + {}^{4}He$	**22.24**	$? + {}^{6}Li \to {}^{15}N + {}^{1}H$
22.12	$^{11}B + {}^{4}He \to ? + {}^{1}H$	**22.25**	$^{14}N + {}^{3}H \to ? + {}^{1}H + n$
22.13	$^{16}O + ? \to {}^{14}N + {}^{4}He$		

ПРИЛОЖЕНИЯ.

1. Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименований

Множитель	Приставка	Обозначение приставки		Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		Международное	Русское			Международное	Русское
10^{12}	тера	T	Т	10^{-1}	деци	d	д
10^{9}	гига	G	Г	10^{-2}	санти	c	с
10^{6}	мега	M	М	10^{-3}	милли	m	м
10^{3}	кило	k	к	10^{-6}	микро	μ	мк
10^{2}	гекто	h	г	10^{-9}	нано	n	н
10^{1}	дека	da	да	10^{-12}	пико	P	п

Примечание. Приставки *гекто, дека, деци* и *санти* допускается применять только в наименованиях кратных и дольных единиц, уже получивших широкое распространение (гектар, декалитр, дециметр, сантиметр и др.).

Кроме десятичных кратных и дольных единиц допущены к использованию кратные и дольные единицы времени, плоского угла и относительных величин, не являющихся десятичными. Например, единицы времени (минута, час, сутки), единицы плоского угла (градус, минута, секунда).

ТАБЛИЦЫ ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

1. Плотность ρ твердых тел и жидкостей (кг/м^3)

Твердые тела

Алюминий. 2700
Железо (чугун, сталь) 7870
Золото. 19300
Медь. 8930
Свинец. 11300
Серебро. 10500

Жидкости (при 15 ^oC)

Вода (дистиллированная при 4°C) . 1000
Глицерин. 1260
Керосин. 800
Масло смазочное 900
Ртуть. 13600

2. Работа выхода электронов из металла

Металл	A, эВ	A, 10^{-19}, Дж
Калий	2,2	3,5
Литий	2,3	3,7
Натрий	2,5	4,0
Платина	6,3	10,1
Серебро	4,7	7,5
Цинк	4,0	6,4

3. Массы некоторых нуклидов

Z	Нуклид	Масса, а.е.м.	Z	Нуклид	Масса, а.е.м.
0	n	1,00867	6	^{12}C	12,00000
1	^{1}H	1,00783	6	^{13}C	13,00335
1	^{2}H	2,01410	6	^{14}C	14,00324
1	^{3}H	3,01605	7	^{13}N	13,00574
2	^{3}He	3,01603	7	^{14}N	14,00307
2	^{4}He	4,00260	7	^{15}N	15,00011
3	^{6}Li	6,01513	8	^{15}O	15,00307
3	^{7}Li	7,01601	8	^{16}O	15,99491
4	^{7}Be	7,01693	8	^{17}O	16,99913
4	^{8}Be	8,00531	8	^{18}O	17,99916
4	^{9}Be	9,01219	9	^{18}F	18,00095
5	^{9}B	9,01333	9	^{19}F	18,99840
5	^{10}B	10,01294	9	^{20}F	19,99998
5	^{11}B	11,00931	10	^{20}Ne	19,99244

4. Основные физические постоянные

(округленные с точностью до трех значащих цифр)

Нормальное ускорение свободного падения. . . . . $g = 9{,}81$ м/с^2
Гравитационная постоянная . . . . $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3(кг·с^2)
Число Авогадро . . . . $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$
Универсальная газовая постоянная . . . . $R = 8{,}31$ Дж/(К·моль)
Постоянная Больцмана . . . . $k = 1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Элементарный заряд . . . . $e = 1{,}60\cdot10^{-19}$ Кл
Масса электрона . . . . $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Удельный заряд электрона . . . . $e/m = 1{,}76\cdot10^{11}$ Кл/кг
Скорость света в вакууме. . . . . $c = 3{,}00\cdot10^{8}$ м/с
Постоянная Планка . . . . $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с
. . . . $\hbar = h/(2\pi) = 1{,}05\cdot10^{-34}$ Дж·с

С О Д Е Р Ж А Н И Е