Задания для контрольной работы.

Использование средств MathCAD для решения задач электроэнергетики и электротехники

Задание №1

Найти пределы

1. a)
$$\lim_{x \to 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^2 + 3x + 1}{4 - 2x - 9x^2};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 7x}{tg 2x};$$

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{2x+3}{2x-1} \right)^{3x}.$$

2. a)
$$\lim_{x \to 4} \frac{5x - x^2 - 4}{x^2 - 2x - 8}$$
;

$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x^3 + x^2 + 1}{3x^2 + 5};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{tg^2x}{\sin 2x}$$
;

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{4x - 1}{4x + 3} \right)^{2x}.$$

3. a)
$$\lim_{x \to 7} \frac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{x^3 + 2x + 3}{4x^3 + 1}$$
;

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos 2x - \cos^3 2x}{x^2}$$
;

$$\Gamma = \lim_{x \to \infty} \left(\frac{6x - 5}{6x - 1} \right)^{2x}.$$

4. a)
$$\lim_{x \to 3} \frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{5}}{x-3}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{7x^2 + 3x + 1}{5x^2 + 6};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 4x}{2x\cdot tg\,2x};$$

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{3x+4}{3x+5} \right)^{7x}.$$

5. a)
$$\lim_{x \to -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 11x + 6}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{5x^3 + 2x + 3}{1 - 4x^3};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x};$$

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{6x}.$$

6. a)
$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 21}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^3 + 5x + 1}{7x^3 + 6};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 7x + \sin 3x}{x \cdot \sin x};$$

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{5x - 2}{5x + 1} \right)^{2x}.$$

7. a)
$$\lim_{x\to 2} \frac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{3x^2 + x + 1}{x^2 + 5};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2}$$
;

$$\Gamma) \qquad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{7x - 1}{7x + 5} \right)^{4x}.$$

8. a)
$$\lim_{x \to -1} \frac{2x^2 - 5x - 7}{3x^2 + x - 2}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{5x + 3}$$
;

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 3x}{x\cdot \sin 2x};$$

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to 2} (2x - 3)^{\frac{x}{x-2}}.$$

9. a)
$$\lim_{x \to -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 + 7x - 15}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x^4 + 2x + 1}{5x^3 + 6};$$

B)
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x\cdot tg3x};$$

$$\Gamma) \quad \lim_{x \to 1} (3 - 2x)^{\frac{2x}{x-1}}.$$

10. a)
$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{6x+1}-5}{\sqrt{x}-2}$$
;

6)
$$\lim_{x \to \infty} \frac{4x^2 + x + 5}{3x^3 + x^2 + 1};$$

B)
$$\lim_{x \to 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{\cos x - \cos^3 x};$$

$$\Gamma$$
) $\lim_{x\to 1} (7-6x)^{\frac{x}{3x-3}}$.

Найти производные данных функции.

1. a)
$$y = \frac{5x+4}{\sqrt{x^2-5x-2}}$$
;

$$(5) y = 2^{\arcsin x} \cdot \sqrt{\cos x};$$

$$\mathbf{B}) \qquad y = e^{\operatorname{arctg} x^3};$$

$$\Gamma) \qquad y = \ln \sqrt{\frac{x-1}{x+1}};$$

$$(ctg 4x)^{\sin 2x}.$$

2. a)
$$y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^2+9x-6}}$$
;

$$6) y = 5^{\sin x} \cdot \sqrt{\cos 3x};$$

$$y = \ln \cos e^{-4x};$$

$$\Gamma) \qquad y = \left(x^2 + 3\right)^{\cos x};$$

д)
$$x - y + e^y \cdot arctg \ x = 0.$$

3. a)
$$y = 5 \cdot \sqrt[5]{x^2 + x + \frac{1}{x}};$$

$$5) y = 2^{\sin 4x} \cdot e^{-2x};$$

$$y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 - x^2}};$$

$$\Gamma) \qquad y = (\cos 4x)^x;$$

$$\exists 1) \quad \text{ln } y = arctg \, \frac{x}{y}.$$

4. a)
$$y = 2\sqrt{4x+3} \cdot \arcsin 2x$$
;

6)
$$y = (e^{\cos x} + 3)^4$$
;

$$y = \ln \sin(6x + 7);$$

$$\Gamma) \qquad y = (tg \ x)^{3x};$$

$$\mathcal{A}) \qquad tg \, \frac{y}{x} = 5x.$$

5. a)
$$y = \frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x-3}}$$
;

$$6) y = 3^{\cos x} \cdot arctg \ 4x;$$

B)
$$y = 3^{arctg x} \cdot \ln(1 + 4x^2)$$

$$\Gamma) \qquad y = (tg \ 7x)^{x^3};$$

$$y \cdot \sin x = \cos(x - y)$$
.

6. a)
$$y = \frac{x^2 - 10}{\sqrt{2x + 3}}$$
;

$$6) y = 6^{\sin x} \cdot arctg \ 4x;$$

$$y = \ln \sqrt{\frac{2x}{x+1}};$$

$$\Gamma) \qquad y = (x + \ln x)^x;$$

$$(3) \quad x^2 + y^2 - 3xy = 0.$$

7. a)
$$y = \frac{3x+8}{\sqrt{x^3+2x+1}}$$
;

$$6) \qquad y = 5^{tg7x} \cdot \cos^2 4x;$$

$$y = \ln \arcsin 9x$$
;

$$\Gamma) \qquad y = (2x+3)^{\sin x};$$

д)
$$2x^3 + y^2 + 4e^y = x$$
.

8. a)
$$y = \frac{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}{e^{x^2}};$$
 6) $y = \sqrt[4]{\sin x} \cdot \cos(3x^2 + 1);$

B)
$$y = tg^4 6x$$
; r $y = (\cos 5x)^{x^3}$;

$$y \cdot \cos x = \sin(x - y)$$
.

9. a)
$$y = \frac{2x+1}{\sqrt[3]{x^3+6x+5}}$$
; 6) $y = 5^{tg x} \cdot \arcsin 9x$;

B)
$$y = \ln \sqrt[3]{\frac{x}{x+2}}$$
; $y = (\arcsin x)^{x^2}$;

д)
$$e^x + x^3 + y^3 + e^y = 0.$$

10. a)
$$y = \frac{3x-1}{\sqrt[3]{x^2+9x+1}};$$
 6) $y = \ln(1+2x^3) \cdot 5^{\cos x};$

B)
$$y = \ln \sqrt{\frac{3x^2 + 4}{3x^2 - 4}};$$
 $r) \quad y = (\sin 2x)^{tg x};$

$$\mathbf{II}) \quad x^2 \cdot y^5 + e^x + e^y = 5.$$

Задание №2:

- 1. Рассчитать выражение в соответствие с вариантом. Вычислить определители всех матриц Вычислить сумму элементов матриц
- 2. Преобразовать матрицы в соответствии с вариантом задания. Значения матриц произвольные.
- 3. Задайте с клавиатуры матрицы A, B и C заданной размерности. Склейте эти 3 матрицы в одну так, чтобы она получилась квадратной. Для этого используйте операторы, поместив их в ОДНУ строку.

Вариант 1

1.
$$C = A + B^T B$$
; $A = \begin{bmatrix} 100 & 100 \\ 200 & 200 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- 2. Из матрицы $A(5\times5)$ выделить минор, который образуется в результате вычеркивания из этой матрицы 4-й строчки и 0-го столбца.
 - 3.3x4, 3x2, 3x6

Вариант 2

1.
$$C = A + B \ B^T$$
; $A = \begin{bmatrix} 100 & 100 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- 2. Дана матрица: $A(6\times4)$. Требуется выделить из матрицы вторую строку по порядку (с номером 1).
 - 3. 5x2, 5x4, 1x6

Вариант 3

1.
$$C = A^T B$$
; $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- 2. Дана матрица: $A(4\times4)$, и $B(5\times5)$. Требуется получить из этих матриц два вектора. Первый вектор должен совпадать с 4-м столбцом матрицы A, а второй с 0-м столбцом матрицы B.
 - 3. 6x2, 1x2, 7x5

Вариант 4

1.
$$C = BA$$
; $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- 2. Из матрицы $A(4\times4)$ выделить минор, который образуется в результате вычеркивания из этой матрицы второй строчки и второго столбца.
 - 3. 5x3, 5x4, 2x7

Вариант 5

1.
$$C = A^T B^T$$
; $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

- 2. Требуется сформировать диагональную квадратную матрицу $C(5\times5)$. Значения элементов главной диагонали должны совпадать с номером строки/столбца.
 - 3. 2x4, 4x4, 6x2

Вариант 6

1.
$$C = AB^T$$
; $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

- 2. Дана матрица: $A(3\times3)$. Требуется получить из этой матрицу два вектора. Первый вектор должен совпадать с 0-ым столбцом матрицы A, а второй с 3-м столбцом матрицы A.
 - 3. 4x3 2x3, 6x3

Вариант 7

1.
$$C = ABB^T$$
; $A = 2$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$.

- 2. Даны две матрицы: $A(2\times2)$ и $B(4\times2)$. Требуется объединить эти матрицы в одну матрицу $C(6\times2)$, причем, в новой матрицы в качестве первых строк должны быть строки матрицы B, а за ними должны следовать строки матрицы A.
 - 3.5x2, 4x2, 9x2

Вариант 8

1.
$$C = AB^TA$$
; $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

- 2. Даны две матрицы: $A(4\times3)$ и $B(4\times2)$. Требуется объединить эти матрицы в одну матрицу $C(4\times5)$, причем, первыми столбцами новой матрицы должны быть столбцы матрицы A, а справа от этих элементов следовать столбцы матрицы B (методом «дописывания справа»).
 - 3. 2x3,4x3,6x3

Вариант 9

1.
$$C = A^T B^T B$$
; $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

- 2. Требуется сформировать диагональную квадратную матрицу c(6×6). Значения элементов главной диагонали должны совпадать с номером строки/столбца.
 - 3. 3x4,2x4,5x4

1.
$$C = A + BB^{T}$$
; $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$.

- 2. Даны матрица: $A(4\times4)$ и $B(4\times2)$. Требуется выделить из матрицы A первую строку по порядку (с номером 0) и объединить полученную строку с матрицей В (методом «дописывания справа»).
 - 3. 6x2, 6x4, 6x6

Задание №3

Построить на одном графике линии по точкам, начиная от $\varphi = 0$ до $\varphi = 2\pi$ и придавая φ значения через промежуток $\frac{\pi}{2}$.

1.
$$\rho = 2 \cdot (1 + \cos \varphi).$$

1.
$$\rho = 2 \cdot (1 + \cos \varphi).$$

$$\rho = \frac{1}{1 + \cos \varphi}.$$
2.
$$\rho = 4 \cdot (1 + \sin \varphi).$$

$$\rho = \frac{1}{1 + \cos \varphi}.$$

3.
$$\rho = 6 \cdot \cos 2\varphi.$$

$$4. \qquad \rho = 3 \cdot \sin 2\varphi.$$

$$\rho 1 = \frac{1}{1 + \cos \varphi}.$$

5.
$$\rho = \frac{1}{2 + 2 \cdot \cos \varphi}.$$

$$\rho = \frac{1}{2 + \cos \varphi}.$$

7.
$$\rho = \frac{3}{2 + \sin \varphi}.$$

$$8. \qquad \rho = 5 \cdot (1 - \sin \varphi).$$

$$\rho = \frac{1}{2 + 2 \cdot \cos \varphi}.$$

$$\rho 1 = 2 \cdot (1 + \cos \varphi).$$

9.
$$\rho = 4 \cdot (1 - \cos \varphi).$$

$$\rho 1 = 5 \cdot (1 - \sin \varphi).$$

$$\rho 1 = 2 \cdot (1 + \cos \varphi).$$

$$\rho 1 = 2 \cdot (1 + \cos \varphi).$$

Задание №4

Вариант 1.

1. Сократите дробь:
$$a)\frac{14a^4b}{49a^3b^2}$$
; $b)\frac{3x}{x^2+4x}$; $b)\frac{y^2-z^2}{2y+2z}$.

2 Найдите значение выражения
$$\frac{a^2-b}{a}-a$$
 при $a=0,2,\ b=-5.$

3. Упростить выражение:
$$\frac{\left(a-9b\right)\cdot b^{-\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-3b^{\frac{1}{2}}} \times \left(\frac{a-4b}{a+\left(ab\right)^{\frac{1}{2}}-6b}-\frac{a-9b}{a+6\sqrt{ab}+9b}\right)$$

4. Разложить на множители: $5x^2 + 4x - 9$ Вариант 2.

1. Сократите дробь: à)
$$\frac{39x^3y}{26x^2y^2}$$
; á) $\frac{5y}{y^2-2y}$; â) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b}$.

2. Найдите значение выражения
$$\frac{x-6y^2}{2y} + 3y$$
 при $x = -8$, $y = 0,1$.

3. Упростить выражение:

$$\left(\frac{\left(1+\sqrt{a}\right)^{2}-\frac{a-\sqrt{ax}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}}{\left(\sqrt{a}+1\right)^{3}-a\sqrt{a}+2}\right)^{-3}+\frac{1}{a}\left(\frac{4a-9a^{-1}}{2\sqrt{a}-3a^{-\frac{1}{2}}}+\frac{a-4+3a^{-1}}{a^{\frac{1}{2}}-a^{-\frac{1}{2}}}\right)^{2}$$

4. Разложить на множители: $3x^2 - 4x + 1$

Вариант 3.

1. Сократите дробь: à)
$$\frac{14 \grave{a}^4 b}{49 a^3 b}$$
; á) $\frac{3(x+1)}{x^2+4x+1}$; â) $\frac{y^2-z^2}{2y+2z}$.

2 Найдите значение выражения
$$\frac{a^2 - b}{a} - a$$
 при $a = 2$, $b = -5$.

3. Упростить выражение:
$$\frac{\sqrt{x^2 + 8x + 16}}{\sqrt{x}} - \left(\frac{1}{\sqrt{x} - 4 \cdot x^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2\sqrt[3]{x}}{x\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x}}\right)^{-2} \times \frac{1}{\sqrt{x}}$$

4. Разложить на множители: $2x^2 - 3x + 1$ Вариант 4.

1. Сократите дробь: à)
$$\frac{39x \ y}{26x^2y^2}$$
; á) $\frac{3(x+1)}{x^2+4x+1}$; â) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b}$.

2. Найдите значение выражения
$$\frac{x-6y^2}{2y} + 3y$$
 при $x = -8$, $y = 0,1$.

3. Упростить выражение:

$$\frac{7}{a+\sqrt{ax}} \times \sqrt{1+2\sqrt{\frac{a}{x}} + \frac{a}{x}} \times \left(\frac{\sqrt[4]{ax^3} - \sqrt[4]{a^3x}}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} + \frac{1+\sqrt{ax}}{\sqrt[4]{ax}}\right)^{-2}$$

4. Разложить на множители: $6x^2 + 5x - 11$ Вариант 5.

1. Сократите дробь: à)
$$\frac{3(x+1)}{x^2+4x+1}$$
; á) $\frac{3x}{x^2+4x}$; â) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b}$.

2 Найдите значение выражения
$$\frac{a^2 - b}{a} - a$$
 при $a = 8$, $b = 3$.

3. Упростить выражение:
$$a^{\frac{1}{2}} - \frac{a - a^{-2}}{a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{1 - a^{-2}}{\sqrt{a} + a^{-\frac{1}{2}}} + \frac{2}{a^{\frac{3}{2}}}$$

4. Разложить на множители: $2x^2 + 3x - 5$ Вариант 6.

1. Сократите дробь: à)
$$\frac{39x^3y}{26x^2y^2}$$
; á) $\frac{3x}{x^2+4x}$; â) $\frac{a^2-b^2}{3a-3b}$.

2. Найдите значение выражения
$$\frac{x-6y^2}{2y} + 3y$$
 при $x = -0.8$, $y = 1$.

3. Упростить выражение:
$$\left(a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} \times (a - x) - \frac{a + x}{a^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}} \times 2(ax)^{-\frac{1}{3}}$$

4. Разложить на множители: $3x^2 + 4x - 7$

Вариант 7.

1. Сократите дробь: à)
$$\frac{14 à^4 b}{49 a^3 b^8}$$
; á) $\frac{3x}{x^2 + 4x}$; â) $\frac{y^2 - z^2}{2y + 2z}$.

2 Найдите значение выражения
$$\frac{a^2 - b}{a} - a$$
 при $a = 12$, $b = 5$.

3. Упростить выражение:

$$\frac{4}{\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b}} \times \left(a^2 \cdot b^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{1}{2}} \times \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}}\right) \times \left(\frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{b}}{a - b}\right)^{-1}$$

4. Разложить на множители: $5x^2 + 2x - 7$ Вариант 8.

- 1. Сократите дробь: à) $\frac{39 \|x^6 y\|}{26 x^2 y^2}$; á) $\frac{3(x+1)}{x^2+4x+1}$; â) $\frac{8(a^2-b^2)}{3a-3b}$.
- 2. Найдите значение выражения $\frac{x-6y^2}{2y} + 3y$ при x = 5, y = 0,18.
- 3. Упростить выражение:

$$6xy \cdot \left(\left(x^{\frac{1}{2}} + y^{\frac{1}{2}} \right)^{-2} \cdot \left(x^{-1} + y^{-1} \right) + \frac{2}{\left(\sqrt{x} + \sqrt{y} \right)^3} \cdot \left(x^{-\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{2}} \right) \right)$$

4. Разложить на множители: $5x^2 - 2x - 3$ Вариант 9.

- 1. Сократите дробь: à) $\frac{21à^{24}b}{49a^3b^3}$; á) $\frac{3x}{x^2+4x}$; â) $\frac{2(y^2-z^2)}{2y+2z}$.
- 2 Найдите значение выражения $\frac{a^2 b}{a} a$ при a = 10, b = 6.
- 3. Упростить выражение:

$$\left(\frac{\sqrt[4]{ab} - \sqrt{ab}}{1 - \sqrt{ab}} + \frac{1 - \sqrt[4]{ab}}{\sqrt[4]{ab}}\right) \div \frac{\sqrt[4]{ab}}{1 + \sqrt[4]{a^3b^3}} - \left(\frac{a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}{1 - \sqrt[4]{ab} + \sqrt{ab}}\right)^{-1}$$

4. Разложить на множители: $3x^2 - 2x - 1$ Вариант 10.

- 1. Сократите дробь: à) $\frac{13x^6y}{26x^2y^2}$; á) $\frac{3(x+1)}{x^2+4x+1}$; â) $\frac{8(a^2-b^2)}{4a-4b}$.
- 2. Найдите значение выражения $\frac{x-6y^2}{2y}+3y$ при x=0.5, y=2,18.
- 3. Упростить выражение:

$$\left(\frac{\frac{1}{4}\left(\frac{a+x}{a-x}\right)^{-\frac{3}{4}} \times \frac{2a}{(a-x)^2}}{(a+x)^{\frac{1}{4}} \times (a-x)^{-\frac{1}{4}}} - \frac{1}{2a} \times \frac{1}{1+x^2a^{-2}}\right) \times \left(\frac{ax^2}{a^4-x^4}\right)^{-1}$$
4. Разложить на множители: $4x^2 - 5x + 1$