

Федеральное агентство железнодорожного транспорта
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

Петербургский государственный университет путей сообщения
Императора Александра I

Кафедра «Водоснабжение, водоотведение и гидравлика»

Индивидуальные задания по гидравлике и гидрологии с методическими
указаниями для студентов заочного обучения по специальности (23.05.06)
«Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей»

Санкт-Петербург
2020

Общие указания

В настоящих методических указаниях приведены задания к контрольным работам 1 и 2 по дисциплине «Гидравлика и гидрология» для студентов специальности (23.05.06) «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей».

Для каждой задачи дано по десять вариантов цифровых исходных данных. Номер варианта выбирается по последней цифре шифра зачетной книжки обучающегося.

При выполнении заданий необходимо соблюдать следующие требования:

1. Работа пишется от руки чернилами на одной стороне листа либо печатается на принтере.
2. В каждой задаче приводятся исходные данные и схемы.
3. Страницы должны быть пронумерованы.
4. Решение задач вести с пояснением каждого хода решения.
5. Перед вычислением искомых величин следует вначале написать исходную формулу в буквенном выражении, дать пояснение всем входящим в нее параметрам, затем представить их численные значения и привести окончательный ответ.
6. У всех размерных величин должна быть поставлена размерность в Международной системе единиц СИ.
7. Значение коэффициентов, взятых из сторонних источников, следует обосновать ссылкой на литературу.
8. Чертежи к работе должны выполняться в масштабе и вклеиваться в работу.
9. При построении расчетных графиков нужно указать величины, откладываемые по осям графика, с обозначением их размерностей.
10. Все ошибки отмеченные преподавателем, должны быть исправлены, а сделанные указания выполнены. Исправлять ошибки следует отдельно по каждой задаче на чистой стороне листа.

При решении задач необходимо строго следить за соблюдением единства размерностей величин, входящих в ту или иную расчетную зависимость.

Методические указания разработали д.т.н., профессор Штыков В. И., к.т.н., доцент Пономарёв А. Б., к.т.н., доцент Русанова Е. В.

Контрольная работа №1

Задача № 1

Определение гидростатического давления в точке

Закрытый резервуар (рис.1) заполнен жидкостью. Заданы плотность жидкости ρ , избыточное гидростатическое давление на поверхности p_0 , а также размеры « a » и « h ».

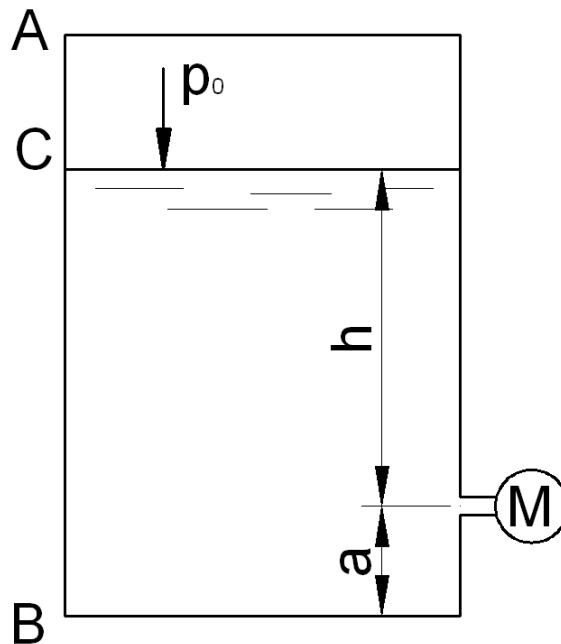


Рис. 1

Требуется определить:

1. Пьезометрическую высоту h_p для точки подключения манометра.
2. Показания манометра p_m .
3. Абсолютное и избыточное гидростатическое давление на дне резервуара.
4. Построить эпюру избыточного гидростатического давления на стенку АВ.

Табл. 1

№ вар.	ρ , кг/м ³	p_0 , кПа	h , м	a , м
1	750	20	3,0	2,0
2	800	25	2,0	2,5
3	900	30	2,5	2,8
4	950	15	2,0	3,0
5	1000	20	2,5	2,2
6	800	25	3,0	2,0
7	750	30	3,5	2,5
8	900	15	2,0	2,0

№ вар.	ρ , кг/м ³	p_0 , кПа	h , м	a , м
9	950	20	1,8	2,8
0	850	28	2,0	2,5

Указания к решению задачи № 1

1. Пьезометрическая высота h_p определяется по формуле:

$$h_p = \frac{p_m}{\rho \cdot g} \quad (1)$$

где $p_m = p_0 + \rho \cdot g \cdot h$ – величина избыточного гидростатического давления в точке подключения манометра. Эта же величина и будет совпадать с показаниями манометра.

2. Величина избыточного гидростатического давления на дне будет равна:

$$p_B = p_0 + \rho \cdot g \cdot (h + a) \quad (2)$$

3. Абсолютное гидростатическое давление отличается от избыточного на величину атмосферного давления.
4. Избыточное гидростатическое давление в точке A и C равно p_0 . Избыточное гидростатическое давление в точке B вычисляется по формуле (2). От точки C до точки B гидростатическое давление растёт пропорционально заглублению точки под свободной поверхностью. Вид эпюры избыточного гидростатического давления на стенку AB представлен на рис. 2.

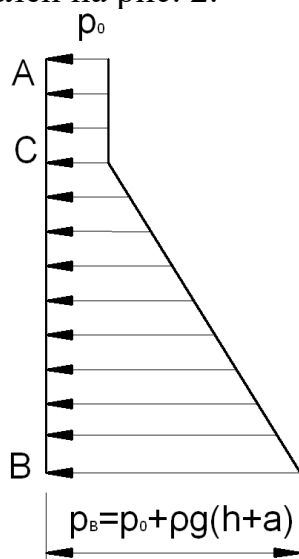


Рис. 2 Вид эпюры избыточного гидростатического давления

Задача № 2

Расчет силы гидростатического давления на плоскую поверхность

Круглый горизонтальный резервуар (рис. 3), имеющий диаметр D и длину L , заполнен жидкостью, плотность которой ρ . Манометр, установленный на уровне верхней образующей, показывает избыточное давление p .

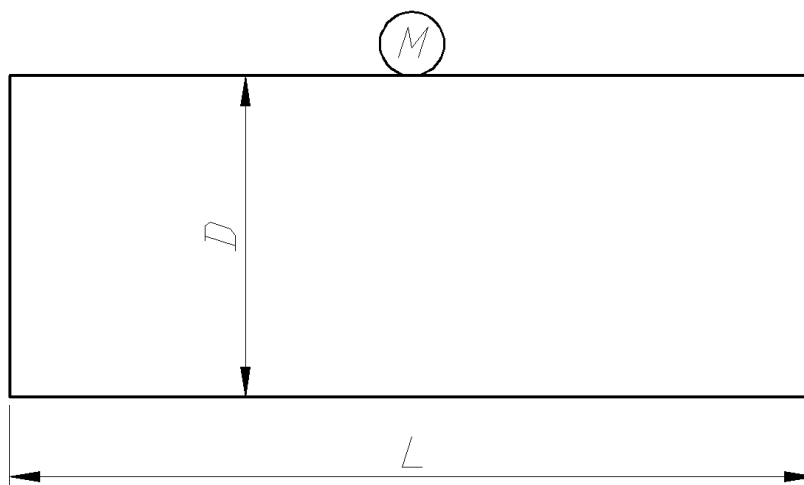


Рис. 3

Требуется определить:

1. Горизонтальную силу P_x , растягивающую резервуар в направлении вдоль рисунка.
2. Расстояние, на которое отстоит линия действия горизонтальной силы от оси резервуара (эксцентриситет).
3. Вертикальную силу P_z , действующую на верхнюю половину резервуара.

Таблица 2.

№ вар.	D , м	p , МПа	ρ , кг/м ³	L , м
1	1,0	0,010	750	3,0
2	1,0	0,015	800	3,5
3	2,0	0,020	850	4,0
4	2,5	0,025	900	4,5
5	3,0	0,030	1000	5,0
6	3,5	0,040	950	5,5
7	2,0	0,045	900	6,0
8	1,0	0,050	750	3,0
9	1,5	0,020	800	3,5
0	2,5	0,030	850	4,5

Указания к решению задачи № 2

Горизонтальная сила P_x , растягивающая резервуар в направлении вдоль рисунка (ось X на рис. 4), равна силе избыточного гидростатического давления на плоскую торцевую стенку диаметром D и вычисляется по формуле:

$$P_x = P = (p_m)_c \cdot \omega = \rho \cdot g \cdot h_c \cdot \omega \quad (3)$$

где $(p_m)_c$ – манометрическое или избыточное гидростатическое давление в центре тяжести рассматриваемой плоской фигуры в Па;

ω – площадь данной фигуры, м²;

h_c – глубина погружения центра тяжести рассматриваемой плоской фигуры под пьезометрическую плоскость, если гидростатическое давление внутри резервуара больше атмосферного.

Для вычисления $(p_m)_c$ необходимо определить положение пьезометрической плоскости h_p , используя выражение (4)

$$h_p = \frac{P_m}{\rho \cdot g} \quad (4)$$

где p – показание манометра, Па.

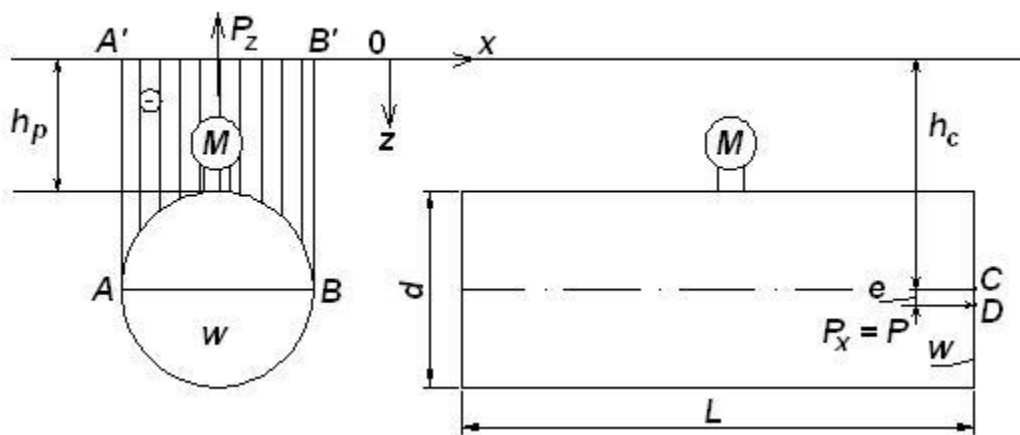


Рис. 4

Линия действия P_x находится ниже центра тяжести площади ω на величину эксцентриситета e

$$e = \frac{I_0}{h_c \cdot \omega} \quad (5)$$

I_0 – центральный момент инерции плоской фигуры ω относительно горизонтальной оси.

Для плоской фигуры, имеющей форму круга диаметром D

$$I_0 = \frac{\pi \cdot D^4}{64} \quad (6)$$

Вертикальная сила P_z , действующая на верхнюю половину резервуара, определяется по формуле (7)

$$P_z = \rho \cdot g \cdot W \quad (7)$$

где W – объем тела давления, м^3 .

Телом давления называется объем, ограниченный сверху пьезометрической плоскостью, снизу – цилиндрической поверхностью, с боков – вертикальными проектирующими плоскими поверхностями AA' и BB'.

P_z будет иметь знак «+», если тело давления и жидкость примыкают к цилиндрической поверхности с одной стороны; в противном случае P_z имеет знак «-».

Чтобы получить объем тела давления W , нужно площадь поперечного сечения тела давления F (на рис. 4 заштрихована) умножить на L .

Задача № 3

Расчет коротких трубопроводов

Вода в количестве Q л/с забирается насосом из берегового колодца А, который соединен с водоемом Б самотечной трубой длиной l_c и диаметром d_c (рис. 5). Длина всасывающей трубы $l_{вс} = l_1 + l_2$, ее диаметр $d_{вс}$. Средняя высота выступов на внутренней поверхности стенок труб (шероховатость) $\Delta_c = 0,5$ мм; $\Delta_{вс} = 0,25$ мм. Коэффициент местного сопротивления сетки самотечной трубы $\zeta_c = 5$; коэффициент местного сопротивления на выход из самотечной трубы $\zeta_{вых} = 1$; сетки с обратным клапаном всасывающей трубы $\zeta_{кл} = 3$, колена всасывающей трубы $\zeta_k = 0,3$. Допускаемый вакуум в трубопроводе перед входом в насос $h_{вак} = 6,8$ м.

Определить максимально допустимую высоту расположения оси насоса над уровнем воды в колодце h_n , разность уровней воды в водоеме и в колодце z .

Построить напорную и пьезометрическую линии для самотечной трубы.

Примечание: 1) скоростями движения воды в сечениях на свободной поверхности воды в водоеме и в колодце следует пренебречь. 2) $t = 10^\circ\text{C}$.

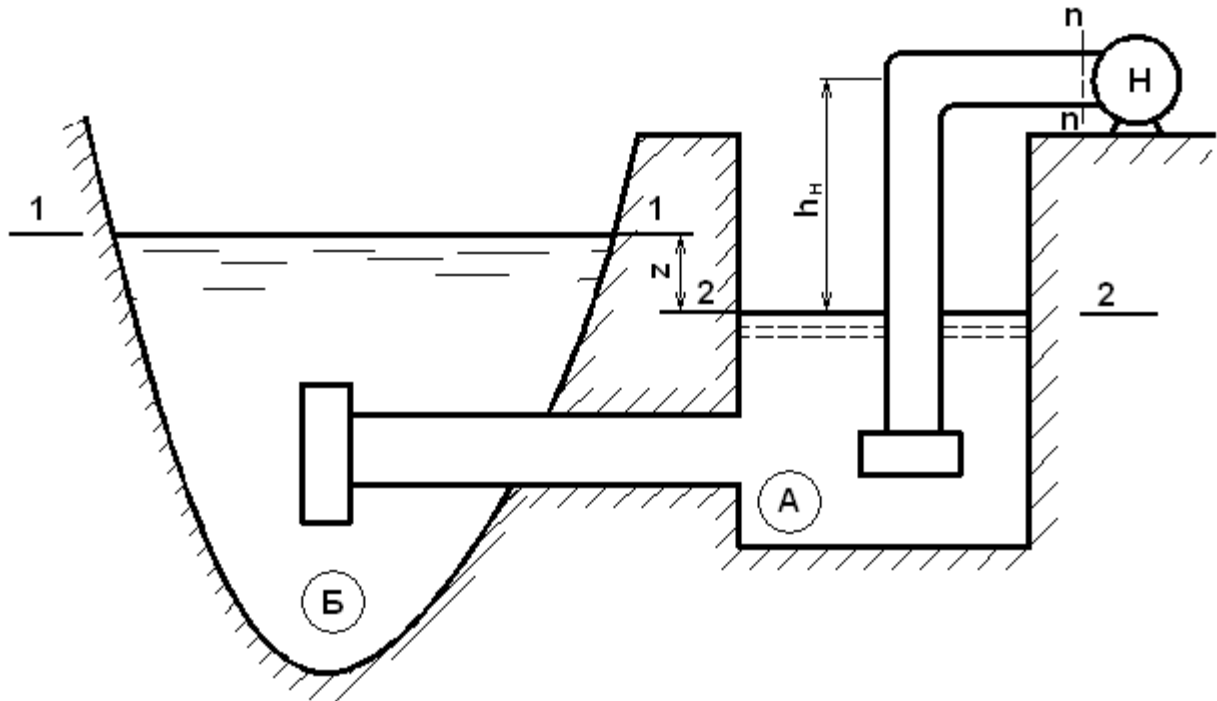


Рис. 5.

Таблица 3

№ Варианта	Q , л/с	l_c , м	d_c , мм	l_{bc} , ($l_1 + l_2$) м	d_{bc} , мм
1	4,0	40	75	8,5	50
2	6,0	65	100	9,0	75
3	10,0	50	125	10,0	100
4	7,5	75	100	9,2	75
5	8,5	60	150	9,5	100
6	10,0	55	175	10,5	125
7	9,5	58	125	10,0	100
8	6,5	62	100	8,8	75
9	9,0	55	100	9,8	125
0	7,0	64	100	9,3	75

Указание к решению задачи 3

Чтобы определить превышение уровня в береговом колодце А над уровнем в водоеме Б следует составить уравнение Бернулли для двух сечений потока: сечения 1 – 1 на поверхности воды в водоёме и сечения 2 – 2 на поверхности воды в береговом колодце. Плоскость сравнения провести по уровню воды в береговом колодце, т.е. по сечению 2 – 2;

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_w \quad (8)$$

$$z_1 = z; z_2 = 0; p_1 = p_2 = p_a$$

$$\frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = 0; \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = 0.$$

т.к. по условию задачи $v_1 = 0$ и $v_2 = 0$.

После проведенного анализа членов уравнения, получим следующее уравнение

$$z = h_{w1-2} \quad (9)$$

где h_{w1-2} – потери напора при движении воды по самотечной трубе.

Так как самотечная и всасывающая труба рассматриваются как короткий трубопровод, то при их расчете учитываются оба вида потерь напора: местные и по длине.

$$h_{w1-2} = h_m + h_l \quad (10)$$

где h_m – потери напора в местных сопротивлениях, которые вычисляются по формуле Вейсбаха.

$$h_m = \frac{v_c^2}{2g} (\zeta_c + \zeta_{вых}) \quad (11)$$

Потери напора по длине за счет трения жидкости о стенки трубы определяются по формуле Вейсбаха-Дарси

$$h_l = \lambda \frac{l_c}{d_c} \cdot \frac{v_c^2}{2g} \quad (12)$$

где λ - коэффициент гидравлического трения;

l_c - длина самотечного трубопровода;

d_c - диаметр самотечного трубопровода.

Коэффициент λ может быть определен по формуле А. Д. Альтшуля.

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_c}{d_c} + \frac{68}{\text{Re}_c} \right)^{0,25} \quad (13)$$

где Δ_c - шероховатость самотечной трубы;

Re_c - число Рейнольдса на участке самотечной трубы

$$\text{Re}_c = \frac{v_c \cdot d_c}{\nu} \quad (14)$$

где ν – кинематический коэффициент вязкости (для $t = 10^0\text{C}$, $\nu = 0,0131 \text{ см}^2/\text{с}$).

Подставив значения h_m и h_l в расчетные зависимости (10) и (9) определим разность уровней воды в водоеме и в береговом колодце.

Для определения высоты расположения насоса над уровнем воды в береговом колодце следует составить уравнение Бернулли для сечений 2 – 2 на поверхности воды в береговом колодце и $n - n$ перед насосом. Плоскость сравнения провести по уровню воды в береговом колодце, т. е. по сечению 2 – 2.

$$z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} = z_n + \frac{p_n}{\gamma} + \frac{\alpha_n v_n^2}{2g} + h_{w1-n} \quad (15)$$

$z_2 = 0$; $z_n = h_n$; $p_2 = p_a$; $v_2 = 0$ – по условию задачи; $v_n = v_{вс}$ – скорость движения воды во всасывающей трубе; α_n принимается равным 1,0.

$$v_{вс} = \frac{Q}{\omega_{вс}} = \frac{4Q}{\pi d_{вс}^2} \quad (16)$$

Подставим в уравнение (15) все известные величины

$$\frac{p_a}{\gamma} = h_n + \frac{p_n}{\gamma} + \frac{v_{вс}^2}{2g} + h_{w1-n} \quad (17)$$

Переписав в левую часть $\frac{p_n}{\gamma}$, мы получим величину вакуума в сечении $n - n$

$$\frac{p_a - p_n}{\gamma} = \frac{p_{вак}}{\gamma} = h_{вак} \quad (18)$$

Таким образом, окончательно расчетное выражение будет иметь вид:

$$h_n = h_{вак} - \frac{v_{вс}^2}{2g} - h_{w1-n} \quad (19)$$

где

$$h_{w1-n} = h_{м.вс} + h_{лвс} \quad (20)$$

потери напора во всасывающей трубе.

Местные потери напора во всасывающей трубе

$$h_{м.вс} = \frac{v_{вс}^2}{2g} (\zeta_{кл} + \zeta_к)$$

Потери напора по длине на всасывающей трубе

$$h_{лвс} = \lambda_{вс} \frac{l_{вс}}{d_{вс}} \cdot \frac{v_{вс}^2}{2g}$$

$\lambda_{вс}$ определяется по формуле Альтшуля (13).

Подставив в выражение (19) значения вакуума, скоростной высоты $\frac{v_{вс}^2}{2g}$ и

потери напора во всасывающей трубе, получим величину h_n .

Далее необходимо построить напорную линию, которая представляет собой график распределения напора по длине.

В пределах водоема напорная линия совпадает с линией поверхности воды, т.к. скоростью в пределах водоема пренебрегаем.

При входе в самотечную трубу напор скачкообразно уменьшается на величину потери напора на сетке самотечной трубы $h_c = \zeta_c \cdot \frac{v_c^2}{2g}$.

В плоскости входного сечения в самотечную трубу откладываем эту величину вниз от уровня воды в водоеме. Далее происходит потеря по длине, которая в конце участка самотечной трубы достигает величины

$$h_l = \lambda \frac{l_c}{d_c} \cdot \frac{v_c^2}{2g}$$

Для построения напорной линии с учетом потери напора по длине поступаем следующим образом. Из конца вертикального отрезка h_c проводим горизонтальную линию и в конце участка самотечной трубы откладываем от нее вниз величину h_l и соединяем наклонной линией концы отрезков h_c и h_l . В выходном сечении самотечного трубопровода происходит местная потеря на выходе, поэтому из конца наклонной линии

откладываем величину $h_{вых} = \zeta_{вых} \cdot \frac{v_c^2}{2g}$. Пьезометрическая линия $P - P$

будет располагаться ниже напорной $H - H$ на величину скоростной высоты $\frac{v_c^2}{2g}$.

Схема получающихся линий без масштаба показана на рис. 6.

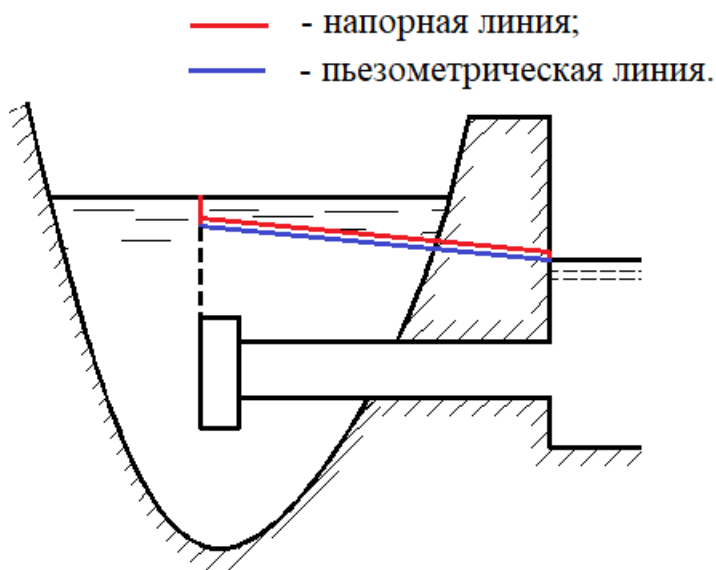


Рис. 6. Напорная и пьезометрическая линии для самотечной трубы.

Задача № 4

Определение глубины течения для канала с трапецидальным поперечным сечением при равномерном движении

Дано: канал симметричного трапецидального сечения; заложение откосов m ; ширина канала по дну b ; коэффициент шероховатости стенок n ; уклон дна канала i и расход Q .

Требуется найти глубину наполнения канала h , если движение в нем равномерное.

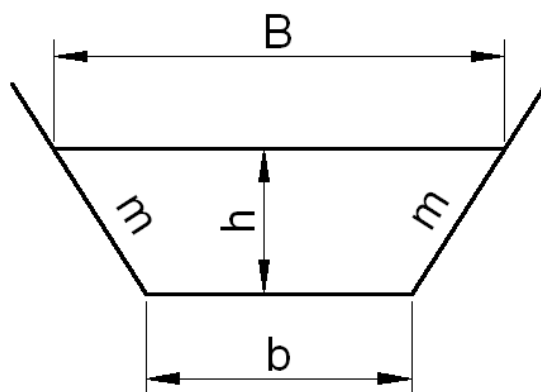


Рис. 7

Таблица 4.

№ Вар.	Q $м^3/с$	m	n	B , $М$	i
1	40	2.5	0.025	8.6	0.000078
2	40	2.5	0.025	8,6	0,041687
3	28	2,5	0,025	7,5	0,000085

№ Вар.	Q м ³ /с	m	n	В, М	i
4	28	2,5	0,025	7,5	0,046074
5	18,8	2,5	0,025	6,4	0,000100
6	18,8	2,5	0,025	6,4	0,054107
7	11,5	2,5	0,025	5,2	0,000068
8	11,5	2,5	0,025	5,2	0,078360
9	6,2	2,5	0,025	4,2	0,000072
0	6,2	2,5	0,025	4,2	0,082893

Указания к решению задачи № 4

- Находим модуль расхода, которым должен характеризоваться рассчитываемый канал. Этот модуль называется необходимым и обозначается $K_{\text{необх.}}$.

$$K_{\text{необх}} = \frac{Q}{\sqrt{i}} \quad (21)$$

- Составляем таблицу 12, в которой задаемся рядом значений h и для каждого h вычисляем соответствующий модуль расхода K .
- По данным 1^{ой} и 10^{ой} строк таблицы строим график $K = f(h)$ (рис. 8).
- По этому графику, зная $K_{\text{необх.}}$, находим искомое h , как показано на чертеже. Кривая $K = f(h)$ имеет выпуклость обращенную в сторону оси h и проходит через начало координат (т.к. при $h=0; K=0$).

Таблица 5

№ стро-ки	Величина или расчетная формула	Единица измерения	Задаваемые и находимые численные значения					Примечание
			h ₁	h ₂	h ₃	
1	h	м	h ₁	h ₂	h ₃	
2	mh	м						$m =$
3	$b + mh$	м						$b =$
4	$\omega = (b + mh)h$	м ²						
5	$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$	м						
6	$R = \frac{\omega}{\chi}$	м						
7	$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}}$	$\sqrt{\frac{м}{с^2}}$						n=
8	$K = \omega \cdot C \sqrt{R}$	м ³ /с						

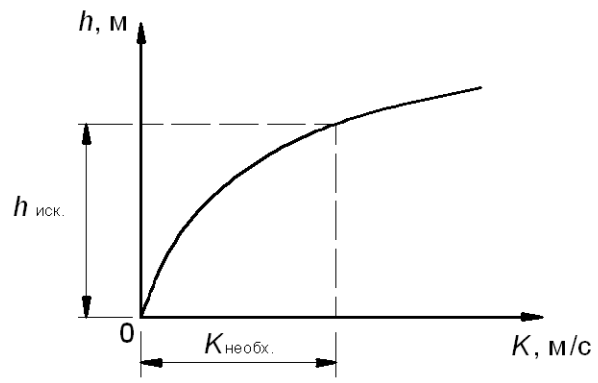


Рис. 8

Контрольная работа №2

Задача 5

Гидравлический расчёт малого моста с прямоугольным подмостовым руслом.

К малым относят мосты с пролётом до 25 м. Они вместе с дорожными трубами составляют большую часть (более 80% по численности) всех водопропускных сооружений на железных дорогах.

С точки зрения гидравлических требований малый мост должен удовлетворять двум основным условиям:

1. скорость потока под мостом не должна превышать допустимую скорость $v_{дон}$, которая устанавливается из условия неразмываемости грунта или определяется видом крепления подмостового русла;
2. должно быть обеспечено минимально допустимое превышение низа пролётного строения над уровнем поверхности воды перед мостом a_{min} (запас).

Исходными данными для расчёта являются следующие величины: расчётный расход Q ; глубина в русле $h_б$, отвечающая расчётному расходу; высота расположения низа пролётного строения моста над дном русла H_m . Варианты заданий приведены в таблице 6.

Таблица 6

№ вар.	Расчётный расход Q , м ³ /с	Бытовая глубина $h_б$, м	Высота расположения низа пролётного строения H_m , м	Коэффициент сжатия ϵ	Коэффициент сопротивления ζ	Вид грунта или крепления подмостового русла
1	45,8	1,40	4,20	0,80	0,35	9
2	9,2	1,10	3,00	0,75	0,40	5
3	13,6	0,80	2,90	0,80	0,36	6
4	18,4	2,00	3,30	0,82	0,33	2
5	50,6	2,10	3,50	0,77	0,38	10
6	21,8	0,80	2,05	0,75	0,39	3
7	34,3	1,05	2,15	0,81	0,34	8
8	10,7	1,55	3,10	0,77	0,37	2
9	41,5	2,35	3,95	0,81	0,34	4
0	58,0	2,15	4,00	0,78	0,37	7

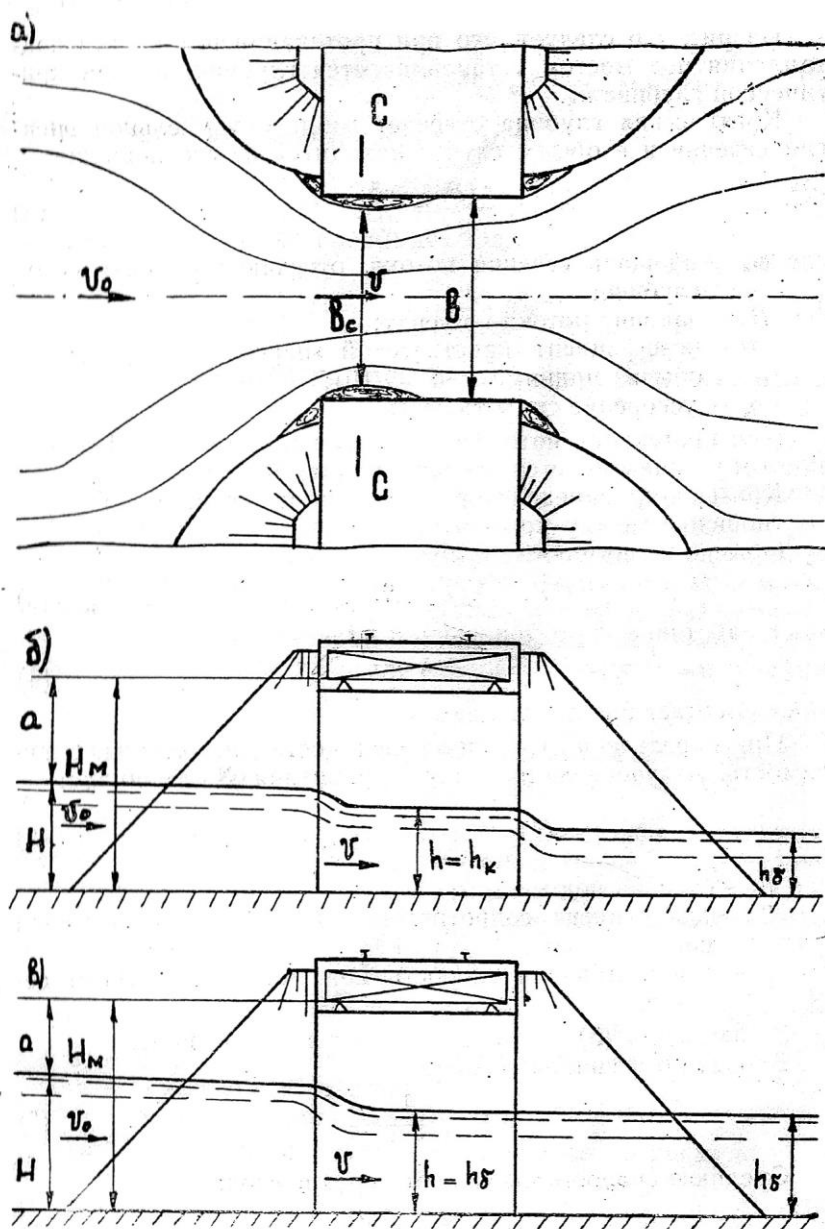


Рис. 9

На рис. 9 показана схема протекания потока под мостом. В позиции *a* показан план потока (буквами С – С обозначено сжатое сечение), в позиции *б* – разрез по оси потока при работе без подтопления; в позиции *в* – то же, при работе с подтоплением.

На рис. 9 введены следующие обозначения:

b – отверстие моста;

b_c – ширина потока в сжатом сечении;

H_m – высота расположения низа пролётного строения над дном русла;

H – глубина перед мостом;

a – запас высоты низа пролётного строения над поверхностью воды перед мостом;

h_b – бытовая глубина;
 h_k – критическая глубина;
 h – глубина под мостом;
 v – средняя скорость в подмостовом русле;
 v_0 – скорость подхода потока к мосту (в инженерных расчётах малых мостов эту скорость обычно не учитывают, принимая её равной нулю; это допущение идёт в запас расчёта).

Указания к решению задачи 5.

При гидравлическом расчёте малого моста следует придерживаться следующей последовательности.

1. Выбирают допустимую неразмывающую скорость $v_{дон}$ исходя из характеристики грунта или вида крепления подмостового русла (см. прил. 1).
2. Вычисляют критическую глубину, соответствующую $v_{дон}$:

$$h_k = \frac{\alpha \cdot v_{дон}^2}{g}, \quad (22)$$

где величина корректива кинетической энергии α принимается равной 1,10.

3. Определяют схему работы моста и устанавливают глубину под мостом:

если

$$h_b \leq 1,25 \cdot h_k,$$

то мост не подтоплен и глубина под мостом равна критической

$$h = h_k;$$

если

$$h_b > 1,25 \cdot h_k,$$

то мост подтоплен и глубина под мостом равна бытовой

$$h = h_b.$$

4. Определяют отверстие моста, соответствующее заданному расходу и полученной глубине:

$$b = \frac{Q}{\varepsilon \cdot h \cdot v_{дон}}. \quad (23)$$

На основе полученного значения в качестве расчетного берут ближайшее большее типовое значение отверстия моста (см. табл. 7).

Табл. 7

Типовые отверстия малых мостов, м								
2	3	4	5	6	7,5	10	12,5	20

Если вследствие небольшой величины $v_{\text{дон}}$ отверстие моста получается больше максимального типового, то с целью уменьшения его следует рассмотреть варианты с различными типами крепления подмостового русла с соответствующим увеличением значений $v_{\text{дон}}$ (см. строки 8, 9, 10 в приложении 1).

5. Определяют критическую глубину для принятого отверстия моста и проверяют схему протекания под мостом.

Критическую глубину находят по формуле:

$$h_{\text{к}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{\varepsilon^2 b^2 g}}. \quad (24)$$

Схему протекания потока под мостом проверяют аналогично п. 3.

6. Вычисляют действительную скорость под мостом и проверяют условие неразрывности подмостового русла.

Скорость под мостом

$$v = \frac{Q}{\varepsilon \cdot b \cdot h}. \quad (25)$$

Эта скорость должна удовлетворять условию $v < v_{\text{дон}}$.

7. Определяют глубину воды перед мостом и проверяют условие по обеспечению минимального запаса $a_{\text{мин}}$ от низа пролётного строения до поверхности воды.

Глубину воды перед мостом находят по формуле

$$H = h + (\alpha + \zeta) \frac{v^2}{2g}. \quad (26)$$

Затем вычисляют запас

$$a = H_{\text{м}} - H$$

и проверяют условие

$$a \geq a_{\text{мин}}.$$

Значение $a_{\text{мин}}$ в общем случае зависит от категории дороги, а в задаче принимается равным 0,5 м.

Если это условие не выполнено, то берут следующее большее типовое значение отверстия моста и проверяют расчёт.

8. Выполняют с соблюдением вертикального масштаба схему протекания потока через сооружение с указанием всех глубин и высоты расположения низа пролётного строения (вычерчивается по образцу схем б или в на рис. 9).

Задача 6

Построение кривой обеспеченности

1. Построить гистограмму распределения частоты появления (повторяемости) и кривую обеспеченности максимальных расходов воды.
2. Построить разностную интегральную кривую стока и определить репрезентативность ряда гидрометрических наблюдений.

Указания к решению задачи

Для расчетов водопропускных труб, мостовых переходов, подводных тоннельных пересечений, систем водоснабжения, водоотведения, водохранилищ и др. необходимо определять максимальный расход воды в реке заданной вероятности превышения $Q_p\%$. Наиболее точно он может быть вычислен при наличии продолжительных гидрометрических наблюдений за стоком воды в створе гидротехнического сооружения.

В соответствии с требованиями продолжительность периода наблюдений считается достаточной, если этот период является **репрезентативным** (представительным), а относительная средняя квадратическая ошибка расчетного значения гидрологической характеристики не превышает 20% (для максимального или минимального стока).

Оценка **репрезентативности** рассматриваемого ряда наблюдений проводится в тех случаях, когда продолжительность наблюдений составляет не менее 10...15 и не более 50...60 лет. Она состоит в построении и анализе **разностных интегральных кривых стока**, которые дают представление о циклических колебаниях стока за многолетний период. Для их построения по оси абсцисс графика (пример, рис.12) откладываются годы наблюдений, ординат – сумма отклонений модульных коэффициентов K_i от единицы, т.е. $\sum(K_i - 1)$, где $K_i = Q_i / Q_{cp}$ (Q_i – максимальный расход воды в i -ый год наблюдений, Q_{cp} – среднеарифметическое значение ряда наблюдений). Величины ординат определяют последовательным суммированием значений $\sum(K_i - 1)$ за каждый год ряда наблюдений (пример, табл. 9).

На построенном графике (рис. 12) выделяют фазы (группы) маловодных и многоводных лет. **Репрезентативным** рядом наблюдений считается такой ряд, который включает примерно одинаковое число фаз многоводных и маловодных лет, т.е. число подъемов и спадов разностной интегральной кривой стока, а также имеет примерно равную продолжительность многоводных и маловодных лет. Если ряд наблюдений недостаточно репрезентативный, необходимо удлинить его по рекам-аналогам с включением дополнительно многоводного или маловодного

периода наблюдений. Если это невозможно, то целесообразно из рассматриваемого ряда исключить «лишнюю» фазу стока. При этом продолжительность «короткого» ряда должна оставаться достаточной, а средняя величина модульного коэффициента, рассчитанная для этого ряда, близка к единице.

Ряд гидрологических наблюдений может быть разбит на несколько интервалов, для каждого из которых можно определить частоту появления в нем членов ряда.

Основной закономерностью гидрологического ряда является то, что члены ряда, по своей величине близкие к среднему арифметическому значению ряда, встречаются наиболее часто, т.е. вероятность их появления будет более высокая, чем величин, значительно отличающихся от среднего значения. Эта закономерность хорошо просматривается при построении **гистограммы распределения повторяемости** (частоты появления) наблюдаемых максимальных расходов воды (рис.10).

Для определения расчетных (вероятных) значений гидрологических характеристик в практике гидрологических расчетов используются **интегральные кривые распределения повторяемости** или ежегодного превышения (обеспеченности) значений рассматриваемой гидрологической характеристики. **Обеспеченностью** величины гидрологической характеристики называется вероятность того, что данное её значение будет в дальнейшем превышено.

Они могут быть построены путем суммирования относительных частот появления этих значений в гидрологическом ряду, например, максимальных расходов воды (рис.11) или же в соответствии с указаниями к решению задачи 7.

Пример

Исходные данные:

Хронологический ряд максимальных расходов воды в реке А.

Для выбранного варианта расчетов из прил. 2 берётся ряд максимальных расходов воды в реке А продолжительностью $n=31$:

459, 338, 185, 401, 293, 441, 378, 261, 389, 315, 526, 576, 385, 281, 418, 340, 450, 396, 311, 434, 374, 200, 346, 491, 472, 329, 302, 477, 245, 337, 228.

1. Расположим числа данного ряда в возрастающем порядке:

185, 200, 228, 245, 261, 281, 293, 302..... 491, 526, 576.

2. Определим размах (амплитуду) колебаний максимальных расходов в ряду наблюдений:

$$Q = Q_{max} - Q_{min} = 576 - 185 = 391 \text{ м}^3/\text{с}.$$

3. Вычислим количество интервалов по эмпирической формуле:

$$k = 5 * \lg n = 5 * \lg 31 = 5 * 1.49 = 7.46.$$

Округлив значение до целого числа, примем $k = 7$.

4. Вычислим размер интервала с точностью до 0,1:

$$\Delta Q = Q / k = 391 / 7 = 55.9 \text{ м}^3/\text{с}.$$

5. Найдем количество членов ряда n_i , входящих в каждый интервал (абсолютную частоту появления), и относительную частоту появления $100 * n_i / n$, % (табл. 8).

Например, во второй интервал – от 240,9 до 296,8 $\text{м}^3/\text{с}$ – входят 4 расхода из ряда наблюдений, т.е. абсолютная частота их появления в ряду наблюдений составляет $n_i = 4$, а относительная – 12,9%. Каждый расход включается в интервал только один раз. При определении границ последнего интервала максимальное значение расхода следует принять равным наибольшему числу из ряда наблюдений.

6. Построим гистограмму распределения частоты появления (повторяемости) максимальных расходов воды (рис. 10).

7. Проведем суммирование относительных частот, начиная от наибольшего расхода (снизу вверх), и определим вероятность превышения (обеспеченность) каждого интервала ряда наблюдений $p_i = (\sum n_i / n) * 100, \%$ (табл. 8).

8. Построим ступенчатый график и плавную кривую обеспеченности максимальных расходов воды, которая должна проходить через середины интервалов (рис. 11). По оси абсцисс откладываются обеспеченности от 0 до 100% (масштаб: 1 см – 5 или 10%), по оси ординат – интервалы максимальных расходов (масштаб: 1 интервал – 2 или 1 см).

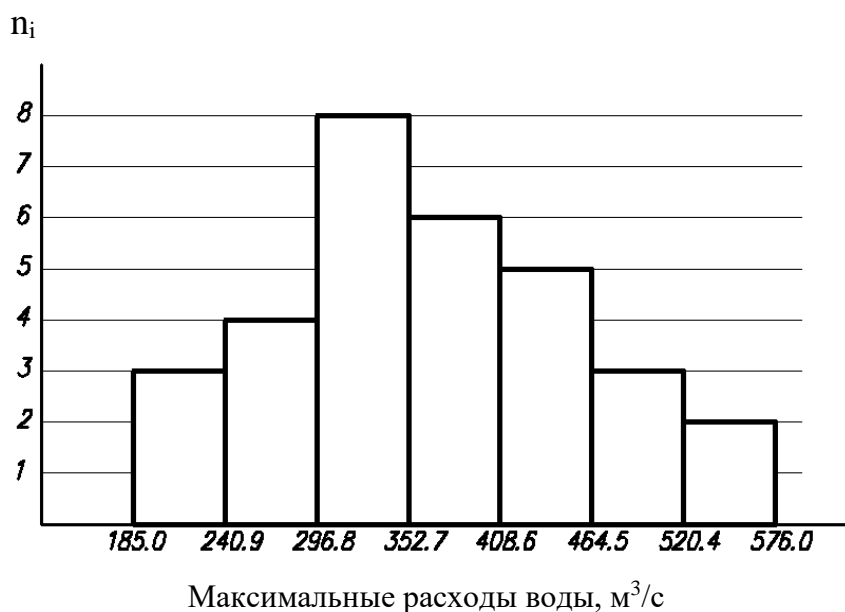


Рис.10 Гистограмма максимальных расходов воды

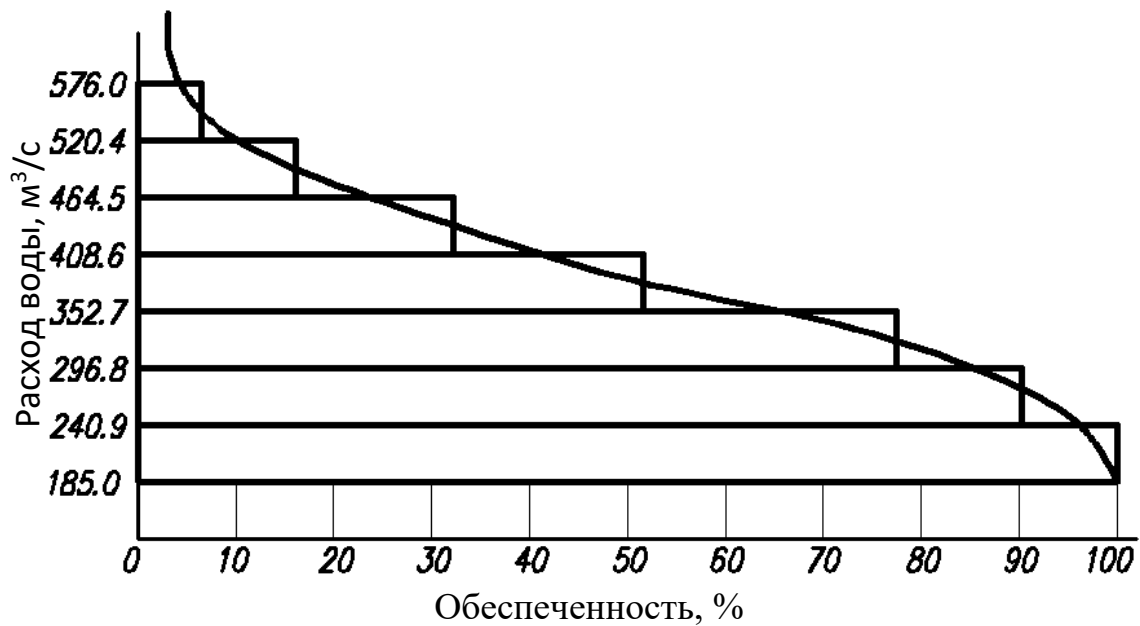


Рис. 11. Гистограмма и кривая обеспеченности максимальных расходов воды

По кривой обеспеченности определим, что числу 576 в данном ряду соответствует обеспеченность (вероятность превышения)

$$p = 100\% * 1 / 32 = 3,1 \%$$

Таблица 8

№№ интервалов	Интервал (ΔQ_i), м³/с	n_i	$100 * n_i / n$, %	P_i , %
1	185 – 240,9	3	9,7	100
2	240,9 – 296,8	4	12,9	90,4
3	296,8 – 352,7	8	25,8	77,5
4	352,7 – 408,6	6	19,4	51,7
5	408,6 – 464,5	5	16,1	32,3
6	464,5 – 520,4	3	9,7	16,2
7	520,4 – 576	2	6,5	6,5
Σ		31		

9. Определим среднеарифметическое значение ряда по формуле:

$$Q_{cp} = \Sigma Q_i / n = 11378 / 31 = 367 \text{ м}^3/\text{с}$$

где ΣQ_i - сумма значений ряда, м³/с;
 $n = 31$ – число членов ряда.

Вычислим для каждого члена значения модульного коэффициента K_i

$$K_i = Q_i / Q_{cp} \quad (29)$$

где – Q_i – максимальный расход воды в i –ый год наблюдений;
 $Q_{\text{ср}}$ – среднеарифметическое значение ряда наблюдений.

Последовательно просуммируем (нарастающим итогом) значения $(K_i - 1)$ и по результатам расчетов (табл. 9) построим разностную интегральную кривую $\sum(K - 1) = f(T)$ для рассматриваемого хронологического ряда наблюдений (рис. 12). Для лучшего анализа проведем сглаживающую кривую.

На построенном сглаженном графике выделим фазы маловодных и многоводных лет. Количество маловодных фаз (спадов кривой) составило 3, многоводных (подъемов кривой) – 2. Продолжительность многоводных маловодных лет в периоде наблюдений (1972...2002 гг.) оказалось примерно равной.

Таким образом, можно считать рассматриваемый ряд наблюдений за стоком достаточно **репрезентативным**. Если бы наблюдения проводились, например, с 1982 по 2002 год, то ряд наблюдений оказался бы не репрезентативным, так как состоял бы в большей степени из многоводных лет. Средний модульный коэффициент K за этот период был бы равен 1,03, т.е. расчетные гидрологические характеристики стока оказались бы завышенными не менее чем на 3 % .

Таблица 9

Годы	Расход воды, $Q_i, \text{ м}^3/\text{с}$	$K = Q_i/Q_{\text{ср}}$	$(K - 1)$	$\sum(K - 1)$
1972	459	1,25	0,25	0,25
1973	338	0,92	-0,08	0,17
1974	185	0,50	-0,50	-0,33
1975	401	1,09	0,09	-0,24
1976	293	0,80	-0,20	-0,44
1977	441	1,20	0,20	-0,24
1978	378	1,03	0,03	-0,21
1979	261	0,71	-0,29	-0,50
1980	389	1,06	0,06	-0,44
1981	315	0,86	-0,14	-0,58
1982	526	1,43	0,43	-0,15
1983	576	1,57	0,57	0,42
1984	385	1,05	0,05	0,47
1985	281	0,76	-0,24	0,23
1986	418	1,14	0,14	0,37
1987	340	0,93	-0,07	0,30
1988	450	1,23	0,23	0,57
1989	396	1,08	0,08	0,65
1990	311	0,85	-0,15	0,50
1991	434	1,18	0,18	0,68
1992	374	1,02	0,02	0,70

1993	200	0,54	-0,46	0,24
1994	346	0,94	-0,06	0,18
1995	491	1,34	0,34	0,52
1996	472	1,29	0,29	0,81
1997	329	0,90	-0,10	0,71
1998	302	0,82	-0,18	0,53
1999	477	1,30	0,30	0,83
2000	245	0,67	-0,33	0,50
2001	337	0,92	-0,08	0,42
	228	0,62	-0,38	0,04
	$\Sigma Q_i = 11378$	1,03 (1982-2002)	+ $\Sigma = +3.26$ - $\Sigma = - 3.25$	

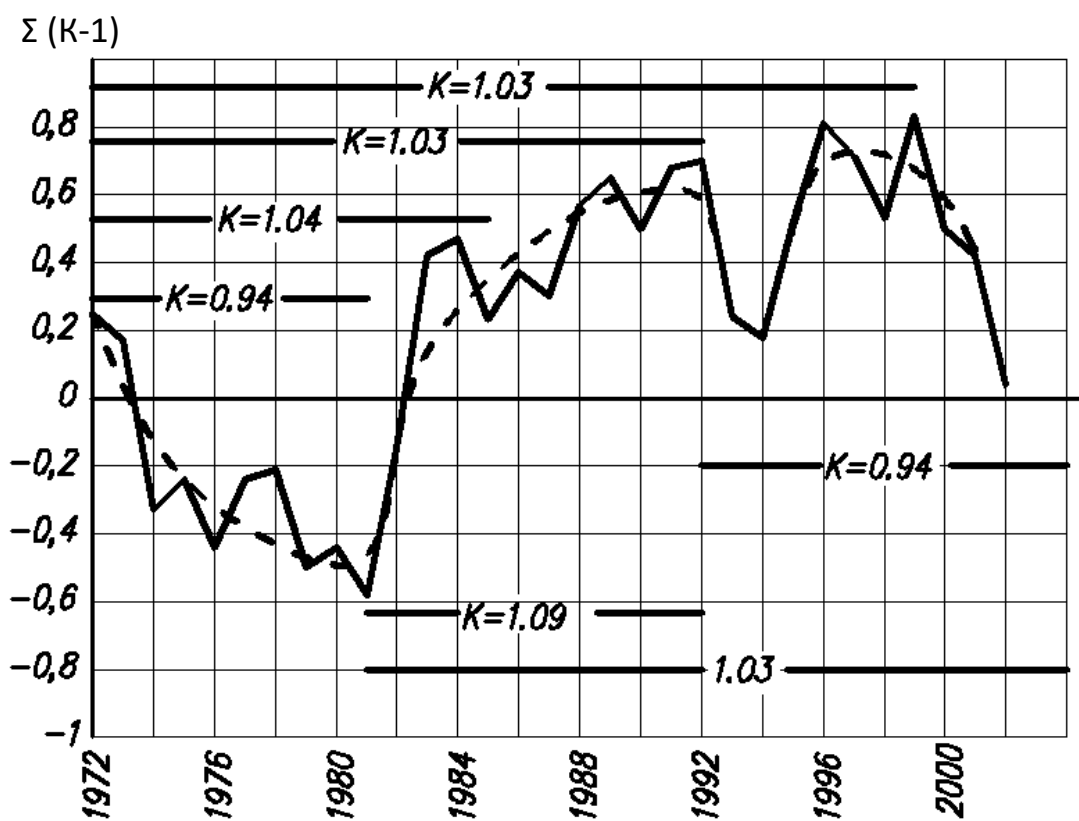


Рис. 12 Разностная интегральная кривая стока воды

Задача 7

Расчет расхода заданной обеспеченности при наличии данных наблюдений

1. Определить статистические характеристики гидрологического ряда наблюдений за стоком воды в реке А.
2. Построить эмпирическую и теоретическую (аналитическую) кривые обеспеченности максимальных расходов воды.
3. Вычислить максимальный расход воды 1% вероятности превышения (**обеспеченности**) методом моментов.

Указания к решению задачи

Поведение случайных величин, которые составляют заданный гидрологический ряд наблюдений, можно охарактеризовать тремя параметрами:

- средним арифметическим значением;
- коэффициентом вариации;
- коэффициентом асимметрии.

Среднее арифметическое значение ряда:

$$Q_{cp} = \frac{\sum Q_i}{n} \quad (30)$$

где: Q_i – максимальный расход весеннего половодья, м³/с;
 n – количество членов ряда.

Коэффициенты вариации и асимметрии определяются в соответствии с СП 33-101-2003 тремя методами: моментов, наибольшего правдоподобия и графоаналитическим. В данной задаче предлагается использовать только первый из них.

Метод моментов.

Коэффициент вариации C_v характеризует меру изменчивости членов ряда относительно среднего арифметического значения и определяется по формуле (при $C_v < 0.6$):

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^2}{n - 1}}, \quad (31)$$

где K_i – частное от деления i -го члена ряда на среднее арифметическое этого ряда, т.е. $K_i = \frac{Q_i}{Q_{cp}}$.

Коэффициент асимметрии C_s характеризует отличие по величине и количеству положительных (больше средних) и отрицательных (меньше средних) отклонений от среднего арифметического значения ряда. Для

симметричных рядов (нормальное распределение ежегодных вероятностей превышения значений ряда) эти отклонения повторяются одинаково часто, поэтому $C_s = 0$. Для несимметричных рядов $C_s \neq 0$, а коэффициент асимметрии определяется по формуле (при $C_s < 1,0$):

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{C_v^3 (n-1)(n-2)} \quad (32)$$

Расчеты по определению статистических характеристик сводятся в [табл. 10](#). В верхней строке этой таблицы указана точность, с которой необходимо определить соответствующие величины.

Для проверки правильности определения среднего значения сравниваем суммы положительных и отрицательных значений $\sum(K_i - 1)$. Они должны отличаться один от другого не более чем на 5%.

После определения параметров статистического ряда, по таблицам прил. 3 находятся ординаты (модульные коэффициенты) теоретической (аналитической) кривой трехпараметрического гамма-распределения ежегодных вероятностей превышения значений гидрологической характеристики или кривой обеспеченности. По ним вычисляем максимальные расходы воды заданной обеспеченности $Q_{p\%} = K_{p\%} * Q_{cp}$ (табл. 11).

В задаче требуется построить эмпирическую и теоретические кривые обеспеченности.

Эмпирическую обеспеченность или ежегодную вероятность превышения гидрологических характеристик определяют по формуле:

$$p = \frac{m}{n+1} \cdot 100, \% \quad (34)$$

где m – порядковый номер члена ряда, выстроенного в убывающем порядке (табл. 10).

Результаты расчета эмпирической обеспеченности приведены в табл. 10.

5. На клетчатках вероятности (рис. 13) по данным табл.10 и 11 строим:

- эмпирическую кривую обеспеченности;
- теоретическую кривую обеспеченности (метод моментов).

Пример

Исходные данные:

Ряд наблюдений за максимальным расходом воды в реке А продолжительностью $n=31$ год для выбранного варианта (см. прил. 2).

1. Вычислим статистические характеристики ряда наблюдений с использованием табл. 11. В случае использования программы **Excel** можно

упростить работу. Ограничившись построением столбцов 1, 2 и 7 из таблицы 11, применить к столбцу 2 следующие встроенные функции:

- для определения коэффициента вариации C_v :

=СТАНДОТКЛОН.В(A2:A32)/СРЗНАЧ(A2:A32), где в скобках берутся диапазоны значений гидрологического ряда;

- для определения коэффициента асимметрии C_s :

=СКОС(A2:A32);

- среднее значение ряда определяется функцией =СРЗНАЧ(A2:A32).

Если программа **Excel** не используется, то таблица 11 вычерчивается целиком.

$$Q_{cp} = \frac{\sum Q_i}{n} = 11378 / 31 = 367 \text{ м}^3/\text{с.}$$

$$+ \sum (K_i - 1) = 3.26$$

$$- \sum (K_i - 1) = - 3.25$$

Суммы положительных и отрицательных значений $\sum(K_i - 1)$ должны отличаться менее чем на 5%.

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{2.028}{31 - 1}} = 0.26$$

$$C_s = \frac{n \sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{C_v^3 (n - 1)(n - 2)} = \frac{31 \cdot 0.0291}{0.26^3 (31 - 1)(31 - 2)} = 0.059$$

2. По таблицам прил. 3 определим ординаты теоретических кривых обеспеченности и величины максимальных расходов воды разной вероятности превышения (табл. 12). Для получения правильного результата необходимо применять интерполяцию к данным таблиц прил. 3. При $C_s / C_v < 0.5$ для определения ординат кривых обеспеченности используется таблица прил. 3 при $C_s / C_v = 0.5$.

Таблица 10

<i>m</i>	<i>Q_i</i> в убыв. порядке	<i>K_i</i>	<i>K_i - 1</i>	$(K_i - 1)^2$	$(K_i - 1)^3$	<i>p, %</i>
1	2	3	4	5	6	7
	Точность	0,01	0,01	0,001	0,0001	0,1
1	576	1,57	0,57	0,325	0,1852	3,1
2	526	1,43	0,43	0,185	0,0795	6,3
...
...
30	200	0,54	-0,46	0,212	-0,0973	93,8
31	185	0,50	-0,50	0,250	-0,1250	96,9
	$\sum Q_i =$ =11378		+ 3.26 - 3.25	$\sum =$ =2.028	$\sum =$ =+0.0291	

Таблица 11

Ординаты теоретической кривой обеспеченности
максимальных расходов воды

$$Q_{cp} = 367 \text{ м}^3/\text{с}, C_v = 0,26, C_s = 0,059$$

<i>p, %</i>	0,1	1	5	10	25	50	75	95
<i>K_{p%}</i>	1,80	1,60	1,41	1,32	1,16	1,0	0,83	0,59
<i>Q_{p%}, м³/с</i>	661	587	517	484	426	367	305	216

3. На клетчатках вероятности (рис.13) по данным табл.10 и 11 строим (рис. 13):

- эмпирическую кривую обеспеченности;
- теоретическую кривую обеспеченности (метод моментов).

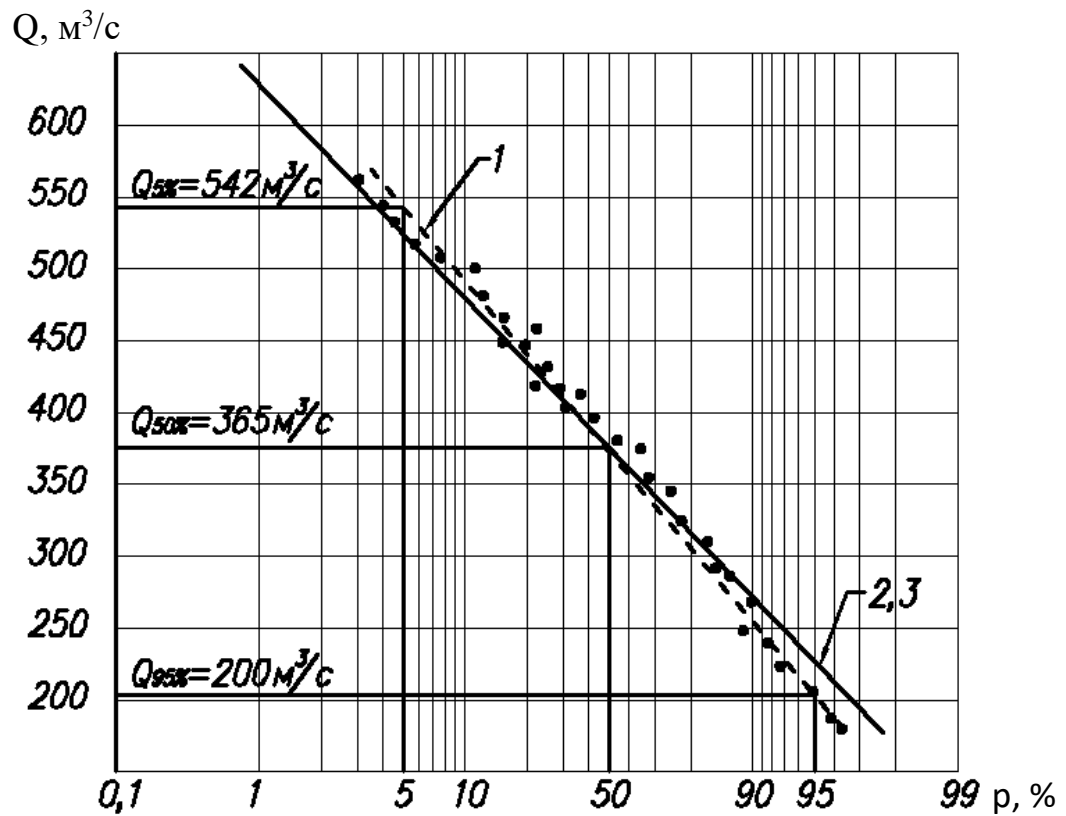


Рис.13. Кривые обеспеченности: (1 – эмпирическая, 2 – метод моментов, 3 – метод наибольшего правдоподобия).

4. В качестве **расчетного** максимального расхода воды 1% обеспеченности принимаем значение, определенное методом моментов $Q_{1\%} = 587 \text{ м}^3/\text{с}$.

Приложения

Приложение 1

Допустимые размывающие скорости для различных типов грунтов.

Номер обозначения грунта	Вид грунта или крепления подмостового русла	Допустимая размывающая скорость, м/с
Несвязные грунты		
1	Песок, ил	0,15 – 0,20
2	Песок	0,20 – 0,60
3	Гравий	0,60 – 1,20
Связные грунты		
4	Супесь, суглинок	0,7 – 1,0
5	Глина	1,0 – 1,8
Скальные породы		
6	Осадочные	2,5 – 4,5
7	Кристаллические	20 – 25
Крепления		
8	Одиночное каменное мощение	3,0 – 3,5
9	Двойное каменное мощение	3,5 – 4,5
10	Бетонное покрытие	5 – 10

Приложение 2

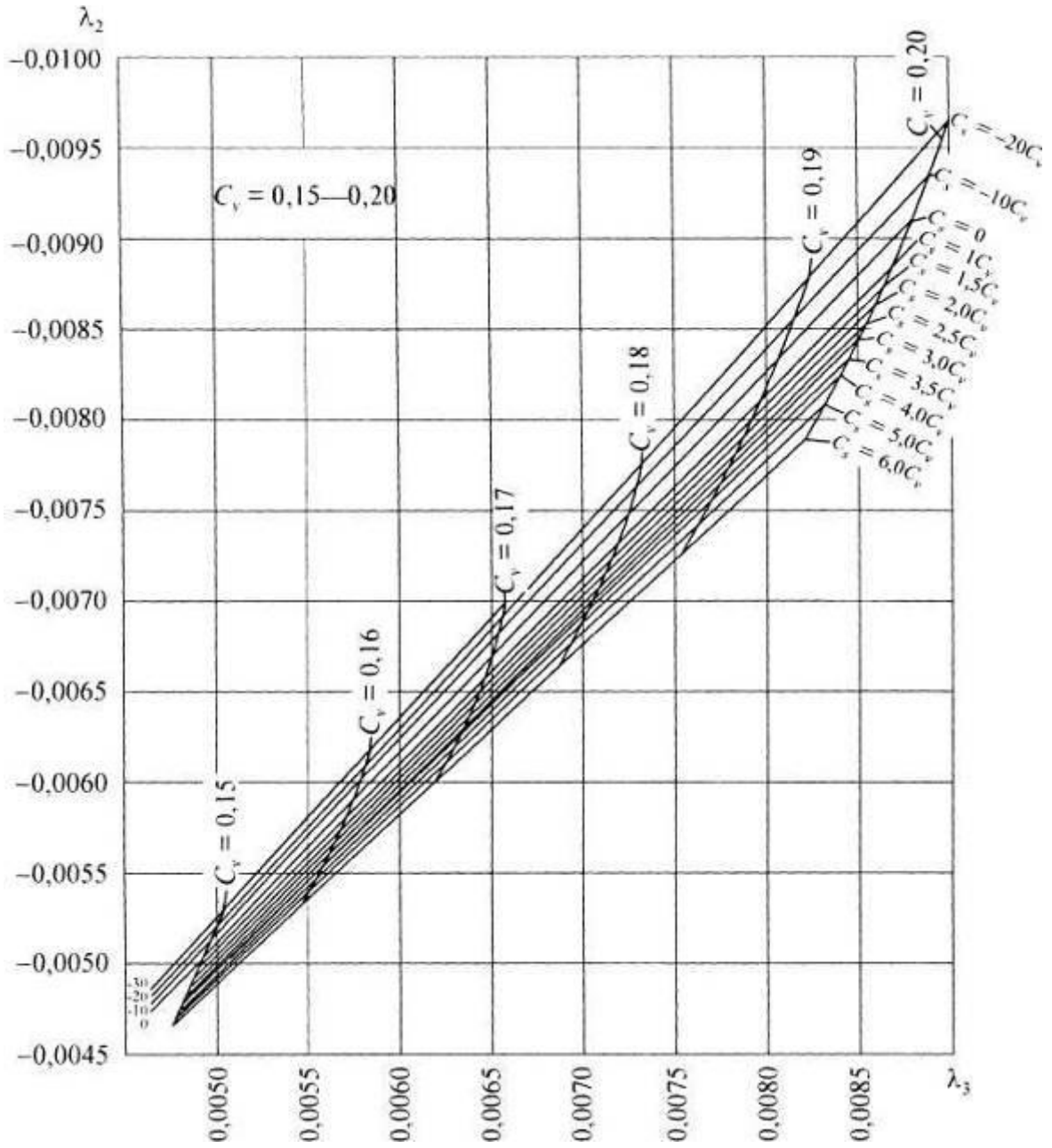
Варианты заданий к задачам 7, 8.
Ряды максимальных расходов Q_i , м³/с

Год	Вариант							
	1	2	3	4	5	6	7	8
	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с
1972	233	150	140	311	179	198	213	230
1973	105	113	235	127	214	265	134	165
1974	170	182	168	178	132	170	171	293
1975	205	83	83	214	231	218	201	212
1976	123	175	203	241	152	183	96	312
1977	222	140	167	159	156	251	161	131
1978	143	75	116	256	192	260	216	228
1979	180	203	300	180	72	178	140	285
1980	210	122	194	223	157	275	183	209
1981	128	146	136	147	224	199	174	252
1982	225	105	212	236	129	224	54	176
1983	149	222	169	154	261	330	139	123
1984	192	41	245	253	80	146	206	243
1985	116	138	148	207	177	283	111	207
1986	174	103	230	166	219	155	143	240
1987	280	171	200	283	137	220	167	203
1988	96	90	163	136	234	233	159	282
1989	147	185	242	246	158	185	124	180
1990	183	118	143	164	201	302	192	275
1991	63	33	225	264	125	173	224	208
1992	148	153	190	201	242	272	196	156
1993	215	117	125	174	114	121	114	340
1994	120	66	253	211	189	226	119	234
1995	152	250	172	205	183	202	107	188
1996	176	144	196	94	289	113	165	270
1997	135	86	155	179	105	197	271	183
1998	252	162	272	151	161	166	87	265
1999	71	119	91	183	185	242	138	236
2000	168	185	188	102	144	230	126	195
2001	133	98	221	199	142	193	243	193
2002	201	180	153	232	210	255	62	261

Продолжение прил. 2

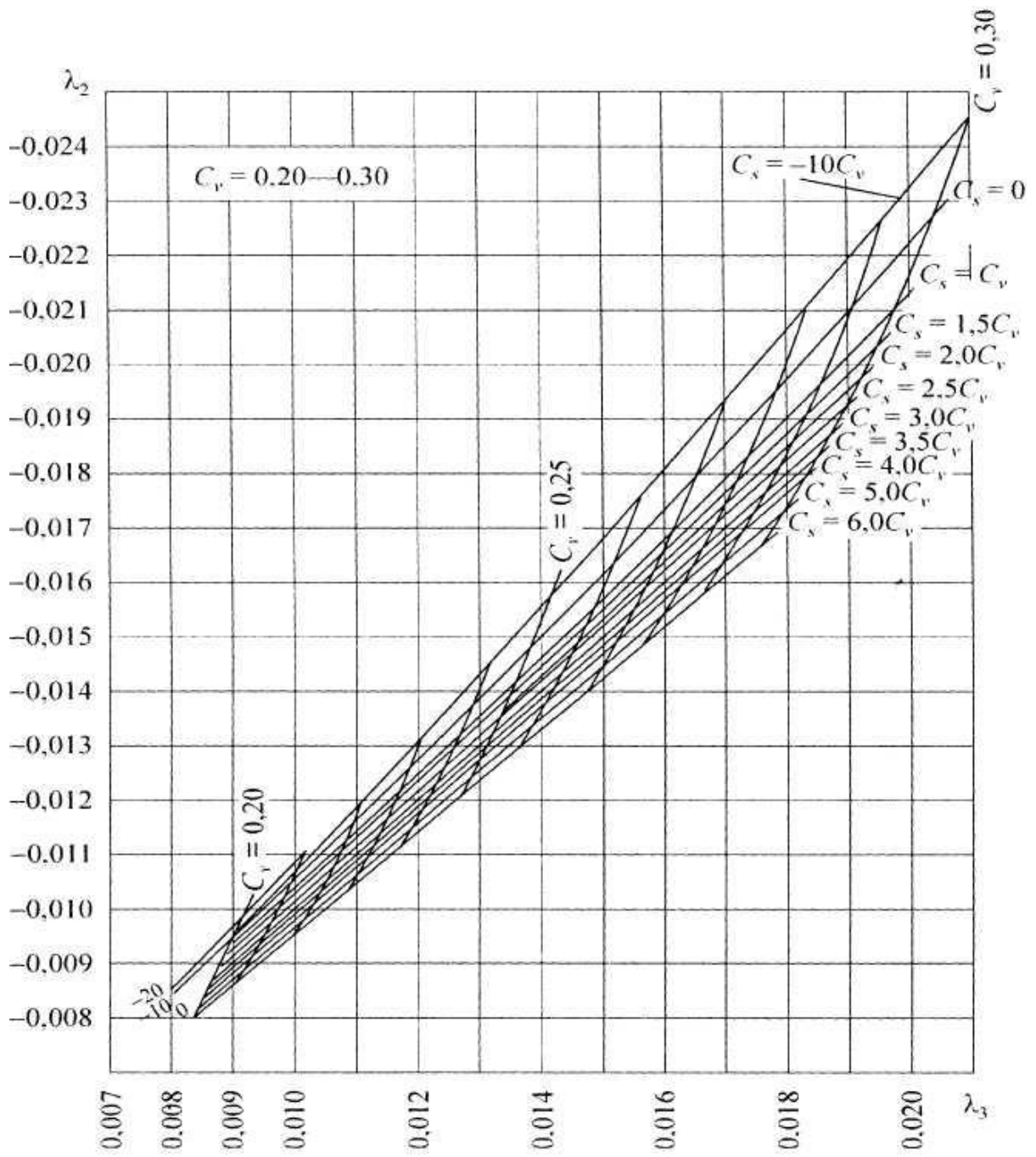
Год	Вариант							
	9	0						
	Река А, x_i м ³ /с	Река А, x_i м ³ /с						
1972	255	326						
1973	188	147						
1974	103	238						
1975	223	287						
1976	163	172						
1977	245	311						
1978	210	200						
1979	145	252						
1980	216	294						
1981	175	179						
1982	292	315						
1983	320	209						
1984	214	269						
1985	156	162						
1986	232	244						
1987	189	392						
1988	250	134						
1989	220	206						
1990	173	256						
1991	241	88						
1992	208	207						
1993	111	301						
1994	192	168						
1995	273	213						
1996	262	246						
1997	183	189						
1998	168	353						
1999	265	99						
2000	136	235						
2001	187	186						
2002	160	281						

Номограммы и таблицы к задаче 8

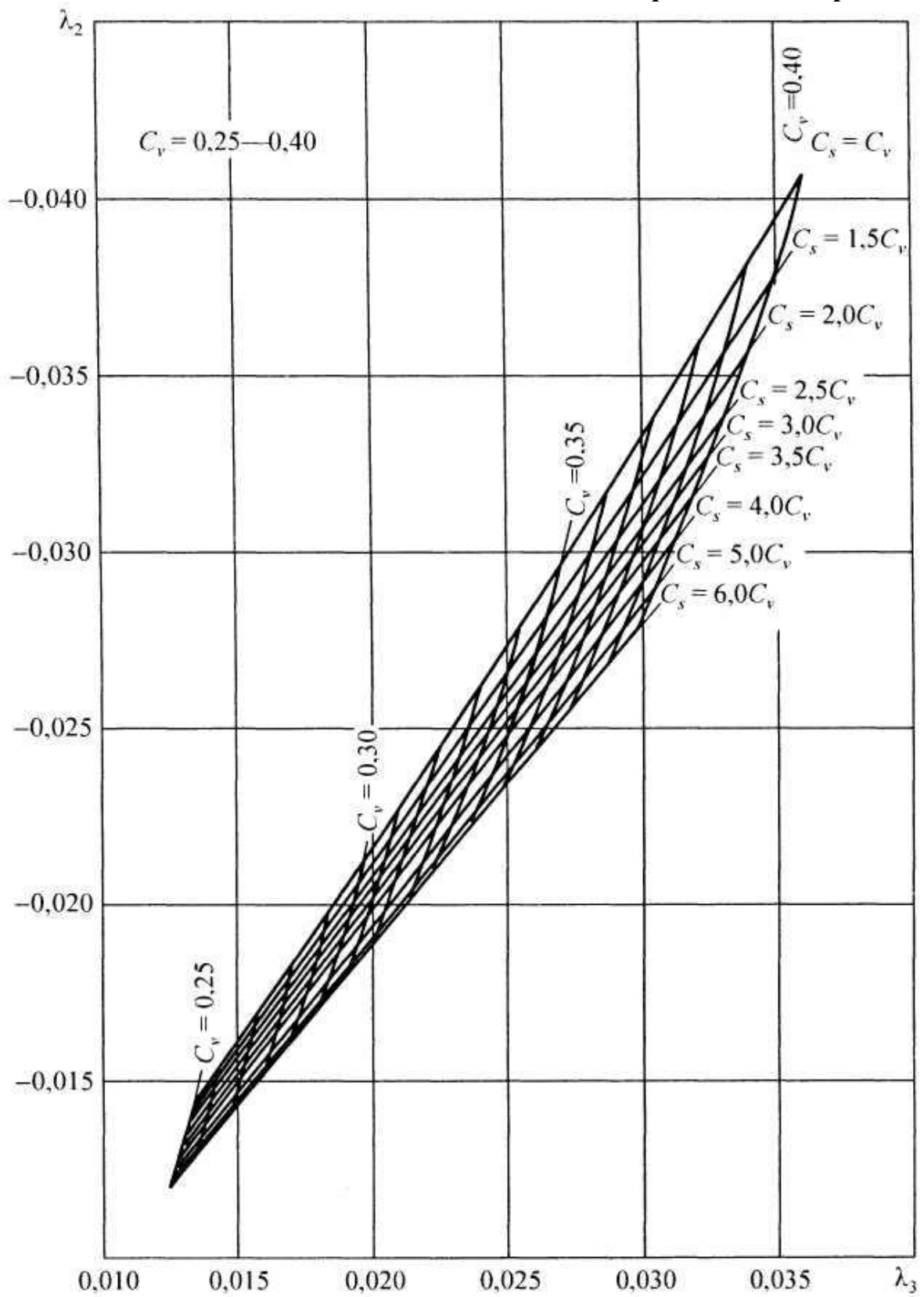


Номограммы для вычисления кривых трехпараметрического гамма-распределения методом наибольшего правдоподобия

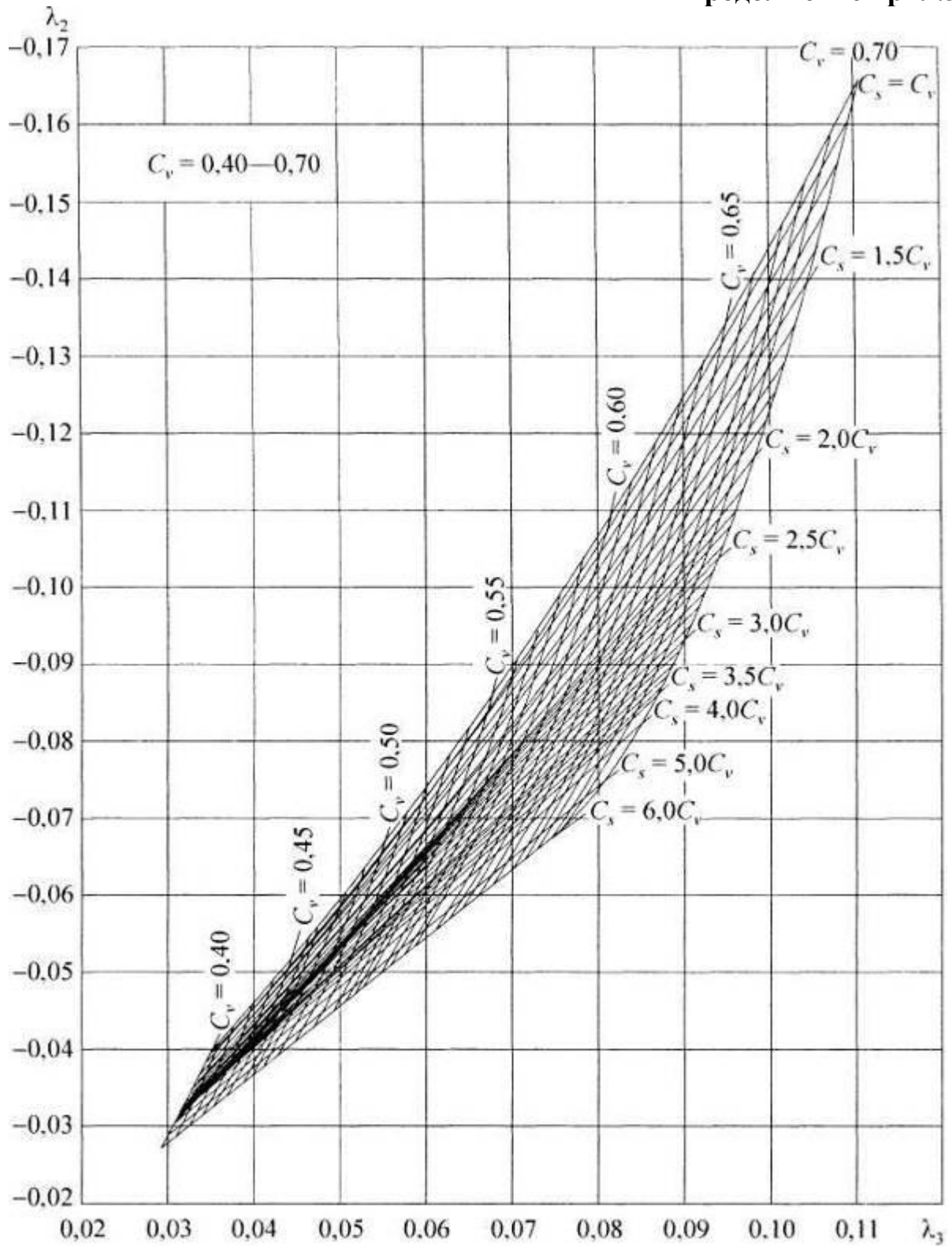
Продолжение прил.3



Продолжение прил.3

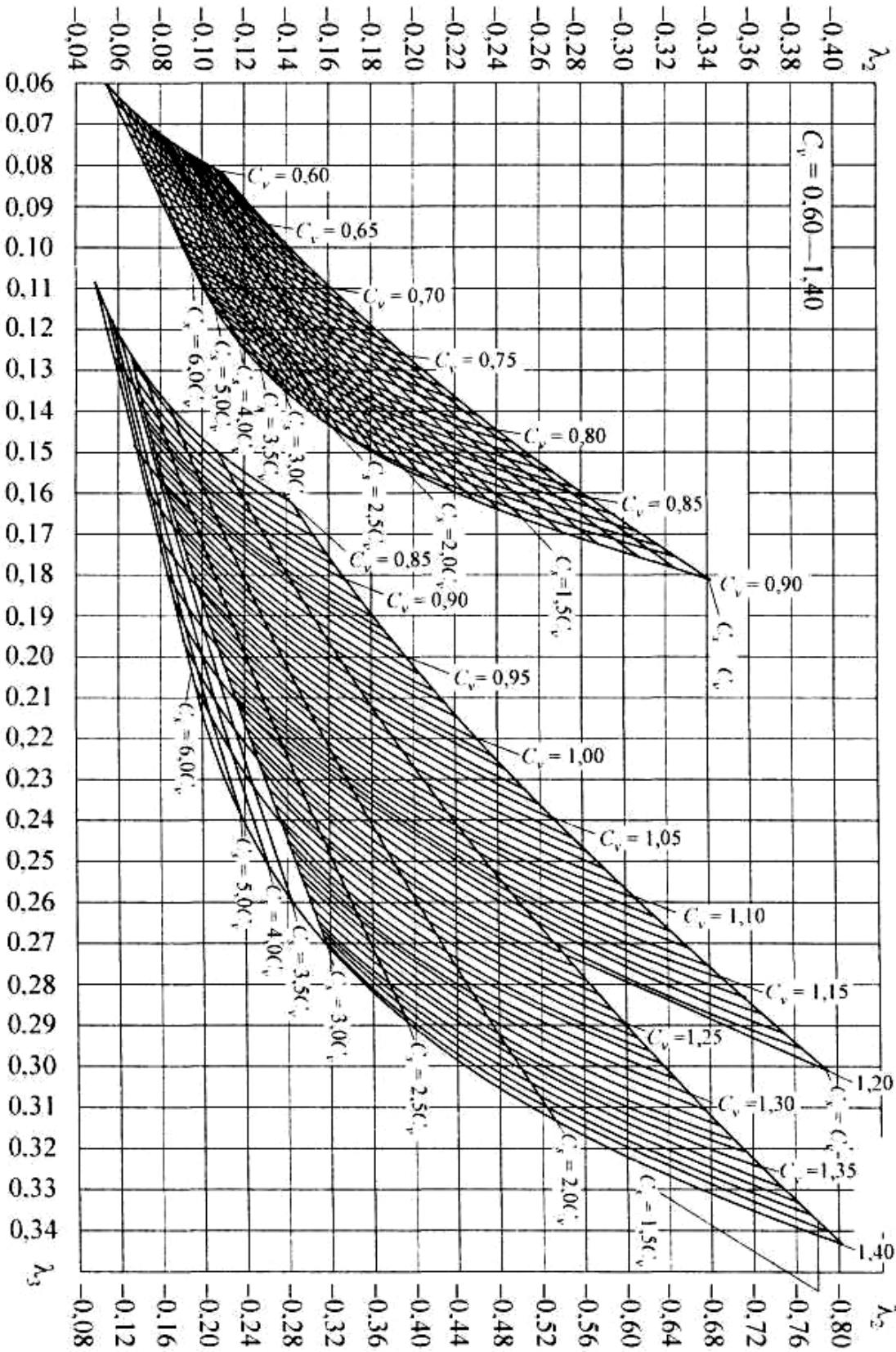


Продолжение прил.3



Продолжение прил.3

Для $C_v = 0.60—0.90$



Продолжение прил.3

Ординаты кривых трёхпараметрического гамма-распределения

$p, \%$	C_v							
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	
$C_s = 0,5C_v$								
0,10	1,310	1,630	1,950	2,250	2,500	2,690	2,740	
0,33	1,280	1,560	1,840	2,110	2,350	2,540	2,630	
1,00	1,240	1,480	1,720	1,950	2,170	2,370	2,500	
3,00	1,190	1,380	1,580	1,780	1,970	2,160	2,330	
5,00	1,170	1,330	1,510	1,680	1,860	2,030	2,220	
10,00	1,130	1,260	1,390	1,530	1,670	1,830	2,010	
25,00	1,070	1,130	1,200	1,270	1,350	1,450	1,560	
50,00	0,999	0,997	0,993	0,988	0,980	0,962	0,920	
75,00	0,932	0,862	0,789	0,709	0,615	0,503	0,376	
95,00	0,837	0,676	0,517	0,362	0,221	0,113	0,047	
$p, \%$	C_v							
	0,0	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0
$C_s = C_v$								
0,10	1,00	2,030	2,770	3,820	4,420	5,060	5,29	5,58
0,33	1,00	1,900	2,550	3,510	4,120	4,890	5,14	5,44
1,00	1,00	1,760	2,300	3,160	3,750	4,550	4,84	5,16
3,00	1,00	1,600	2,040	2,750	3,290	4,140	4,46	4,92
5,00	1,00	1,520	1,900	2,530	3,020	3,840	4,16	4,69
10,00	1,00	1,400	1,680	2,160	2,550	3,260	3,64	4,25
25,00	1,00	1,200	1,330	1,520	1,640	1,700	1,68	1,46
50,00	1,00	0,985	0,954	0,836	0,665	0,340	0,20	0,01
75,00	1,00	0,787	0,622	0,321	0,144	0,025	0,01	0,00
95,00	1,00	0,533	0,263	0,036	0,004	0,000	0,00	0,00
$p, \%$	C_v							
	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	
$C_s = 1,5C_v$								
0,10	1,330	2,110	3,020	4,620	5,840	7,880	9,3800	
0,33	1,290	1,960	2,720	4,060	5,090	6,870	8,1600	
1,00	1,240	1,790	2,420	3,490	4,300	5,700	6,7800	
3,00	1,190	1,620	2,090	2,880	3,460	4,480	5,2700	
5,00	1,170	1,530	1,920	2,570	3,030	3,830	4,4400	
10,00	1,130	1,400	1,680	2,110	2,410	2,860	3,1300	
25,00	1,070	1,190	1,300	1,430	1,480	1,480	1,4300	
50,00	0,998	0,977	0,934	0,814	0,690	0,463	0,3200	
75,00	0,931	0,785	0,630	0,377	0,223	0,072	0,0270	
95,00	0,840	0,548	0,305	0,074	0,018	0,001	0,0002	

Продолжение прил.3

p, %	C_v								
	0,0	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0
$C_s = 2,0C_v$									
0,10	1,00	1,340	2,190	3,270	5,300	6,910	9,600	11,600	17,0000
0,33	1,00	1,300	2,010	2,880	4,500	5,730	7,850	9,340	13,2700
1,00	1,00	1,250	1,820	2,510	3,710	4,600	6,020	7,080	9,8000
3,00	1,00	1,200	1,640	2,130	2,940	3,510	4,420	4,980	6,5000
5,00	1,00	1,170	1,540	1,940	2,570	3,000	3,600	3,960	5,0000
10,00	1,00	1,130	1,400	1,670	2,060	2,300	2,570	2,700	2,6000
25,00	1,00	1,060	1,180	1,280	1,370	1,390	1,330	1,280	1,1800
50,00	1,00	0,997	0,970	0,918	0,800	0,693	0,520	0,405	0,2000
75,00	1,00	0,931	0,784	0,634	0,416	0,288	0,146	0,077	0,0250
95,00	1,00	0,842	0,565	0,342	0,120	0,051	0,009	0,002	0,00002
p, %	C_v								
	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0	
$C_s = 2,5C_v$									
0,10	1,350	2,270	3,510	5,900	7,760	10,900	13,200	19,800	
0,33	1,300	2,070	3,040	4,840	6,180	8,410	10,000	14,810	
1,00	1,250	1,860	2,590	3,870	4,780	6,220	7,200	9,740	
3,00	1,200	1,650	2,150	2,960	3,500	4,300	4,810	6,010	
5,00	1,170	1,550	1,950	2,550	2,940	3,480	3,810	4,520	
10,00	1,130	1,400	1,660	2,010	2,220	2,460	2,590	2,790	
25,00	1,070	1,180	1,260	1,320	1,330	1,290	1,240	1,050	
50,00	0,997	0,964	0,906	0,787	0,695	0,552	0,459	0,259	
75,00	0,931	0,785	0,640	0,443	0,332	0,199	0,133	0,039	
95,00	0,843	0,576	0,373	0,172	0,093	0,030	0,012	0,001	
p, %	C_v								
	0,0	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	1,3	1,5	2,0
$C_s = 3,0C_v$									
0,10	1,0	1,360	2,350	3,740	6,380	8,410	11,800	14,200	20,800
0,33	1,0	1,310	2,110	3,170	5,090	6,490	8,760	10,370	14,440
1,00	1,0	1,250	1,900	2,660	3,960	4,870	6,260	7,210	9,530
3,00	1,0	1,200	1,660	2,170	2,950	3,470	4,200	4,670	5,700
5,00	1,0	1,170	1,550	1,950	2,520	2,880	3,370	3,660	4,260
10,00	1,0	1,130	1,400	1,650	1,970	2,150	2,360	2,470	2,620
25,00	1,0	1,070	1,170	1,240	1,280	1,290	1,250	1,200	1,050
50,00	1,0	0,997	0,959	0,898	0,783	0,699	0,572	0,491	0,313
75,00	1,0	0,931	0,786	0,647	0,465	0,363	0,239	0,176	0,071
95,00	1,0	0,844	0,588	0,400	0,210	0,129	0,057	0,030	0,004