

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
БЕЛГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.Г.ШУХОВА

А.В. БЕЛОУСОВ, Ю.В. СКУРЯТИН

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

*Утверждено ученым советом университета в качестве учебного
пособия для студентов неэлектротехнических направлений*

Белгород

2015

УДК 621.31(07)+621.38(07)
ББК 32.1Я7+32.85я7
Б43

Рецензенты:

Доктор технических наук, профессор, проректор по научной и инновационной деятельности Белгородского государственного национального исследовательского университета
И.С. Константинов

Доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технической кибернетики Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова
В.Г. Рубанов.

Б43 **Белоусов, А.В.** Электротехника и электроника: учеб. пособие. / А.В. Белоусов, Ю.В. Скурятин. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2015. – 185 с.

Учебное пособие включает разделы курса «Электротехника и электроника». В пособии изложены разделы теории линейных электрических цепей, трансформаторов, электрических машин постоянного тока, асинхронных двигателей, электроники по следующей структуре: основные положения и соотношения, типовые примеры, контрольные задания. Большое внимание уделено примерам решения задач.

Учебное пособие предназначено для студентов неэлектротехнических направлений.

Данное издание публикуется в авторской редакции.

УДК 621.31(07)+621.38(07)
ББК 32.1Я7+32.85я7

© Белгородский государственный технологический университет (БГТУ) им. В.Г. Шухова, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА	8
1.1. Основные понятия и определения	8
1.2. Топологические понятия электрических цепей	9
1.3. Электрическая схема замещения. Понятие об идеаль- ных элементах электрической цепи	11
1.4. Основные законы электротехники	12
1.5. Методы расчета и анализа линейных электрических цепей постоянного тока	15
1.6. Потенциальная диаграмма	20
1.7. Линия электропередачи постоянного тока	20
1.8. Типовые примеры	22
Контрольное задание 1	34
2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА	39
2.1. Основные параметры, характеризующие синусои- дальную величину	39
2.2. Действующие и средние значения синусоидальных тока, напряжения, ЭДС	40
2.3. Векторное изображение синусоидальных электриче- ских величин	41
2.4. Цепь переменного синусоидального тока, содержащая активное сопротивление R	43
2.5. Цепь переменного синусоидального тока, содержащая индуктивность L	44
2.6. Цепь переменного синусоидального тока, содержащая емкость C	46
2.7. Последовательное соединение R , L , C элементов	48
2.8. Треугольник напряжений, сопротивлений	50
2.9. Составляющие мощности цепи переменного тока. Треугольник мощностей	51
2.10. Резонанс напряжений	52
2.11. Параллельное соединение потребителей	52
2.12. Треугольник токов, проводимостей	54
2.13. Резонанс токов	55
2.14. Символический метод расчета цепей синусоидаль- ного тока	55
2.15. Типовые примеры	57

Контрольное задание 2	69
3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА.....	75
3.1. Основные понятия о трехфазных цепях.....	75
3.2. Способы соединения трехфазной обмотки генератора	77
3.3. Способы соединения фаз генератора и приемника.....	77
3.4. Мощность в трехфазных цепях.....	80
3.5. Типовые примеры	82
Контрольное задание 3	88
4. ТРАНСФОРМАТОРЫ	91
4.1. Общие сведения	91
4.2. Принцип действия трансформатора.....	91
4.3. Коэффициент трансформации трансформатора.....	92
4.4. Уравнение, векторная диаграмма, схема замещения трансформатора.....	93
4.5. Опыты холостого хода и короткого замыкания	95
4.6. Коэффициент полезного действия трансформатора.....	97
4.7. Внешние характеристики трансформатора	97
4.8. Типовые примеры	98
Контрольное задание 4	104
5. АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ	105
5.1. Устройство трехфазного асинхронного двигателя	105
5.2. Принцип действия трехфазного асинхронного двига- теля.....	106
5.3. Механические и рабочие характеристики	109
5.4. Типовые примеры	111
Контрольное задание 5	117
6. МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....	120
6.1. Назначение и область применения машин постоянно- го тока	120
6.2. Устройство и принцип действия машин постоянного тока.....	120
6.3. Реакция якоря и коммутация в машинах постоян- ного тока	122
6.4. Работа машины постоянного тока в режиме генерато- ра.....	123
6.5. Работа машины постоянного тока в режиме двигателя...	128
6.6. Потери мощности и коэффициент полезного действия машин постоянного тока	133
6.7. Типовые примеры	133
Контрольное задание 6	139
7. ЭЛЕКТРОНИКА.....	143

7.1. Полупроводники и их свойства	143
7.2. Полупроводниковый диод.....	149
7.3. Биполярные транзисторы	151
7.4. Тиристоры.....	158
7.5. Усилители	159
7.6. Выпрямители.....	160
7.7. Стабилизаторы напряжения.....	165
7.8. Импульсные устройства	167
7.9 Типовые примеры	171
Контрольное задание 7	178
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	184

ВВЕДЕНИЕ

Практическое использование электрической энергии привело к революционному развитию науки и техники. Начиная с конца XIX века и по сей день, электрификация, являясь одним из самых основных направлений научно-технического прогресса, обуславливает техническое совершенствование промышленности и народного хозяйства, а потому имеет огромное социальное и экономическое значение.

По сравнению с другими видами энергии электрическая энергия имеет ряд преимуществ, что и объясняет ее использование практически во всех областях жизнедеятельности человека по всему миру.

Электрическая энергия может быть легко преобразована в другие виды энергии (тепловую, атомную, механическую, химическую, энергию падающей воды, энергию света, ветровую энергию и др.), и наоборот любые виды энергий могут быть легко преобразованы в электрическую энергию, что позволяет сравнительно легко и экономично вырабатывать электрическую энергию на различных электростанциях.

Электрическую энергию можно передавать практически на любые расстояния с минимальными потерями. Это позволяет производить электрическую энергию в местах богатых энергетическими ресурсами и транспортировать ее в те места, где непосредственное производство электроэнергии затруднено или невозможно.

Электроэнергию легко и удобно распределять между потребителями в зависимости от их мощности. Мощность электроприемников может составлять от долей ватта до тысяч киловатт. При этом можно от одного источника (электростанции) распределить электроэнергию между разными потребителями и наоборот одного мощного потребителя запитать от нескольких источников.

Электроэнергия является тем инструментом, благодаря которому достаточно просто реализуются процессы управления и автоматизации на производстве, в сельском хозяйстве, в быту, в том числе при генерировании, передаче, распределении и потреблении самой электроэнергии. Это обуславливает значительный социальный эффект, повышает качество жизни и труда человека.

Благодаря достоинствам, присущим электрической энергии, ее применение позволило обеспечить устойчивое повышение производительности труда практически во всех областях деятельности человека, внедрить и автоматизировать прогрессивные технологические процессы, направленные на повышение качества готового продукта при

уменьшении его себестоимости, создать комфортные условия труда для человека в условиях производства.

Электроэнергия повсеместно используется для выполнения механической работы. Преобразование электрической энергии в механическую осуществляется посредством электродвигателей. Благодаря своим преимуществам относительно других типов двигателей, электродвигатели широко применяют для привода станков, вращающихся машин и механизмов, электротранспорта, в подъемно транспортных устройствах и т. п.

Электроэнергия используется в технологических установках для нагрева, плавления, сварки, электролиза, в электрохимических установках и т.д. Практически безальтернативной является электроэнергия при получении искусственного освещения. Без применения электроэнергии невозможна работа средств связи, невозможно развитие вычислительной техники.

Одновременно с непрерывным расширением области практического использования электроэнергии повышается и уровень сложности технологического оборудования. И потому в условиях современного производства эффективность работы специалистов технических направлений во многом зависит от умения квалифицированно эксплуатировать сложное технологическое оборудование, неотъемлемой составляющей которого, как правило, являются электротехнические и электронные устройства и системы. Поэтому освоение электротехники и электроники имеет важное значение в общеинженерной подготовке студентов неэлектротехнических специальностей, содействует созданию благоприятных условий для изучения последующих профилирующих дисциплин на современном научном уровне, а обеспечение достаточного качества знаний в области электротехники и электроники является важнейшей задачей высшей школы.

1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Основные понятия и определения

Электрической цепью называется совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока и предназначенных для генерирования, передачи, использования электроэнергии. Электромагнитные процессы в электрической цепи могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе, электрическом токе и напряжении [1].

Электрический ток – упорядоченное движение частиц, несущих электрические заряды. *Постоянным* называют ток, неизменный во времени. В качестве количественной оценки электрического тока применяют величину именуемую *силой тока*, значение которой численно равно количеству электричества, проходящего через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t},$$

где Δq – количество электричества, Кл; Δt – интервал времени, с.

Единица силы тока – ампер (А). Сила тока, численно равная 1 А, соответствует электрическому заряду 1 Кл, проходящему через поперечное сечение проводника за 1 с.

Потенциал электрической цепи – величина, численно равная работе по перемещению единичного положительного заряда из данной точки электрической цепи в точку, имеющую нулевой потенциал. Единица потенциала – вольт (В).

$$1 \text{ В} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ Кл}}.$$

Электродвижущая сила (ЭДС) – величина, характеризующая энергетические преобразования в источнике электрической энергии, и численно равная работе, которую совершает источник, по перемещению единичного положительного заряда по замкнутой электрической цепи. Единица ЭДС – вольт (В).

Электрическое напряжение – разность потенциалов между двумя точками электрической цепи (или величина, численно равная работе по перемещению единичного положительного заряда из одной точки электрической цепи в другую точку). Единица электрического напряжения – вольт (В).

Сопротивление (R) – физическая величина, которая отражает свойство элемента электрической цепи оказывать противодействие электрическому току и необратимо преобразовывать электрическую энергию в тепло или другие виды. Единица сопротивления – Ом (Ом).

Индуктивность (L) – физическая величина, которая отражает свойство элемента создавать собственное магнитное поле под действием электрического тока. Единица индуктивности – Генри (Г).

Электрическая емкость (C) – физическая величина, которая отражает свойство элемента накапливать электрические заряды и создавать электрическое поле. Единица электрической емкости – Фарад (Ф).

1.2. Топологические понятия электрической цепи

Основными *элементами электрической цепи* являются источники, приемники, соединительные провода и в ряде случаев вспомогательные устройства. В *источниках* различные виды энергии преобразуются в электрическую энергию. В *приемниках* электрическая энергия преобразуется в другие виды энергий. В качестве *вспомогательных устройств* могут выступать выключатели, измерительные приборы, регулировочная и защитная аппаратура, преобразователи электроэнергии.

Электрические цепи подразделяют на неразветвленные и разветвленные. *Неразветвленная электрическая цепь* – это цепь, во всех элементах которой течет один ток. Соответственно *разветвленная электрическая цепь* – это цепь, содержащая несколько ветвей с протекающими в них различными токами.

Совокупность выделенных элементов электрической цепи образует *участок электрической цепи*. *Последовательным соединением* участков электрической цепи называется соединение, при котором во всех участках цепи протекает один и тот же ток.

Участок электрической цепи образованный последовательным соединением элементов, имеющих два вывода, и по которым может протекать один ток, называется *ветвью*. Место соединения трех и более ветвей называют *узлом*.

На рис. 1.1 ветвь, заключенная между узлами a и b , образована последовательным соединением резисторов $R_1 - R_3$.

Параллельное соединение – это соединение, при котором все участки цепи присоединяются к одной паре узлов (рис. 1.2).

Смешанное соединение – сочетание последовательного и параллельного соединений участков электрической цепи (рис. 1.3).

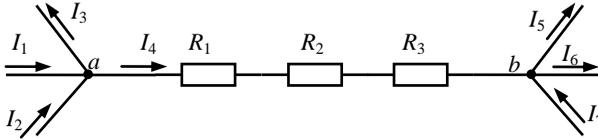


Рис. 1.1. Участок электрической цепи

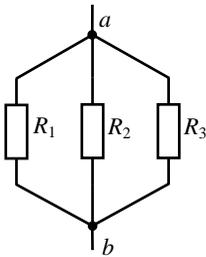


Рис. 1.2. Параллельное соединение элементов

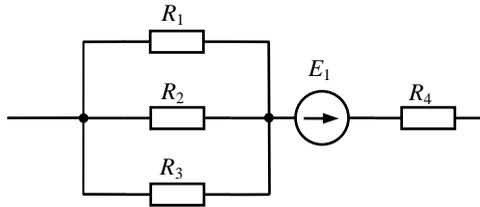


Рис. 1.3. Смешанное соединение элементов

Контур электрической цепи – любой замкнутый путь, проходящий по нескольким участкам электрической цепи (рис. 1.4).

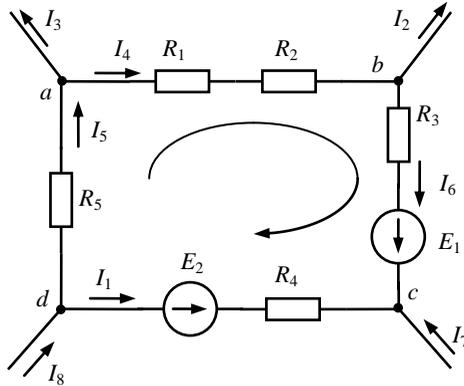


Рис. 1.4. Схема контура разветвленной электрической цепи

1.3. Электрическая схема замещения. Понятия об идеальных элементах электрической цепи

Для упрощения анализа и расчета реальных электротехнических устройств используют электрические схемы замещения. *Электрическая схема замещения* представляет собой электрическую цепь, состоящую из идеальных элементов, параметры которых соответствуют отдельным параметрам замещаемых элементов [1]. Электрическая схема замещения цепи представляется в виде графического изображения, содержащего условные графические обозначения элементов цепи и показывающего соединения этих элементов.

Идеальные элементы – это элементы, свойства которых описываются одним параметром. Идеальный резистор, катушка индуктивности, конденсатор характеризуется только сопротивлением, индуктивностью, емкостью, соответственно. *Идеальный источник ЭДС* представляет собой источник электрической энергии, напряжение на выводах которого не зависит от тока, протекающего через него, и равно ЭДС. *Идеальный источник тока* представляет собой источник электроэнергии, ток которого не зависит от напряжения на его выводах и равен току короткого замыкания источника питания [1].

Условные графические обозначения идеального резистора, идеальной катушки индуктивности, идеального конденсатора, идеального источника ЭДС и идеального источника тока приведены на рис. 1.5, а-д, соответственно.

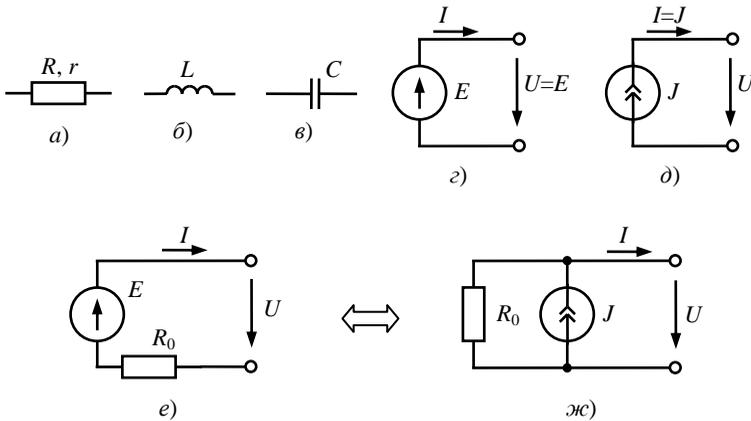


Рис. 1.5. Элементы электрических цепей

Схема замещения реального источника напряжения постоянного тока может быть представлена в виде последовательного соединения идеального источника ЭДС, величина электродвижущей силы которого численно равна напряжению на выводах реального источника напряжения при токе равно нулю, и резистора, сопротивление которого равно внутреннему сопротивлению реального источника (рис.1.5, *е*). Схема замещения реального источника тока может быть представлена в виде параллельного соединения идеального источника тока, численно равного отношению напряжения на выводах источника тока в режиме холостого хода к внутреннему сопротивлению, и резистора, сопротивление которого равно внутреннему сопротивлению реального источника (рис.1.5, *ж*). Реальный источник напряжения может быть преобразован в реальный источник тока и наоборот. При таком эквивалентном преобразовании величина внутреннего сопротивления реального источника не меняется, а ЭДС E и ток источника тока J двух схем замещения связаны соотношением $E=J \cdot R_0$.

На схемах замещения за положительное направление тока вне источника ЭДС (источника тока) принято считать направление от положительного полюса ЭДС (источника тока) к отрицательному. Положительное направление напряжения на пассивном участке цепи совпадает с направлением тока. Стрелку, указывающую направление ЭДС источника, направляют от отрицательного полюса к положительному, а стрелку, указывающую напряжение, – в обратном направлении. Стрелку, указывающую положительное направление тока J источника тока, направляют от отрицательного полюса к положительному, а стрелку, указывающую направление напряжения на выводах источника тока, – в обратном направлении (т.е. от положительного полюса к отрицательному).

Двухполюсник – часть электрической цепи, имеющая два полюса. Двухполюсники, содержащие источники электрической энергии называют *активными*, а двухполюсники без источников – *пассивными*.

1.4. Основные законы электротехники

Закон Ома для участка цепи не содержащего ЭДС (рис. 1.6, *а*) – сила тока I прямо пропорциональна напряжению U участка цепи и обратно пропорциональна электрическому сопротивлению R этого участка цепи:

$$I = \frac{U}{R}.$$

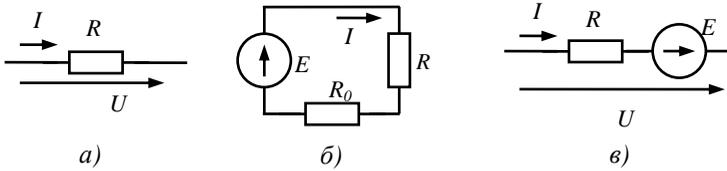


Рис. 1.6. Схемы цепи:

a – участок электрической цепи; *б* – схема полной цепи; *в* – участок электрической цепи содержащий ЭДС

Закон Ома для полной цепи (рис. 1.6, б) – сила тока прямо пропорциональна ЭДС E источника электроэнергии и обратно пропорциональна сумме электрических сопротивлений внешнего R и внутреннего R_0 участков цепи:

$$I = \frac{E}{R + R_0}.$$

Закон Ома для участка цепи, содержащего ЭДС (рис. 1.6, в):

$$I = \frac{U + E}{R}.$$

Величина E берется со знаком «+», если направление ЭДС совпадает с направлением напряжения на участке цепи, «-» – в противном случае.

Закон Джоуля-Ленца. Количество теплоты Q , выделяемое постоянным электрическим током в участке цепи, равно произведению квадрата силы тока I на время его прохождения t и электрическое сопротивление R этого участка цепи:

$$Q = I^2 R t.$$

Законы Кирхгофа.

Первый закон Кирхгофа: алгебраическая сумма токов ветвей, подключенных к одному узлу равна нулю:

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

где n – число ветвей, подключенных к узлу. При составлении уравнения, предварительно, необходимо задать условные положительные направления токов в ветвях. В уравнении токи, направленные к узлу, условно принимают положительными, а от узла – отрицательными (или наоборот). Для узлов a и b (см. рис. 1.1) уравнения, составленные по первому закону Кирхгофа, будут иметь вид:

$$\begin{aligned} I_1 + I_2 - I_3 - I_4 &= 0, \\ I_4 - I_5 - I_6 + I_7 &= 0. \end{aligned}$$

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма падений напряжения в замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре:

$$\sum_{k=1}^n R_k \cdot I_k = \sum_{k=1}^m E_k.$$

где n – число элементов с сопротивлением R_k в контуре; m – число ЭДС в контуре.

Направление обхода контура выбирают произвольно. Если направления падения напряжения и ЭДС совпадают с направлением обхода контура, то в уравнении они записываются с положительным знаком, в противном случае – с отрицательным. Для контура цепи, приведенной на рис. 1.4, уравнение, составленное по второму закону Кирхгофа, будет иметь следующий вид:

$$I_4 \cdot R_1 + I_4 \cdot R_2 + I_6 \cdot R_3 - I_1 \cdot R_4 + I_5 \cdot R_5 = E_1 - E_2.$$

Баланс мощностей. Для любой замкнутой электрической цепи сумма мощностей P_u источников энергии равна сумме мощностей P_n приемников энергии:

$$\sum P_u = \sum P_n \quad \text{или} \quad \sum_{k=1}^n E_k I_k + \sum_{k=1}^m U_k J_k = \sum_{k=1}^l I_k^2 R_k,$$

где $\sum_{k=1}^n E_k I_k$ – алгебраическая сумма мощностей источников ЭДС, в которой слагаемые берутся со знаком «+», если направление E_k совпа-

$$U_{ab} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k \cdot g_k + \sum_{k=1}^m J_k}{\sum_{k=1}^l g_k},$$

где n – число ветвей содержащих источник ЭДС; E_k – ЭДС k -ой ветви; g_k – проводимость k -ой ветви; m – число источников тока, включенных между узлами a и b ; J_k – ток источника тока k -ой ветви; l – число ветвей.

Метод эквивалентных преобразований. Эквивалентное сопротивление цепи $R_{\text{Э}}$, состоящей из n последовательно соединенных сопротивлений R_k , равно сумме этих сопротивлений:

$$R_{\text{Э}} = \sum_{k=1}^n R_k. \quad (1.1)$$

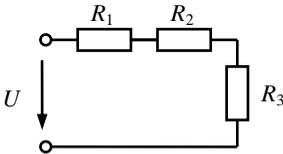


Рис. 1.7. Последовательное соединение

Падение напряжения на последовательно соединенных сопротивлениях (рис. 1.7) прямо пропорционально этим сопротивлениям, в следствие чего справедливо соотношение:

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = \frac{U}{R_{\text{Э}}},$$

где $R_{\text{Э}}$ – эквивалентное сопротивление участка последовательно включенных сопротивлений, $R_{\text{Э}} = R_1 + R_2 + R_3$.

При параллельном соединении эквивалентная проводимость цепи состоящей из n параллельно соединенных сопротивлений равна сумме проводимостей этих сопротивлений:

$$g_{\text{Э}} = \sum_{k=1}^n g_k. \quad (1.2)$$

Ток каждой из ветвей (рис. 1.8) можно вычислить через ток в неразветвленной части цепи из соотношения:

$$\frac{I_1}{g_1} = \frac{I_2}{g_2} = \frac{I_3}{g_3} = \frac{I}{g_{\Sigma}},$$

где g_{Σ} – эквивалентная проводимость участка параллельно включенных сопротивлений, $g_{\Sigma} = g_1 + g_2 + g_3$.

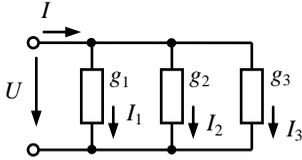


Рис. 1.8. Параллельное соединение

При смешанном соединении элементов цепи удобно выполнять анализ после упрощения схемы посредством преобразования участков параллельного и (или) последовательного соединения сопротивлений в эквивалентные им значения в соответствии с (1.1), (1.2).

Треугольник сопротивлений может быть преобразован в звезду сопротивлений и наоборот (рис. 1.9).

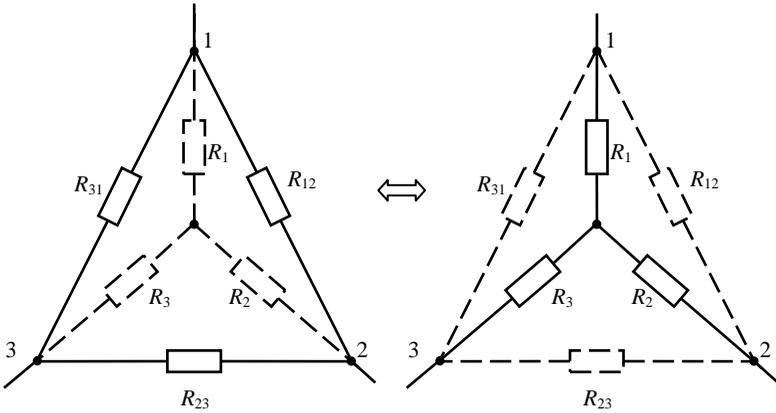


Рис. 1.9. Преобразование соединения сопротивлений

Формулы преобразования треугольника сопротивлений в звезду:

$$R_1 = \frac{R_{12} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

$$R_2 = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}},$$

$$R_3 = \frac{R_{23} \cdot R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}.$$

Формулы преобразования звезды сопротивлений в треугольник:

$$R_{12} = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_3},$$

$$R_{23} = R_2 + R_3 + \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1},$$

$$R_{31} = R_3 + R_1 + \frac{R_3 \cdot R_1}{R_2}.$$

Метод эквивалентного генератора. Метод эквивалентного генератора используется для определения тока в одной ветви сложной цепи. Согласно методу, вся цепь относительно ветви, в которой нужно найти ток, заменяется двухполюсником как показано на рис. 1.10.

Значение ЭДС эквивалентного двухполюсника равно напряжению холостого хода, которое определяется расчетным путем при отключенной ветви между точками a и b .

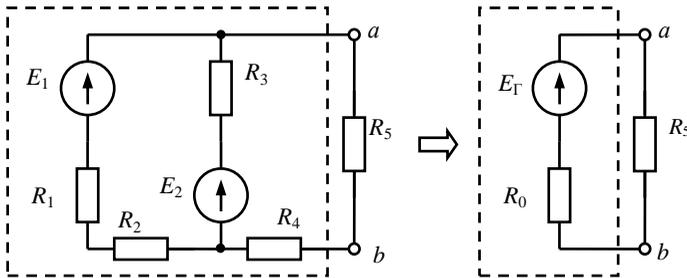


Рис. 1.10. Эквивалентные преобразования цепи согласно методу эквивалентного генератора

Параметр R_0 может быть определен как входное сопротивление пассивного двухполюсника, который получается из исходного активного двухполюсника путем закорачивания всех источников ЭДС и исключения всех ветвей содержащих источник тока. Далее, используя эквивалентные преобразования сопротивлений, определяют эквива-

лентное сопротивление пассивного двухполюсника (рис. 1.11):

$$R_{12} = R_1 + R_2, \quad R_{123} = \frac{R_{12} \cdot R_3}{R_{12} + R_3}, \quad R_0 = R_{123} + R_4.$$

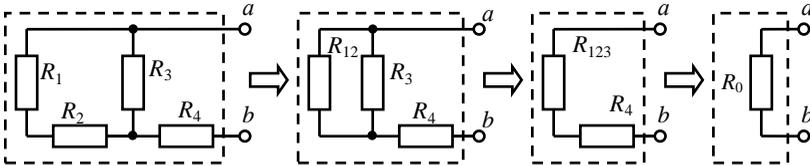


Рис. 1.11. К определению внутреннего сопротивления двухполюсника

1.6. Потенциальная диаграмма

Потенциальная диаграмма – график распределения потенциала вдоль участка цепи или замкнутого контура. Каждой точке цепи соответствует точка на потенциальной диаграмме. При построении точки по оси абсцисс откладывают суммарное сопротивление участка цепи, заключенного между начальной и текущей точками, а по оси ординат откладывают значение потенциала соответствующей точки цепи.

1.7. Линия электропередачи постоянного тока

Схема замещения линии представлена на рис. 1.12, где генератор напряжения представлен источником ЭДС E , R_L – сопротивление линии, R_H – сопротивление нагрузки, U_1 – напряжение в начале линии, U_2 – напряжение в конце линии, ΔU_L – падение напряжения на сопротивлении линии, I – ток линии.

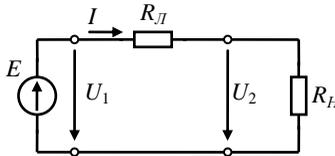


Рис. 1.12. Схема замещения линии электропередачи постоянного тока

Величины, характеризующие работу линии, связаны следующими соотношениями:

$$I = \frac{U_1}{R_n + R_l}, \quad U_1 = \Delta U_l + U_2, \quad \Delta U_l = I \cdot R_l, \quad U_2 = I \cdot R_n, \quad P_1 = \Delta P + P_2,$$

$$\Delta P = I^2 \cdot R_l, \quad P_2 = I^2 \cdot R_n, \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = 1 - \frac{I \cdot R_l}{U_1},$$

где P_1 – мощность в начале линии; ΔP – мощность потерь в линии; P_2 – мощность в конце линии; η – коэффициент полезного действия (КПД) линии.

В режиме холостого хода сопротивление нагрузки равно бесконечности, соответственно ток линии равен нулю, напряжение в конце линии равно напряжению в начале линии, мощность, передаваемая в нагрузку, равна нулю.

В режиме короткого замыкания сопротивление нагрузки равно нулю, ток линии имеет максимальное значение, напряжение в конце линии равно нулю, напряжение в начале линии равно падению напряжения на сопротивлении линии, мощность, передаваемая в нагрузку, равна нулю.

В режиме нагрузки сопротивление нагрузки имеет конечное значение и передаваемая в нагрузку мощность не равна нулю. Характер изменения U_2 , ΔU_l , P_2 , P_1 , ΔP от тока при $U_1 = \text{const}$ и $R_n = \text{const}$ показан на рис. 1.13.

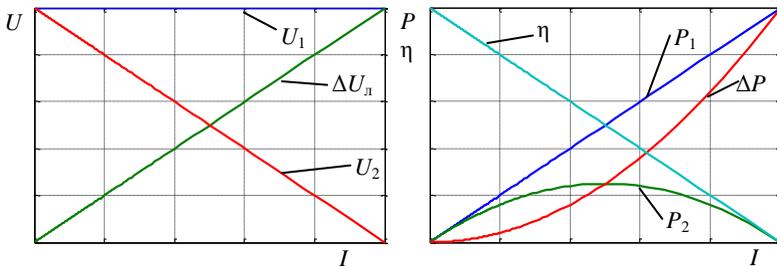


Рис. 1.13. Зависимости падения напряжения на сопротивлении линии, падения напряжения в конце линии, мощности в конце и в начале линии, мощности потерь в линии, КПД линии от тока

Режим работы, при котором в нагрузку передается максимальная мощность, называется *согласованным* режимом. Условие передачи в

нагрузку максимальной мощности, т.е. *условие согласованного режима*, имеет следующий вид: $R_n = R_a$. Признаки согласованного режима: $P_2 = \Delta P$, $U_2 = \Delta U_a$, $\eta = 50\%$.

При передаче мощности КПД увеличивается с увеличением напряжения U_1 и уменьшением I , поэтому на практике передача электрической энергии осуществляется на повышенных напряжениях.

1.8. Типовые примеры

Анализ линейной электрической цепи постоянного тока.

Пример 1.1. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 1.14, составить систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа, необходимых для определения токов во всех ветвях.

Решение:

Произвольно выбираем положительные направления токов в ветвях и вводим их обозначения (рис. 1.15). Схема содержит семь ветвей без источника тока ($\nu=7$) и пять узлов ($y=5$), следовательно, по первому закону Кирхгофа необходимо составить ($y-1=4$) уравнения:

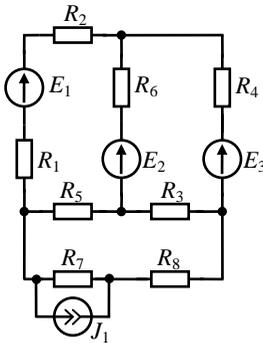


Рис. 1.14. Схема цепи

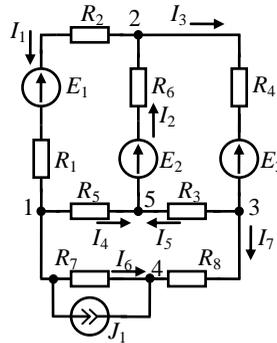


Рис. 1.15. Схема цепи

для первого узла

$$I_1 - I_4 - I_6 - J_1 = 0,$$

для второго узла

$$-I_1 + I_2 - I_3 = 0,$$

для третьего узла

$$I_3 - I_5 - I_7 = 0,$$

для четвертого узла

$$I_6 + I_7 + J_1 = 0.$$

По второму закону Кирхгофа необходимо составить $(\nu-1)=3$ уравнения. Уравнения составляются для независимых контуров. Положительные направления обхода контуров выбираем по часовой стрелке. Тогда уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа, будут иметь следующий вид:

для контура, содержащего элементы $R_1, E_1, R_2, R_6, E_2, R_5$,

$$-I_1 R_1 - I_1 R_2 - I_2 R_6 - I_4 R_5 = E_1 - E_2,$$

для контура, содержащего элементы R_4, E_3, R_3, E_2, R_6 ,

$$I_3 R_4 + I_5 R_3 + I_2 R_6 = -E_3 + E_2,$$

для контура, содержащего элементы R_5, R_3, R_8, R_7 ,

$$I_4 R_5 - I_5 R_3 + I_7 R_8 - I_6 R_7 = 0.$$

Пример 1.2. Для электрической цепи (см. рис. 1.14) определить токи во всех ветвях цепи методом контурных токов. Данные для расчета: $E_1=55\text{В}$, $E_2=25\text{В}$, $E_3=4\text{В}$, $J_1=1\text{А}$, $R_1=8\text{Ом}$, $R_2=4\text{Ом}$, $R_3=4\text{Ом}$, $R_4=12\text{Ом}$, $R_5=4\text{Ом}$, $R_6=10\text{Ом}$, $R_7=3\text{Ом}$, $R_8=10\text{Ом}$.

Решение:

Произвольно выбираем положительные направления токов в ветвях и вводим их обозначения. Для независимых контуров схемы выбираем направления контурных токов по часовой стрелке и обозначаем их, как показано на рис. 1.16. В соответствии с методом контурных токов записываем уравнения:

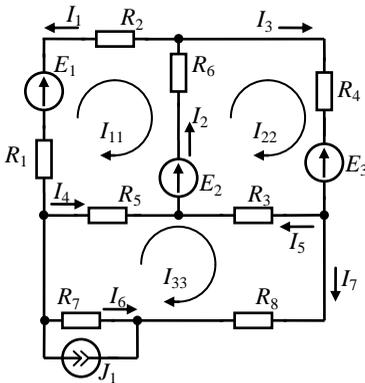


Рис. 1.16. Схема цепи для метода контурных токов

$$\left. \begin{aligned} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} &= E_{11}, \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} &= E_{22}, \\ I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} &= E_{33}, \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

где $R_{11} = R_1 + R_2 + R_6 + R_5 = 26$;

$$R_{22} = R_3 + R_4 + R_6 = 26 ;$$

$$R_{33} = R_3 + R_5 + R_7 + R_8 = 21 ;$$

$$R_{12} = R_{21} = -R_6 = -10 ;$$

$$R_{13} = R_{31} = -R_5 = -4 ;$$

$$R_{23} = R_{32} = -R_3 = -4 ;$$

$$E_{11} = E_1 - E_2 = 30 ;$$

$$E_{22} = E_2 - E_3 = 21 ;$$

$$E_{33} = -J_1 \cdot R_7 = -3 .$$

Решая систему уравнений (1.3), находим контурные токи I_{11} , I_{22} , I_{33} :

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1,847 \text{ А},$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1,597 \text{ А},$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 0,513 \text{ А},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26 & -10 & -4 \\ -10 & 26 & -4 \\ -4 & -4 & 21 \end{vmatrix} = 10940 ;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} & R_{13} \\ E_{22} & R_{22} & R_{23} \\ E_{33} & R_{32} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 30 & -10 & -4 \\ 21 & 26 & -4 \\ -3 & -4 & 21 \end{vmatrix} = 20210 ;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} & R_{13} \\ R_{21} & E_{22} & R_{23} \\ R_{31} & E_{33} & R_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26 & 30 & -4 \\ -10 & 21 & -4 \\ -4 & -3 & 21 \end{vmatrix} = 17480 ;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} & E_{11} \\ R_{21} & R_{22} & E_{22} \\ R_{31} & R_{32} & E_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26 & -10 & 30 \\ -10 & 26 & 21 \\ -4 & -4 & -3 \end{vmatrix} = 5616.$$

Зная контурные токи, находим истинные токи в ветвях цепи:

$$\begin{aligned} I_1 &= -I_{11} = -1,847 \text{ A}, \\ I_2 &= I_{22} - I_{11} = -0,25 \text{ A}, \\ I_3 &= I_{22} = 1,597 \text{ A}, \\ I_4 &= I_{33} - I_{11} = -1,334 \text{ A}, \\ I_5 &= -I_{33} + I_{22} = 1,084 \text{ A}, \\ I_6 &= -I_{33} - J_1 = -1,513 \text{ A}, \\ I_7 &= I_{33} = 0,513 \text{ A}. \end{aligned}$$

Пример 1.3. Для электрической цепи (см. рис. 1.14) определить токи во всех ветвях цепи методом узловых потенциалов. Данные для расчета: $E_1=55\text{В}$, $E_2=25\text{В}$, $E_3=4\text{В}$, $J_1=1\text{А}$, $R_1=8\text{Ом}$, $R_2=4\text{Ом}$, $R_3=4\text{Ом}$, $R_4=12\text{Ом}$, $R_5=4\text{Ом}$, $R_6=100\text{Ом}$, $R_7=3\text{Ом}$, $R_8=100\text{Ом}$.

Решение:

Вводим обозначение узлов, произвольно выбираем положительные направления токов в ветвях и вводим их обозначения, как показано на рис. 1.17. Потенциал пятого узла примем равным нулю. В соответствии с методом узловых потенциалов записываем уравнения для электрической цепи:

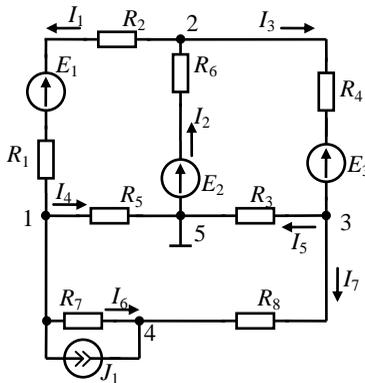


Рис. 1.17. Схема цепи для метода узловых потенциалов

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1 g_{11} + \varphi_2 g_{12} + \varphi_3 g_{13} + \varphi_4 g_{14} &= J_{11}, \\ \varphi_1 g_{21} + \varphi_2 g_{22} + \varphi_3 g_{23} + \varphi_4 g_{24} &= J_{22}, \\ \varphi_1 g_{31} + \varphi_2 g_{32} + \varphi_3 g_{33} + \varphi_4 g_{34} &= J_{33}, \\ \varphi_1 g_{41} + \varphi_2 g_{42} + \varphi_3 g_{43} + \varphi_4 g_{44} &= J_{44}, \end{aligned} \right\} \quad (1.4)$$

$$\text{где } g_{11} = \frac{1}{R_1 + R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_7} = 0,667 \text{ См},$$

$$g_{22} = \frac{1}{R_2 + R_1} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_4} = 0,267 \text{ См};$$

$$g_{33} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_8} = 0,433 \text{ См};$$

$$g_{44} = \frac{1}{R_7} + \frac{1}{R_8} = 0,433 \text{ См};$$

$$g_{12} = g_{21} = -\frac{1}{R_1 + R_2} = -0,083 \text{ См};$$

$$g_{13} = g_{31} = 0 \text{ См};$$

$$g_{14} = g_{41} = -\frac{1}{R_7} = -0,333 \text{ См};$$

$$g_{23} = g_{32} = -\frac{1}{R_4} = -0,083 \text{ См};$$

$$g_{24} = g_{42} = 0 \text{ См};$$

$$g_{34} = g_{43} = -\frac{1}{R_8} = -0,1 \text{ См};$$

$$J_{11} = -J_1 - \frac{E_1}{R_1 + R_2} = -5,583 \text{ А};$$

$$J_{22} = \frac{E_1}{R_1 + R_2} + \frac{E_2}{R_6} + \frac{E_3}{R_4} = 7,417 \text{ А};$$

$$J_{33} = -\frac{E_3}{R_4} = -0,333 \text{ А};$$

$$J_{44} = J_1 = 1 \text{ А}.$$

Решая систему уравнений (1.4), находим узловые потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$:

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = -5,336 \text{ В},$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 27,5 \text{ В},$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 4,336 \text{ В},$$

$$\varphi_4 = \frac{\Delta_4}{\Delta} = -0,796 \text{ В},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,667 & -0,083 & 0 & -0,333 \\ -0,083 & 0,267 & -0,083 & 0 \\ 0 & -0,083 & 0,433 & -0,1 \\ -0,333 & 0 & -0,1 & 0,433 \end{vmatrix} =$$

$$= 0,016;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} J_{11} & g_{12} & g_{13} & g_{14} \\ J_{22} & g_{22} & g_{23} & g_{24} \\ J_{33} & g_{32} & g_{33} & g_{34} \\ J_{44} & g_{42} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -5,583 & -0,083 & 0 & -0,333 \\ 7,417 & 0,267 & -0,083 & 0 \\ -0,333 & -0,083 & 0,433 & -0,1 \\ 1 & 0 & -0,1 & 0,433 \end{vmatrix} =$$

$$= -0,084;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} g_{11} & J_{11} & g_{13} & g_{14} \\ g_{21} & J_{22} & g_{23} & g_{24} \\ g_{31} & J_{33} & g_{33} & g_{34} \\ g_{41} & J_{44} & g_{43} & g_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,667 & -5,583 & 0 & -0,333 \\ -0,083 & 7,417 & -0,083 & 0 \\ 0 & -0,333 & 0,433 & -0,1 \\ -0,333 & 1 & -0,1 & 0,433 \end{vmatrix} =$$

$$= 0,435;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & J_{11} & g_{14} \\ g_{21} & g_{22} & J_{22} & g_{24} \\ g_{31} & g_{32} & J_{33} & g_{34} \\ g_{41} & g_{42} & J_{44} & g_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,667 & -0,083 & -5,583 & -0,333 \\ -0,083 & 0,267 & 7,417 & 0 \\ 0 & -0,083 & -0,333 & -0,1 \\ -0,333 & 0 & 1 & 0,433 \end{vmatrix} =$$

$$= 0,069;$$

$$\Delta 4 = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} & J_{11} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} & J_{22} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} & J_{33} \\ g_{41} & g_{42} & g_{43} & J_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,667 & -0,083 & 0 & -5,583 \\ -0,083 & 0,267 & -0,083 & 7,417 \\ 0 & -0,083 & 0,433 & -0,333 \\ -0,333 & 0 & -0,1 & 1 \end{vmatrix} = -0,013.$$

Зная контурные токи, находим истинные токи в ветвях цепи:

$$I_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1 - E_1}{R_1 + R_2} = -1,847 \text{ A},$$

$$I_2 = \frac{-\varphi_2 + E_2}{R_6} = -0,25 \text{ A},$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 - E_3}{R_4} = 1,597 \text{ A},$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1}{R_5} = -1,334 \text{ A},$$

$$I_5 = \frac{\varphi_3}{R_3} = 1,084 \text{ A},$$

$$I_6 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{R_7} = -1,513 \text{ A},$$

$$I_7 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{R_8} = 0,513 \text{ A}.$$

Пример 1.4. Для электрической цепи (см. рис. 1.14) определить ток I_1 методом эквивалентного генератора. Данные для расчета: $E_1=55\text{В}$, $E_2=25\text{В}$, $E_3=4\text{В}$, $J_1=1\text{А}$, $R_1=8\text{Ом}$, $R_2=4\text{Ом}$, $R_3=4\text{Ом}$, $R_4=12\text{Ом}$, $R_5=4\text{Ом}$, $R_6=10\text{Ом}$, $R_7=3\text{Ом}$, $R_8=10\text{Ом}$.

Решение:

Для определения тока методом эквивалентного генератора выделим ветвь с сопротивлением R_1 , а оставшуюся часть электрической цепи заменим активным двухполюсником, который в свою очередь заменим эквивалентным генератором с параметрами E_G , R_0 (рис. 1.18).

Электродвижущая сила эквивалентного генератора равна напряжению холостого хода активного двухполюсника $E_G = U_{abxx}$.

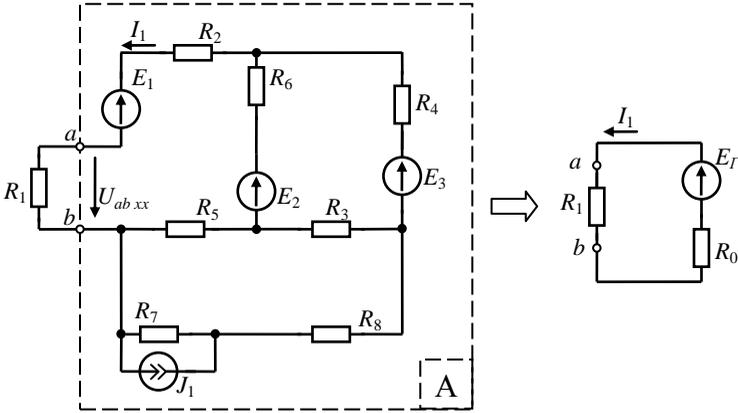


Рис. 1.18. Метод эквивалентного генератора: эквивалентное преобразование цепи

Напряжение холостого хода активного двухполюсника определим, составив уравнение по второму закону Кирхгофа для контура, в который входит напряжение U_{ab} (рис. 1.19):

$$-U_{ab,xx} - I_1 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_6 - I_4 \cdot R_5 = E_1 - E_2,$$

откуда

$$U_{ab,xx} = -I_1 \cdot R_2 - I_2 \cdot R_6 - I_4 \cdot R_5 + E_2 - E_1. \quad (1.5)$$

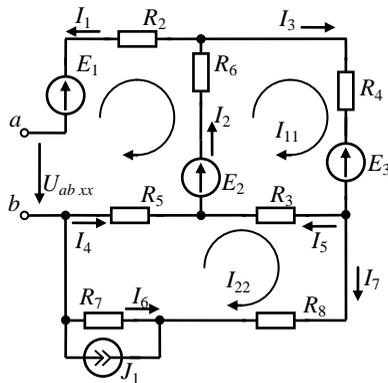


Рис.1.19. Схема активного двухполюсника

Ток I_1 в режиме холостого хода равен нулю. Токи I_2, I_4 определим, используя метод контурных токов. (Для определения токов I_2, I_4 можно использовать любой метод расчета цепей постоянного тока). Согласно методу контурных токов система уравнения для цепи (см. рис.1.19) будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} &= E_{11}, \\ I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} &= E_{22}, \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$

где $R_{11} = R_6 + R_4 + R_3 = 26$;

$$R_{22} = R_5 + R_3 + R_7 + R_8 = 21$$
;

$$R_{12} = R_{21} = -R_3 = -4$$
;

$$E_{11} = E_2 - E_3 = 21$$
;

$$E_{22} = -J_1 \cdot R_7 = -3$$
.

Решая систему уравнений (1.6), находим контурные токи I_{11}, I_{22} :

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0,809 \text{ A},$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 0,011 \text{ A},$$

$$\text{где } \Delta = \begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26 & -4 \\ -4 & 21 \end{vmatrix} = 530$$
;

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} E_{11} & R_{12} \\ E_{22} & R_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 21 & -4 \\ -3 & 21 \end{vmatrix} = 429$$
;

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} R_{11} & E_{11} \\ R_{21} & E_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 26 & 21 \\ -4 & -3 \end{vmatrix} = 6$$
.

Зная контурные токи, находим токи I_2, I_4 :

$$I_2 = I_{11} = 0,809 \text{ A},$$

$$I_4 = I_{22} = 0,011 \text{ A}.$$

Подставим значения токов I_2, I_4 в выражение для определения $U_{ab.xx}$ (1.5) и получим значение напряжения холостого хода на участке $a b$:

$$E_{\Gamma} = U_{ab.xx} = -I_2 \cdot R_6 - I_4 \cdot R_5 + E_2 - E_1 = -38,14 \text{ В.}$$

Параметр R_0 может быть определен как входное сопротивление пассивного двухполюсника. Схему пассивного двухполюсника получим из схемы активного двухполюсника (см. рис. 1.19), закоротив все источники ЭДС и исключив все ветви с источниками тока (рис. 1.20, *a*). Последовательное соединение сопротивлений R_7, R_8 заменим эквивалентным сопротивлением R_9 :

$$R_9 = R_7 + R_8 = 13 \text{ Ом.}$$

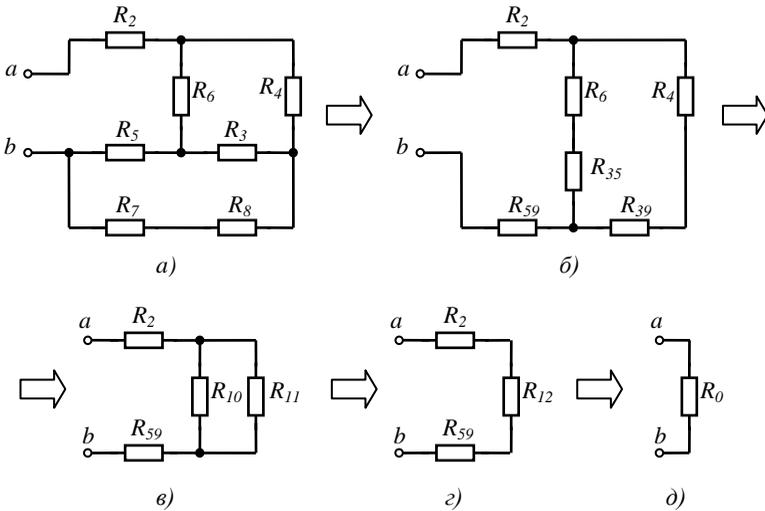


Рис. 1.20. Схема эквивалентного преобразования пассивного двухполюсника (к определению внутреннего сопротивления эквивалентного генератора)

Преобразуем треугольник сопротивлений R_5, R_3, R_9 в эквивалентную звезду сопротивлений R_{35}, R_{59}, R_{39} (рис. 1.20, *б*):

$$R_{35} = \frac{R_5 \cdot R_3}{R_5 + R_3 + R_9} = 0,762 \text{ Ом},$$

$$R_{59} = \frac{R_5 \cdot R_9}{R_5 + R_3 + R_9} = 2,476 \text{ Ом},$$

$$R_{39} = \frac{R_9 \cdot R_3}{R_5 + R_3 + R_9} = 2,476 \text{ Ом}.$$

Последовательное соединение сопротивлений R_6 , R_{35} заменим эквивалентным сопротивлением R_{10} (рис. 1.20, ϵ):

$$R_{10} = R_6 + R_{35} = 10,762 \text{ Ом}.$$

Последовательное соединение сопротивлений R_4 , R_{39} заменим эквивалентным сопротивлением R_{11} (см. рис. 1.20, ϵ):

$$R_{11} = R_4 + R_{39} = 14,476 \text{ Ом}.$$

Параллельное соединение сопротивлений R_{10} , R_{11} заменим эквивалентным сопротивлением R_{12} (рис. 1.20, ζ):

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{11}}{R_{10} + R_{11}} = 6,173 \text{ Ом}.$$

Внутреннее сопротивление (рис. 1.20, δ) равно:

$$R_0 = R_2 + R_{12} + R_{59} = 12,649 \text{ Ом}.$$

Зная параметры эквивалентного генератора, по закону Ома найдем ток I_1 :

$$I_1 = \frac{U_{ab,xx}}{R_0 + R_1} = -1,847 \text{ А}.$$

Пример 1.5. Для электрической цепи (см. рис. 1.14) составить уравнение энергетического баланса. Проверить выполнение энергетического баланса для данных и результатов анализа из примера 1.1.

Решение:

Мощность источников:

$$P_{ист} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_6 + I_3^2 R_4 + I_4^2 R_5 + I_5^2 R_3 + I_6^2 R_7 + I_7^2 R_8 = 93,488 \text{ Вт.}$$

Мощность, потребляемая потребителями:

$$P_{пот} = -E_1 I_1 + E_2 I_2 - E_3 I_3 + J_1 \cdot I_6 R_7 = 93,488 \text{ Вт.}$$

Мощность источников равна мощности потребителей, следовательно, уравнение энергетического баланса выполняется.

Пример 1.6. Для электрической цепи, приведенной на рис. 1.21, определить потенциалы всех точек относительно точки "а" и построить потенциальную диаграмму. Данные для расчета: $E_1=25\text{В}$, $E_2=12\text{В}$, $J_1=2\text{А}$, $R_1=10\text{Ом}$, $R_2=5\text{Ом}$, $R_3=7\text{Ом}$, $R_4=2\text{Ом}$, $R_5=3\text{Ом}$.

Решение:

Токи электрической цепи равны:

$$I_1 = \frac{E_1 - E_2 - J_2 R_5}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 0,259 \text{ А,}$$

$$I_2 = I_1 + J_1 = 2,259 \text{ А.}$$

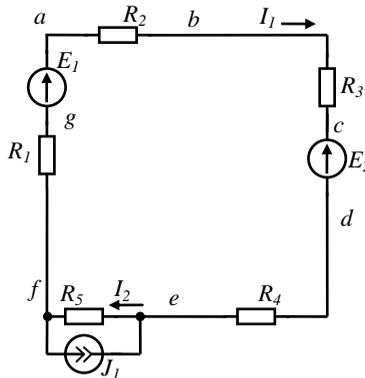


Рис. 1.21. Схема цепи к примеру 1.6

Потенциал точки «а» примем равным нулю (заземлим).

Определим потенциалы всех точек контура относительно точки «а»:

$$\begin{aligned}\varphi_a &= 0 \text{ В,} \\ \varphi_b &= \varphi_a - I_1 \cdot R_2 = -1,296 \text{ В,} \\ \varphi_c &= \varphi_b - I_1 \cdot R_3 = -3,111 \text{ В,} \\ \varphi_d &= \varphi_c - E_2 = -15,111 \text{ В,} \\ \varphi_e &= \varphi_d - I_1 \cdot R_4 = -15,63 \text{ В,} \\ \varphi_f &= \varphi_e - I_2 \cdot R_5 = -22,407 \text{ В,} \\ \varphi_g &= \varphi_f - I_1 \cdot R_1 = -25 \text{ В,} \\ \varphi_a &= \varphi_g + E_1 = 0 \text{ В.}\end{aligned}$$

Для определения масштаба по оси абсцисс находим суммарное сопротивление контура:

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 = 27 \text{ Ом.}$$

Построение потенциальной диаграммы начинаем с точки с нулевым потенциалом в направлении по часовой стрелке. Для построения текущей точки по оси абсцисс откладываем сопротивление участка цепи между этой точкой и точкой с нулевым потенциалом (точка «а» в данном случае). По оси ординат откладываем значение потенциала. Затем точки соединяем. Потенциальная диаграмма представлена на рис. 1.22.

Контрольное задание 1

Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 1.23-1.32, по заданным в табл. 1.1 значениям сопротивлений, источников ЭДС и источников тока выполнить:

- 1) составить систему уравнений, необходимых для определения токов электрической цепи по законам Кирхгофа;
- 2) методом контурных токов, найти токи во всех ветвях электрической цепи;
- 3) проверить правильность решения, применив метод узловых потенциалов;

- 4) определить показания амперметра, используя метод эквивалентного генератора;
- 5) определить показания вольтметра и составить баланс мощностей для заданной схемы;
- 6) для внешнего контура построить в масштабе потенциальную диаграмму.

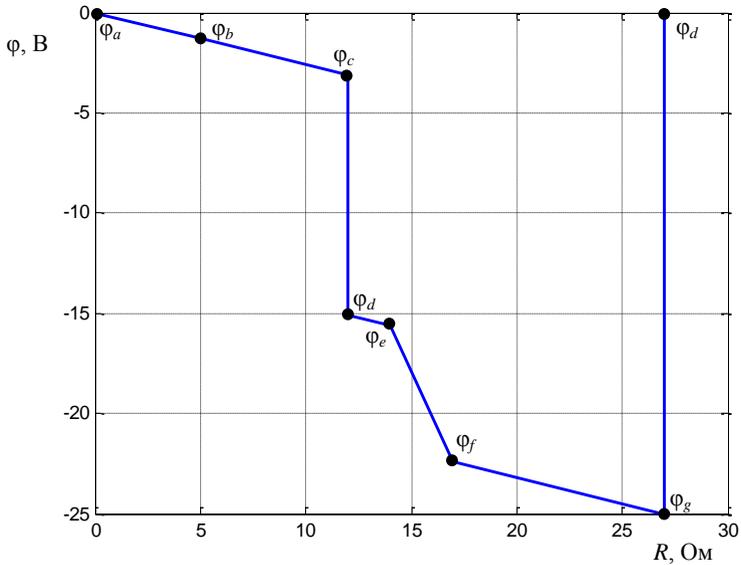


Рис. 1.22. Потенциальная диаграмма

Выбор параметров элементов цепи и номер рисунка производится по буквам Ф.И.О. студента в именительном падеже. Каждому параметру элементов цепи соответствует порядковый номер буквы в Ф.И.О. студента. Например, для студента Иванова Ивана Ивановича данные для задания, взятые из табл. 1.1 (выделены жирным шрифтом), следующие: $E_1=25\text{В}$, $E_2=10\text{В}$, $E_3=11,3\text{В}$, $J_1=1,4\text{А}$, $R_1=6\text{Ом}$, $R_2=8\text{Ом}$, $R_3=3\text{Ом}$, $R_4=5\text{Ом}$, $R_5=6\text{Ом}$, $R_6=10\text{Ом}$, $R_7=9\text{Ом}$, $R_8=5\text{Ом}$.

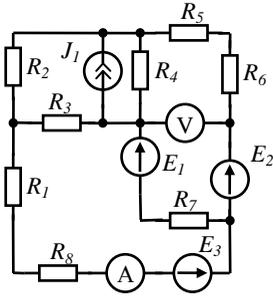


Рис. 1.23. Схема электрической цепи

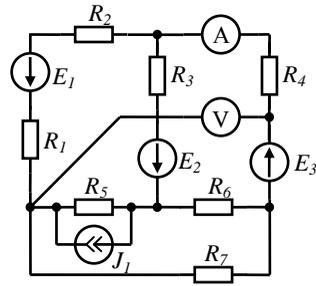


Рис. 1.24. Схема электрической цепи

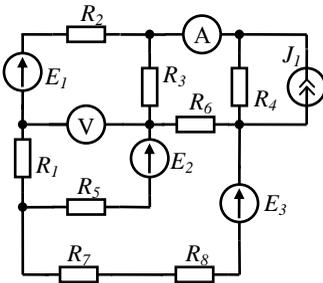


Рис. 1.25. Схема электрической цепи

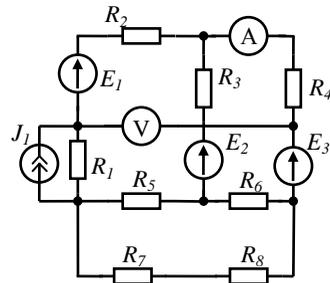


Рис. 1.26. Схема электрической цепи

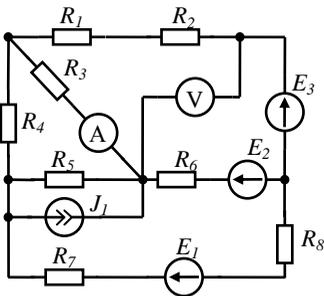


Рис. 1.27. Схема электрической цепи

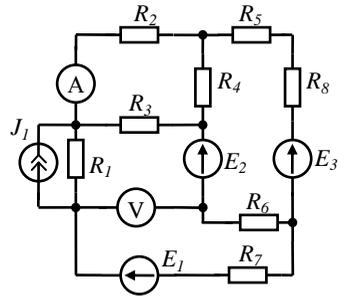


Рис. 1.28. Схема электрической цепи

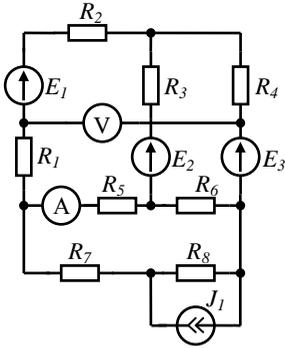


Рис. 1.29. Схема электрической цепи

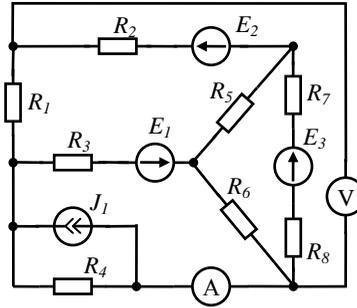


Рис. 1.30. Схема электрической цепи

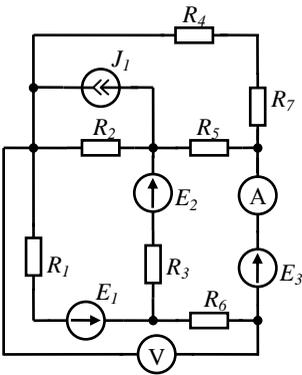


Рис. 1.31. Схема электрической цепи

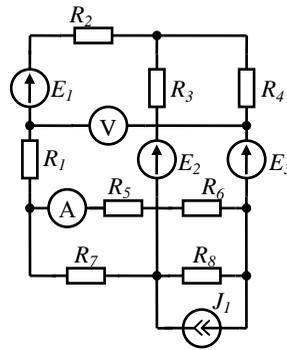


Рис. 1.32. Схема электрической цепи

Таблица 1.1

		Номер букв Ф.И.О.												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Буквы Ф.И.О.	Е1 В	Е2 В	Е3 В	Ј1 Ом	Р1 Ом	Р2 Ом	Р3 Ом	Р4 Ом	Р5 Ом	Р6 Ом	Р7 Ом	Р8 Ом	№ рисунка	
АВВ	31	10	11,3	1	5	8	4	5	6	15	5	5	1.23	
ГДЕЁ	12	12	15,3	1,1	4	3	3	6	7	20	7	4	1.24	
ЖЗИЙ	25	15	18,3	1,2	8	10	3	8	4	14	9	8	1.25	
КЛМ	10	14	7	1,3	10	12	2	9	3	15	11	9	1.26	
НОП	8	12,5	9	1,4	6	11	5	7	2	10	15	15	1.27	
РСТ	13	16,4	13,8	1,5	7	4	6	5	8	8	6	17	1.28	
УФХ	15	20,5	14,8	1,6	12	9	8	4	12	9	13	10	1.29	
ЦЧШ	14	8,8	16,8	1,7	11	7	9	11	11	11	14	7	1.30	
ЩЪЫ	21	6,5	19,8	1,8	9	6	4	10	10	7	8	12	1.31	
ЪЮЯ	6	9,5	5,5	1,9	3	5	7	12	15	6	5	14	1.32	

2. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

2.1. Основные параметры, характеризующие синусоидальную величину

Переменным называется ток (ЭДС, напряжение), направление и величина которого изменяются во времени по определенному закону (в частности по синусоидальному).

Электрические цепи, в которых значения и направления ЭДС, напряжения, тока изменяются во времени по синусоидальному закону, называют *цепями переменного синусоидального тока* [3].

Электрические цепи переменного синусоидального тока имеют наивысший КПД по сравнению с цепями несинусоидального тока. Этим обусловлено широкое применение в электротехнике переменного синусоидального тока.

Мгновенные значения тока, напряжения, ЭДС синусоидально изменяющиеся с течением времени определяются в соответствии с выражениями:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i), \\ u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u), \\ e &= E_m \sin(\omega t + \psi_e), \end{aligned}$$

где I_m, U_m, E_m – максимальное значение (или амплитуда) тока, напряжения, ЭДС; $\omega t + \psi_i, \omega t + \psi_u, \omega t + \psi_e$ – фаза тока, напряжения, ЭДС; ψ_i, ψ_u, ψ_e – начальная фаза тока, напряжения, ЭДС; ω – угловая частота.

Период, частота и угловая частота связаны между собой соотношением:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}.$$

2.2. Действующие и средние значения синусоидального тока, напряжения, ЭДС

Действующее значение переменного синусоидального тока – количественная оценка синусоидального тока, равная значению такого постоянного тока, который за время, равное периоду синусоидального тока, выделяет такое же количество теплоты, что и при синусоидальном токе. Действующее значение определяется как среднеквадратичное значение за время, равное одному периоду:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

Аналогично определяют действующие значения напряжения и ЭДС:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}$$

Для тока, напряжения и ЭДС действующие значения соответственно равны [2, 3]:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}, \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}.$$

Среднее значение синусоидального тока (напряжения, ЭДС) определяется за половину периода и, соответственно, равно [2, 3]:

$$I_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i dt = \frac{2 \cdot I_m}{\pi} = 0,637 \cdot I_m,$$

$$U_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} u \, dt = \frac{2 \cdot U_m}{\pi} = 0,637 \cdot U_m,$$

$$E_{cp} = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} e \, dt = \frac{2 \cdot E_m}{\pi} = 0,637 \cdot E_m.$$

Амплитудные и действующие значения периодически изменяющейся функции связаны между собой коэффициентом амплитуды

$$K_a = \frac{I_m}{I},$$

который для синусоидального тока равен $K_a = \sqrt{2}$.

Отношение действующего значения периодически изменяющейся функции к ее среднему значению за половину периода называют коэффициентом формы, который для синусоидального тока равен

$$K_f = \frac{I}{I_{cp}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11.$$

2.3. Векторное изображение синусоидальных электрических величин

Синусоидальные переменные электрические величины (ток, напряжение, ЭДС и др.) кроме графического изображения в виде синусоиды можно представить в виде вращающихся векторов на комплексной плоскости (рис. 2.1). Вектор вращается против хода часовой стрелки с постоянной угловой частотой $\omega=2\pi/T$. Угол поворота α вектора отсчитывают от оси абсцисс. Если длину вращающегося вектора принять равной амплитуде, а угол поворота равным фазе синусоидальной величины, то проекция вращающегося вектора на ось ординат будет равна мгновенному значению синусоидальной величины. Так, например, проекции вращающегося вектора с углом поворота $(0+\psi_u)$, $(\omega t_1+\psi_u)$, $(\omega t_2+\psi_u)$ на ось ординат равны, соответственно, мгновенным значениям напряжения в момент времени $t=0$, $t=t_1$, $t=t_2$ (см. рис. 2.1):

$$\begin{aligned}
 u_0 &= OA \cdot \sin(\psi_u) \Rightarrow u = U_m \sin(\psi_u), \\
 u_1 &= OA \cdot \sin(\omega t_1 + \psi_u) \Rightarrow u = U_m \sin(\omega t_1 + \psi_u), \\
 u_2 &= OA \cdot \sin(\omega t_2 + \psi_u) \Rightarrow u = U_m \sin(\omega t_2 + \psi_u).
 \end{aligned}$$

Совокупность векторов, изображающих синусоидальные величины одной частоты, называется *векторной диаграммой*.

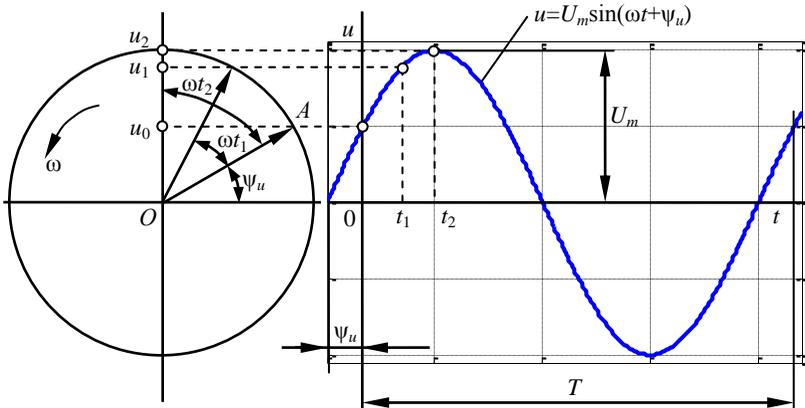


Рис. 2.1. Изображение синусоидального напряжения в виде вращающегося вектора

Использование векторов намного упрощает вычисления. Вместо тригонометрических преобразований или сложения графиков мгновенных значений синусоидальных величин (токов, напряжений) значительно проще выполнять суммирование векторов по правилу параллелограмма. Амплитуда результирующего тока будет равна:

$$\bar{I}_m = \bar{I}_{m1} + \bar{I}_{m2} + \dots + \bar{I}_{mn}.$$

Сумма проекций амплитуд токов на ось ординат равна проекции результирующего тока:

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n,$$

что соответствует первому закону Кирхгофа.

Для последовательной цепи синусоидального тока сумма напряжений также определяется посредством сложения их векторов амплитуд:

$$\bar{U}_m = \bar{U}_{m1} + \bar{U}_{m2} + \dots + \bar{U}_{mn}.$$

Проекция результирующего вектора дает сумму напряжений:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

2.4. Цепь переменного синусоидального тока, содержащая активное сопротивление R

Закон Ома справедлив для мгновенных, действующих и амплитудных значений тока и напряжения:

$$i = \frac{u}{R}, \quad I = \frac{U}{R}, \quad I_m = \frac{U_m}{R}.$$

Ток и напряжение в цепи синусоидального переменного тока с активным сопротивлением совпадают по фазе (рис. 2.2).

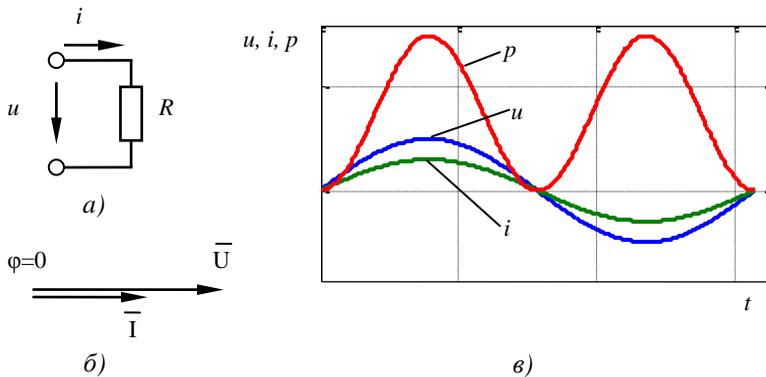


Рис. 2.2. Цепь содержащая активное сопротивление:
 а – схема цепи; б – векторная диаграмма напряжения и тока;
 в – график мгновенных значений напряжения, тока и мощности

Мгновенная мощность равна произведению мгновенных значений напряжения и тока:

$$p = u \cdot i = U_m \sin(\omega t + \psi_u) I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Мгновенная мощность в активном сопротивлении всегда положительна и изменяется от нуля до своего максимального значения по закону косинуса с удвоенной частотой. Таким образом, энергия непрерывно поступает от источника и преобразуется в теплоту в активном сопротивлении.

Средняя мощность равна:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt = \frac{1}{T} \int_0^T U_m I_m \sin^2(\omega t) dt = \frac{U_m I_m}{2} = U \cdot I = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

Она представляет собой электрическую мощность, которая преобразуется в активном сопротивлении в тепло (или в другие виды энергий в общем случае) [3].

2.5. Цепь переменного синусоидального тока, содержащая индуктивность L

При протекании в цепи (рис. 2.3, а) синусоидального тока

$$i = I_m \sin(\omega t)$$

в индуктивности наводится ЭДС самоиндукции, которая определяет падение напряжения на выводах индуктивности:

$$e_L = -L \frac{di}{dt} = -u,$$

после преобразования получим

$$u = L \frac{dI_m \sin(\omega t)}{dt} = \omega \cdot L \cdot I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = U_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

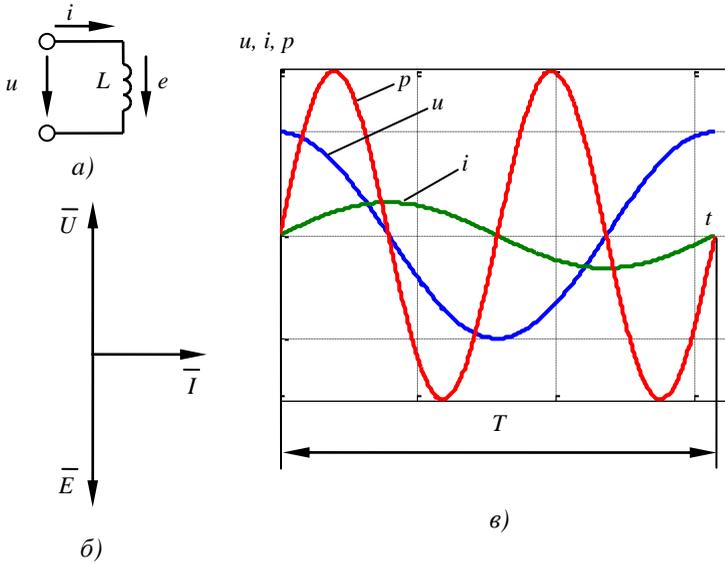


Рис. 2.3. Цепь, содержащая индуктивность:
 а – схема цепи; б – векторная диаграмма напряжения и тока;
 в – график мгновенных значений напряжения, тока и мощности

Напряжение на индуктивности и ток изменяются по синусоидальному закону (рис. 2.3, в), причем напряжение опережает ток на угол 90° . Векторная диаграмма изображена на рис. 2.3, б.

Закон Ома для цепи переменного тока с индуктивностью:

$$I = \frac{U}{\omega \cdot L} = \frac{U}{X_L},$$

где $X_L = \omega L = 2\pi fL$ – индуктивное сопротивление.

Закон Ома выполняется для амплитудных значений:

$$I_m = \frac{U_m}{X_L}.$$

Мгновенная мощность в цепи с индуктивностью равна:

$$p = u \cdot i = UI \sin(2\omega t) = P_m \sin(2\omega t).$$

Среднее значение мощности за период равно нулю:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i \, dt = 0.$$

В цепи с индуктивностью происходит непрерывный периодический обменный процесс энергией между источником и индуктивностью без потерь энергии [3].

2.6. Цепь переменного синусоидального тока, содержащая емкость C

Ток в цепи с емкостью (рис. 2.4, а) определяется по формуле:

$$i = C \frac{du_c}{dt}.$$

Если напряжение на емкости изменяется по синусоидальному закону

$$u_c = U_m \sin(\omega t),$$

тогда ток в цепи будет:

$$i = C \frac{dU_m \sin(\omega t)}{dt} = C \cdot \omega \cdot U_m \cos(\omega t) = I_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right).$$

Напряжение на емкости и ток изменяются по синусоидальному закону (рис. 2.4, в), причем ток опережает напряжение на угол 90° . Векторная диаграмма изображена на рис. 2.4, б.

Закон Ома для цепи переменного синусоидального тока с емкостью:

$$I = \frac{U}{\frac{1}{\omega C}} = \frac{U}{X_C},$$

где $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$ - емкостное сопротивление.

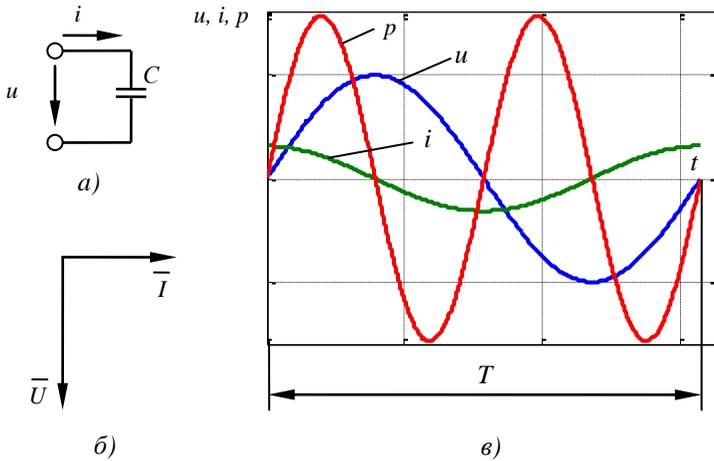


Рис. 2.4. Цепь содержащая индуктивность:
 а – схема цепи; б – векторная диаграмма напряжения и тока;
 в – график мгновенных значений напряжения, тока и мощности

Закон Ома для амплитудных значений:

$$I_m = \frac{U_m}{X_C}.$$

Мгновенная мощность в цепи с емкостью равна:

$$p = u \cdot i = \frac{U_m I_m}{2} \sin \langle \omega \cdot t \rangle \rightrightarrows U \cdot I \cdot \sin \langle \omega \cdot t \rangle \rightrightarrows P_m \sin \langle \omega \cdot t \rangle.$$

Среднее значение мощности за период равно нулю, так же как в цепи с индуктивностью.

2.7. Последовательное соединение R, L, C элементов

При синусоидальном токе, протекающем по цепи (рис. 2.5), содержащей R, L, C элементы,

$$i = I_m \sin \omega t$$

напряжение цепи будет:

$$u = u_r + u_L + u_C = U_{mr} \cdot \sin \omega t + U_{mL} \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) + U_{mC} \cdot \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

где $U_{mr} = I_m \cdot R$ - амплитуда напряжения на активном сопротивлении; $U_{mL} = I_m \cdot X_L$ - амплитуда напряжения на индуктивном сопротивлении; $U_{mC} = I_m \cdot X_C$ - амплитуда напряжения на емкостном сопротивлении.

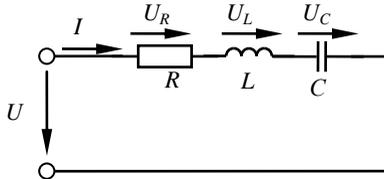


Рис. 2.5. Схема последовательной R, L, C цепи

Векторные диаграммы для цепи из последовательного соединения R, L, C элементов представлены на рис. 2.6. Вектор напряжения приложенного к цепи равен:

$$\bar{U} = \bar{U}_R + \bar{U}_L + \bar{U}_C.$$

При $X_L > X_C$ напряжение на индуктивности будет больше напряжения на емкости, векторная диаграмма в этом случае будет иметь вид, как показано на рис. 2.6, а. При $X_L < X_C$ напряжение на индуктивности будет меньше напряжения на емкости, векторная диаграмма в этом

случае будет иметь вид, как показано на рис. 2.6, б. Величина напряжения приложенного к цепи равна:

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}.$$

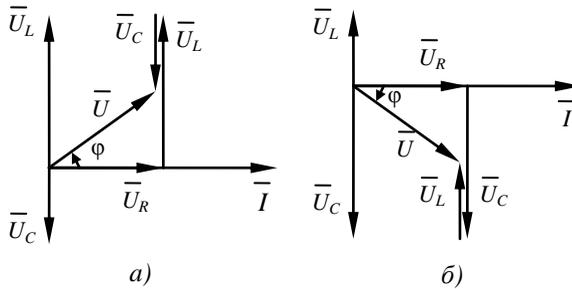


Рис. 2.6. Векторные диаграммы:

а – для цепи с индуктивным характером; б – для цепи с емкостным характером

Закон Ома для R, L, C цепи:

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U}{Z},$$

где $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + X_p^2}$ - полное сопротивление цепи, Ом; $X_p = X_L - X_C$ - реактивное сопротивление цепи, Ом.

Мгновенное значение напряжения приложенного к цепи равно:

$$u = U_m \sin(\omega t + \varphi),$$

где $\varphi = \arctg\left(\frac{X_L - X_C}{R}\right)$ - угол сдвига фаз между током и напряжением цепи.

2.8. Треугольник напряжений, сопротивлений

Треугольник напряжений получается, если напряжение, приложенное к цепи, разложить на активную и реактивную составляющие. Активная составляющая напряжения совпадает с током по фазе. Реактивная составляющая напряжения опережает ток на угол 90° , если цепь имеет индуктивный характер (рис. 2.7, а), а в случае, когда цепь имеет емкостный характер, реактивная составляющая напряжения отстает от тока на угол 90° (рис. 2.7, б).

Треугольник сопротивлений представляет собой прямоугольный треугольник, один катет которого – активное сопротивление, второй катет – реактивное сопротивление, а гипотенуза – полное сопротивление цепи. Треугольник сопротивлений получается, если стороны треугольника напряжений разделить на ток. В зависимости от характера реактивного сопротивления будет меняться вид треугольника сопротивлений (рис. 2.7, в, г).

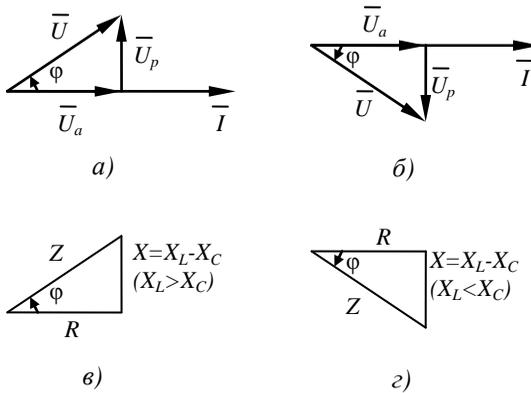


Рис. 2.7. Треугольник напряжений, треугольник сопротивлений

Соотношения, вытекающие из треугольника сопротивлений:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}, \quad \cos \varphi = \frac{R}{Z}, \quad \varphi = \arctg \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right).$$

2.9. Составляющие мощности цепи переменного тока. Треугольник мощностей

Активная, реактивная и полная мощности определяются по формулам:

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = I^2 R,$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 X_p,$$

$$S = U \cdot I = I^2 \cdot Z.$$

Если умножить треугольник напряжений на ток получим треугольник мощностей (рис. 2.8).

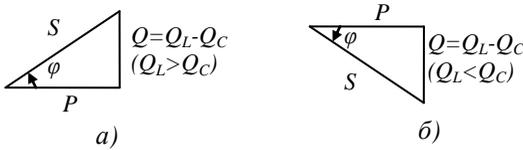


Рис. 2.8. Треугольник мощностей:

a – для цепи имеющей индуктивный характер; *б* – для цепи имеющей емкостный характер

Соотношения, вытекающие из треугольника мощностей:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}, \quad \cos \varphi = \frac{P}{S}, \quad \sin \varphi = \frac{Q}{S}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}.$$

Для цепей переменного синусоидального тока выполняется баланс мощностей, согласно которого в любой линейной электрической цепи переменного синусоидального тока сумма активных мощностей источников ЭДС равна сумме активных мощностей приемников, а сумма реактивных мощностей источников ЭДС – сумме реактивных мощностей приемников:

$$\sum P_u = \sum P_n, \quad \sum Q_u = \sum Q_n,$$

где P_u , Q_u – активная и реактивная мощности источников; P_n , Q_n – активная и реактивная мощности потребителей.

2.10. Резонанс напряжений

Явление резонанса возникающего в цепи содержащей последовательное соединение R, L, C элементов называют *резонансом напряжений* [2]. При резонансе в электрической цепи угол сдвига фаз между током и напряжением равен нулю. Условие возникновения резонанса – равенство нулю реактивной составляющей сопротивления цепи $X = X_L - X_C = 0$ или $X_L = X_C$.

Резонансная частота определяется по формуле:

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

$$f_{рез} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Признаки резонанса напряжений: полное сопротивление равно активному, угол сдвига фаз между напряжением и током равен нулю, коэффициент мощности равен единице, действующее напряжение на индуктивности равно напряжению на емкости и может превышать входное напряжение, реактивная мощность равна нулю, полная мощность равна активной.

2.11. Параллельное соединение потребителей

При параллельном соединении потребителей (рис. 2.9, а) напряжения на каждой ветви одинаковы, общий ток равен сумме токов отдельных ветвей. Ток в каждой ветви по закону Ома равен:

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}},$$

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}},$$

$$I_3 = \frac{U}{\sqrt{R_3^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2}}.$$

Косинус угла сдвига фаз между соответствующим током и напряжением для каждого потребителя определяется по формулам:

$$\begin{aligned}\cos \varphi_1 &\equiv \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2}}, \\ \cos \varphi_2 &\equiv \frac{R_2}{\sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2}}, \\ \cos \varphi_3 &\equiv \frac{R_3}{\sqrt{R_3^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2}}.\end{aligned}$$

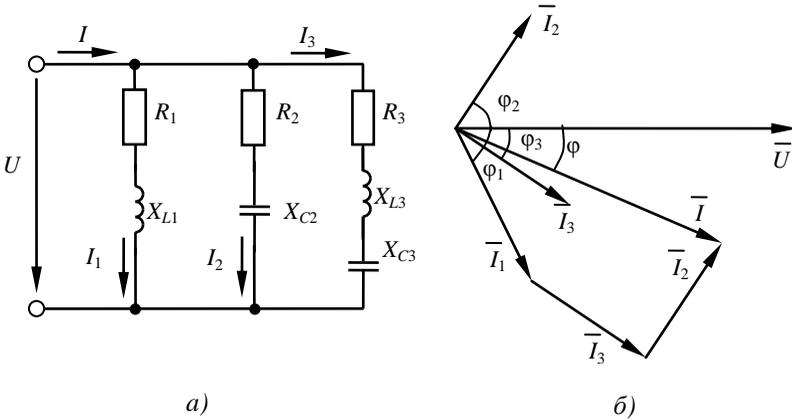


Рис. 2.9. Параллельное соединение потребителей:
а – схема цепи; б – векторная диаграмма

Общий ток равен геометрической сумме токов ветвей (рис. 2.9, б):

$$\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3.$$

Аналитически рассчитать токи и напряжения можно, если преобразовать разветвленную цепь в простейшую. Для этого используют проводимости:

$$\text{активная проводимость } g = \frac{R}{Z^2},$$

реактивная проводимость $b = \frac{X_p}{Z^2} = \frac{X_C - X_L}{Z^2}$,

полная проводимость $y = \frac{1}{Z}$.

Активные составляющие токов ветвей равны:

$$I_{1a} = U \cdot g_1, I_{2a} = U \cdot g_2, I_{3a} = U \cdot g_3.$$

Реактивные составляющие токов ветвей равны:

$$I_{1p} = U \cdot b_{L1}, I_{2p} = U \cdot b_{C2}, I_{3p} = U \cdot (b_{C3} - b_{L3}).$$

Ток в неразветвленной части цепи равен:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(I_{1a} + I_{2a} + I_{3a})^2 + (I_{1p} + I_{2p} + I_{3p})^2}.$$

2.12. Треугольник токов, проводимостей

Треугольник токов получим, если разложить ток разветвленной цепи на активную и реактивную составляющие. Активная составляющая совпадает по фазе с напряжением. Реактивная составляющая отстает по фазе от напряжения на угол 90^0 , если $b_L > b_C$ (рис. 2.10, б), и опережает по фазе напряжение на угол 90^0 , если $b_L < b_C$ (рис. 2.10, а).

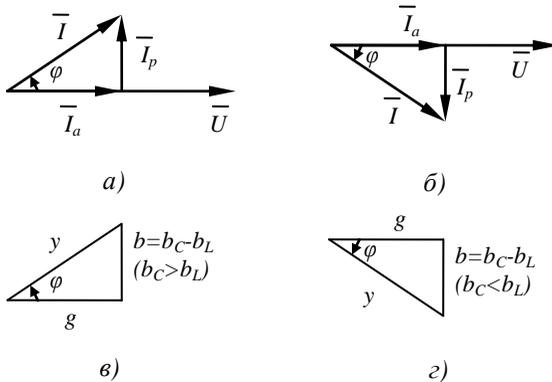


Рис. 2.10. Треугольник токов, треугольник проводимостей

Соотношения, вытекающие из треугольника токов:

$$\begin{aligned} I_a &= I \cdot \cos \phi, \\ I_p &= I \cdot \sin \phi, \\ I &= \sqrt{I_a^2 + I_p^2}. \end{aligned}$$

Треугольник проводимостей – это прямоугольный треугольник, один катет которого есть активная проводимость, другой – реактивная, гипотенуза – полная проводимость (рис. 2.10, в, з). Треугольник проводимостей получается, если стороны треугольника токов разделить на напряжение, приложенное к цепи. Соотношения, вытекающие из треугольника проводимостей:

$$\begin{aligned} \cos \phi &= \frac{g}{y}, \quad \sin \phi = \frac{b}{y}, \quad \operatorname{tg} \phi = \frac{b}{g}, \\ y &= \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_c - b_L)^2}. \end{aligned}$$

2.13. Резонанс токов

Явление резонанса в цепи переменного тока, содержащей параллельно соединенные индуктивный и емкостный элементы, называют *резонансом токов*. Условие возникновения резонанса токов – равенство нулю реактивной проводимости цепи $b = b_c - b_L = 0$ или $b_L = b_c$.

Признаки резонанса токов: угол сдвига фаз между током в неразветвленной части цепи и напряжением равен нулю, коэффициент мощности равен единице, индуктивная составляющая тока равна емкостной, полная проводимость равна активной.

2.14. Символический метод расчета цепей синусоидального тока

Сущность символического метода состоит в переходе от интегро-дифференциальных уравнений, составленных для мгновенных значений синусоидальных величин, к алгебраическим уравнениям, составленным относительно комплексов (символов) тока, напряжения, ЭДС [3]. Мгновенное значение синусоидальной ЭДС

$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ заменяют комплексной амплитудой $\underline{E}_m = E_m e^{j\psi_e}$ или комплексным действующим значением $\underline{E} = E e^{j\psi_e}$. Аналогично для синусоидальных токов и напряжений:

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i), \quad \underline{I}_m = I_m e^{j\psi_i}, \quad \underline{I} = I e^{j\psi_i}, \\ u &= U_m \sin(\omega t + \psi_u), \quad \underline{U}_m = U_m e^{j\psi_u}, \quad \underline{U} = U e^{j\psi_u}. \end{aligned}$$

Комплексное сопротивление, проводимость. Пассивный участок цепи определяется комплексным сопротивлением. Обозначается комплексное сопротивление через \underline{Z} . Для участка цепи, содержащей в общем случае R, L, C элементы, комплексное сопротивление будет:

$$\underline{Z} = z e^{j\varphi} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right).$$

Величина обратная комплексному сопротивлению есть комплексная проводимость:

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} - j \frac{X}{R^2 + X^2} = g - jb = y e^{-j\varphi}.$$

Закон Ома в комплексной форме для пассивного участка цепи

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}},$$

для участка цепи, содержащего синусоидальную ЭДС,

$$\underline{I} = \frac{\underline{U} \pm \underline{E}}{\underline{Z}}.$$

Законы Кирхгофа в комплексной форме. Первый закон Кирхгофа: сумма комплексов токов ветвей подключенных к узлу равна нулю

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0.$$

Как и в цепях постоянного тока, при составлении уравнений со знаком «+» берутся токи, направленные к узлу, а со знаком «-» берутся токи, направленные от узла (или наоборот).

Второй закон Кирхгофа: алгебраическая сумма комплексных падений напряжения в замкнутом контуре равна алгебраической сумме комплексных ЭДС, действующих в этом же контуре:

$$\sum_{k=1}^n I_k Z_k = \sum_{k=1}^n E_k.$$

При составлении уравнений падения напряжения берутся со знаком «+», если направление тока совпадает с направлением обхода контура, со знаком «-» – в противном случае. ЭДС берется со знаком «+», если направление ЭДС совпадает с направлением обхода контура, со знаком «-» – в противном случае.

Комплексная мощность. Полная мощность в комплексной форме есть произведение комплексного напряжения на комплексно сопряженный ток:

$$\underline{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ.$$

Активная мощность равна действительной части полной мощности, реактивная мощность равна мнимой части полной мощности.

Баланс мощностей в комплексной форме имеет вид:

$$\sum_{k=1}^n E_k I_k^* + \sum_{k=1}^n \underline{U}_k J_k^* = \sum_{k=1}^n I_k^2 Z_k.$$

2.15. Типовые примеры

Пример 2.1. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.11, определить напряжения на элементах схемы, ток, активную, реактивную и полную мощности. Построить в масштабе векторную топографическую диаграмму напряжений.

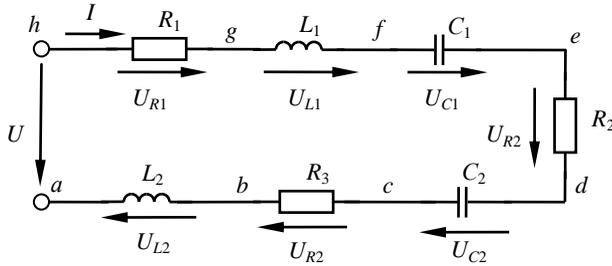


Рис. 2.11. Схема электрической цепи к примеру 2.1

Данные для расчета: $U=110\text{В}$, $R_1=15$, $R_2=8$, $R_3=8$, $L_1=100\text{мГн}$, $L_2=50\text{мГн}$, $C_1=350\text{мкФ}$, $C_2=200\text{мкФ}$, $f=50\text{Гц}$.

Решение:

Индуктивные и емкостные сопротивления участков цепи равны:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-3} = 31,4159 \text{ Ом},$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 15,708 \text{ Ом},$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 350 \cdot 10^{-6}} = 9,0946 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 15,9155 \text{ Ом}.$$

Эквивалентные активное, реактивное и полное сопротивления равны:

$$R_{\Sigma} = R_1 + R_2 + R_3 = 15 + 8 + 8 = 31 \text{ Ом},$$

$$X_{\Sigma} = X_{L1} + X_{L2} - X_{C1} - X_{C2} = 31,4159 + 15,708 - 9,0946 - 15,9155 = 22,1138 \text{ Ом},$$

$$Z_{\Sigma} = \sqrt{R_{\Sigma}^2 + X_{\Sigma}^2} = \sqrt{31^2 + 22,1138^2} = 38,0791 \text{ Ом}.$$

Ток в цепи равен (по закону Ома):

$$I = \frac{U}{Z_{\Sigma}} = \frac{110}{38,0791} = 2,8887 \text{ А}.$$

Напряжения на элементах цепи равны:

$$U_{R1} = I \cdot R_1 = 2,8887 \cdot 15 = 43,3308 \text{ В},$$

$$U_{R2} = I \cdot R_2 = 2,8887 \cdot 8 = 23,1098 \text{ В},$$

$$U_{R3} = I \cdot R_3 = 2,8887 \cdot 8 = 23,1098$$

$$U_{L1} = I \cdot X_{L1} = 2,8887 \cdot 31,4159 = 90,7518 \text{ В},$$

$$U_{L2} = I \cdot X_{L2} = 2,8887 \cdot 15,708 = 45,9754 \text{ В},$$

$$U_{C1} = I \cdot X_{C1} = 2,8887 \cdot 9,0946 = 26,2717 \text{ В},$$

$$U_{C2} = I \cdot X_{C2} = 2,8887 \cdot 15,9155 = 45,9754 \text{ В}.$$

Построение векторной топографической диаграммы начинаем с построения вектора тока \bar{I} , общего для всех элементов цепи. Векторы напряжения строим в порядке расположения соответствующих им элементов, начиная с точки a , направление обхода против часовой стрелки (рис. 2.12).

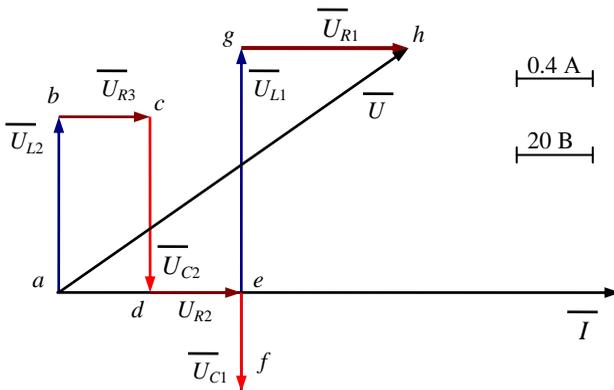


Рис. 2.12. Векторная топографическая диаграмма напряжений

Полная мощность равна:

$$S = U \cdot I = 110 \cdot 2,8887 = 317,7592 \text{ ВА}$$

Коэффициент мощности цепи равен:

$$\cos\varphi = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{Z} = \frac{15 + 8 + 8}{38,0791} = 0,8141.$$

Активная и реактивная мощности равны:

$$P = S \cdot \cos\varphi = 317,7592 \cdot 0,8141 = 258,6858 \text{ (Вт)},$$

$$Q = S \cdot \sin\varphi = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{317,7592^2 - 258,6858^2} = 184,5334 \text{ (вар)}.$$

Пример 2.2. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.13, определить токи в каждой ветви и в неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности. Построить в масштабе векторную диаграмму токов.

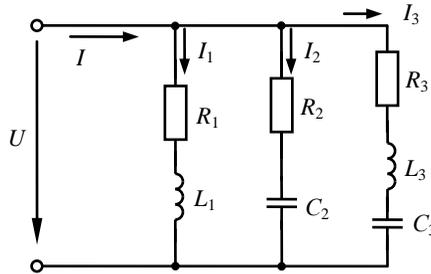


Рис. 2.13. Схема электрической цепи к примеру 2.2

Данные для расчета:

$U=110\text{В}$, $R_1=10\text{ Ом}$, $R_2=5\text{ Ом}$, $R_3=15\text{ Ом}$, $L_1=50\text{мГн}$, $L_3=30\text{мГн}$,
 $C_2=250\text{мкФ}$, $C_3=200\text{мкФ}$, $f=50\text{Гц}$.

Решение:

Реактивные сопротивления ветвей равны:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 15,708 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = 12,732 \text{ Ом},$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_3 = 9,425 \text{ Ом},$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_3} = 15,915 \text{ Ом}.$$

Полные сопротивления и углы сдвига фаз в ветвях:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L1}^2} = 18,621 \text{ Ом},$$

$$\varphi_1 = \arctg \left(\frac{-X_{L1}}{R_1} \right) = -1,004 \text{ рад},$$

$$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C2}^2} = 13,679 \text{ Ом},$$

$$\varphi_2 = \arctg \left(\frac{X_{C2}}{R_2} \right) = 1,194 \text{ рад},$$

$$Z_3 = \sqrt{R_3^2 + (X_{L3} - X_{C3})^2} = 16,344 \text{ Ом},$$

$$\varphi_3 = \arctg \left(\frac{X_{C3} - X_{L3}}{R_3} \right) = 0,408 \text{ рад}.$$

Токи в ветвях равны:

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = 5,907 \text{ А},$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = 8,042 \text{ А},$$

$$I_3 = \frac{U}{Z_3} = 6,73 \text{ А}.$$

Разложим токи в ветвях на активную и реактивную составляющие:

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = 5,907 \cos 1,004 = 3,172 \text{ А},$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 8,042 \cos 1,194 = 2,939 \text{ А},$$

$$I_{3a} = I_3 \cos \varphi_3 = 6,73 \cos 0,408 = 6,177 \text{ А},$$

$$I_{1p} = I_1 \sin \varphi_1 = 5,907 \sin 1,004 = -4,983 \text{ А},$$

$$I_{2p} = I_2 \sin \varphi_2 = 8,042 \sin 1,194 = 7,485 \text{ А},$$

$$I_{3p} = I_3 \sin \varphi_3 = 6,73 \sin 0,408 = 2,673 \text{ А}.$$

Активная и реактивная составляющие в неразветвленной части цепи:

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} + I_{3a} = 3,172 + 2,939 + 6,177 = 12,289 \text{ A},$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} + I_{3p} = -4,983 + 7,485 + 2,673 = 5,175 \text{ A}.$$

Ток в неразветвленной части цепи равен:

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_b^2} = 13,334 \text{ A}.$$

Коэффициент мощности равен:

$$\cos \phi \Rightarrow \frac{I_a}{I} = 0,922.$$

Полная, активная и реактивная мощности равны:

$$S = U \cdot I = 1467 \text{ ВА},$$

$$P = S \cdot \cos \phi \Rightarrow 1352 \text{ Вт},$$

$$Q = S \cdot \sin \phi \Rightarrow 569,2 \text{ вар}.$$

Векторная диаграмма приведена на рис. 2.14.

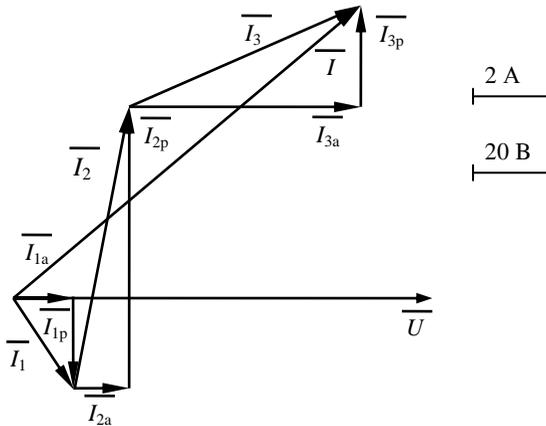


Рис. 2.14. Векторная диаграмма

Пример 2.3. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.15, определить токи во всех ветвях цепи и напряжения на отдельных участках. Составить баланс активной и реактивной мощностей. Построить в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. Определить показания вольтметра и ваттметра. Данные для расчета: $R_1=8\text{ Ом}$, $R_2=5\text{ Ом}$, $R_3=4\text{ Ом}$, $R_4=12\text{ Ом}$, $R_5=4\text{ Ом}$, $L_1=80\text{ мГн}$, $L_2=50\text{ мГн}$, $L_3=30\text{ мГн}$, $C_1=100\text{ мкФ}$, $C_2=200\text{ мкФ}$, $f=50\text{ Гц}$, $\underline{E}_1 = 200e^{j0}$, $\underline{E}_2 = 250e^{j\frac{\pi}{3}}$.

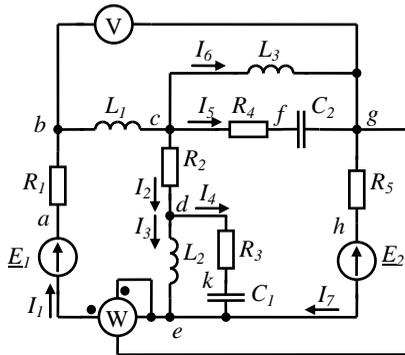


Рис. 2.15. Схема электрической цепи к примеру 2.3

Решение:

Реактивные сопротивления равны:

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 25,133 \text{ Ом},$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 15,708 \text{ Ом},$$

$$X_{L3} = \omega L_3 = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_3 = 9,425 \text{ Ом},$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = 31,331 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = 15,915 \text{ Ом}.$$

Для определения токов I_1 , I_2 , I_7 используем метод двух узлов. Для чего преобразуем схему, посредством замены последовательно-

параллельных соединений элементов их эквивалентными значениями сопротивлений, как показано на рис. 2.16.

Комплексы сопротивлений ветвей равны:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= R_1 + jX_{L1} = 8 - j25,133 \text{ Ом}, \\ \underline{Z}_2 &= R_2 + \frac{jX_{L2} \cdot \underbrace{R_3 - jX_{C1}}_{\text{параллельно}}} {R_3 + jX_{L2} - jX_{C1}} = 8,577 + j30,124 \text{ Ом}, \\ \underline{Z}_3 &= R_4 + \frac{jX_{L3} \cdot \underbrace{R_4 - jX_{C2}}_{\text{параллельно}}} {R_4 + jX_{L3} - jX_{C2}} = 9,724 + j12,522 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

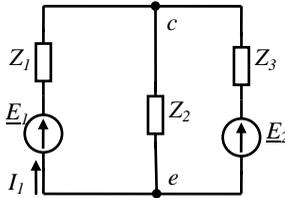


Рис. 2.16. Эквивалентная схема цепи к примеру 2.3

Напряжение между узлами c и e цепи равно:

$$\underline{U}_{ce} = \frac{E_1 \frac{1}{\underline{Z}_1} + E_2 \frac{1}{\underline{Z}_3}}{\frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}} = 96,498 + j104,875 \text{ Ом}.$$

Токи в ветвях равны:

$$\underline{I}_1 = \frac{E_1 - \underline{U}_{ce}}{\underline{Z}_1} = -2,599 - j4,945 \text{ А},$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{ce}}{\underline{Z}_2} = 4,064 - j2,046 \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{E_2 - \underline{U}_{ce}}{\underline{Z}_3} = -6,663 - j2,899 \text{ А},$$

$$\underline{I}_3 = \frac{\underline{I}_2 \frac{jX_{L2} \textcircled{R}_3 - jX_{C1}}{R_3 + jX_{L2} - jX_{C1}}}{jX_{L2}} = 7,328 - j4,85 \text{ A},$$

$$\underline{I}_4 = \frac{\underline{I}_2 \frac{jX_{L2} \textcircled{R}_3 - jX_{C1}}{R_3 + jX_{L2} - jX_{C1}}}{R_3 - jX_{C1}} = -3,264 + j2,803 \text{ A},$$

$$\underline{I}_5 = \frac{\underline{I}_7 \frac{jX_{L3} \textcircled{R}_4 - jX_{C2}}{R_4 + jX_{L3} - jX_{C2}}}{R_4 - jX_{C2}} = 3,951 - j3,096 \text{ A},$$

$$\underline{I}_6 = \frac{\underline{I}_7 \frac{jX_{L3} \textcircled{R}_4 - jX_{C2}}{R_4 + jX_{L3} - jX_{C2}}}{jX_{L3}} = -10,614 + j0,196 \text{ A}.$$

Напряжение на сопротивлении R_1 равно:

$$\underline{U}_{R1} = \underline{I}_1 \cdot R_1 = -20,789 - j39,563 \text{ В}.$$

Напряжение на сопротивлении R_2 равно:

$$\underline{U}_{R2} = \underline{I}_2 \cdot R_2 = 20,32 - j10,231 \text{ В}.$$

Напряжение на сопротивлении R_3 равно:

$$\underline{U}_{R3} = \underline{I}_4 \cdot R_3 = -13,056 + j11,213 \text{ В}.$$

Напряжение на сопротивлении R_4 равно:

$$\underline{U}_{R4} = \underline{I}_5 \cdot R_4 = 47,416 - j37,147 \text{ В}.$$

Напряжение на сопротивлении R_5 равно:

$$\underline{U}_{R5} = \underline{I}_7 \cdot R_5 = -26,651 - j11,597 \text{ В}.$$

Напряжение на индуктивности L_1 равно:

$$\underline{U}_{L1} = \underline{I}_1 \cdot jX_{L1} = 124,292 - j65,312 \text{ В.}$$

Напряжение на индуктивности L_2 равно:

$$\underline{U}_{L2} = \underline{I}_3 \cdot jX_{L3} = 76,178 + j115,106 \text{ В.}$$

Напряжение на индуктивности L_3 равно:

$$\underline{U}_{L3} = \underline{I}_6 \cdot jX_{L3} = -1,852 - j100,035 \text{ В.}$$

Напряжение на емкости C_1 равно:

$$\underline{U}_{C1} = \underline{I}_4 \cdot \left(jX_{C1} \right) = 89,233 + j103,893 \text{ В.}$$

Напряжение на емкости C_2 равно:

$$\underline{U}_{C2} = \underline{I}_5 \cdot \left(jX_{C2} \right) = -49,268 - j62,888 \text{ В.}$$

Составим баланс активной и реактивной мощностей. Полная мощность, отдаваемая источниками:

$$\underline{S} = \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* - \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_7^* = 940,78 + j2069 \text{ ВА.}$$

Суммарная активная мощность в ветвях цепи:

$$P = I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2 + I_4^2 \cdot R_3 + I_5^2 \cdot R_4 + I_7^2 \cdot R_5 = 940,78 \text{ Вт.}$$

Суммарная реактивная мощность в ветвях цепи:

$$Q = I_1^2 \cdot X_{L1} + I_3^2 \cdot X_{L2} - X_{C1} \cdot I_4^2 - X_{C2} \cdot I_5^2 + I_6^2 \cdot X_{L3} = 2069 \text{ вар.}$$

Баланс мощности выполняется.

Для построения топографической диаграммы напряжений определим комплексы потенциалов точек цепи:

$$\begin{aligned}
 \varphi_e &= 0 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_a &= \underline{\varphi}_e + \underline{E}_1 = 200 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_b &= \underline{\varphi}_a - \underline{I}_1 \cdot R_1 = 220.789 + j39.563 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_c &= \underline{\varphi}_b - \underline{I}_1 \cdot \underline{X}_{L1} = 96.498 + j104.875 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_d &= \underline{\varphi}_c - \underline{I}_2 \cdot R_2 = 76.178 + j115.106 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_e &= \underline{\varphi}_d - \underline{I}_3 \cdot \underline{X}_{L2} = 0 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_k &= \underline{\varphi}_d - \underline{I}_4 \cdot R_3 = 89.233 + j103.893 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_e &= \underline{\varphi}_k - \underline{I}_4 \cdot jX_{C1} = 0 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_f &= \underline{\varphi}_c - \underline{I}_5 \cdot R_4 = 49,081 + j142,022 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_g &= \underline{\varphi}_f - \underline{I}_5 \cdot jX_{C2} = 98,349 + j204,918 \\
 \underline{\varphi}_h &= \underline{\varphi}_g - \underline{I}_7 \cdot R_5 = 125 + j216.506 \text{ В}, \\
 \underline{\varphi}_e &= \underline{\varphi}_h - \underline{E}_2 = 0 \text{ В}.
 \end{aligned}$$

Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма токов приведены на рис. 2.17.

Показания вольтметра:

$$\begin{aligned}
 U_v &= \sqrt{\operatorname{Re} \left(\underline{I}_1 \cdot jX_{L1} + \underline{I}_5 \cdot R_4 - jX_{C2} \right)^2 + \operatorname{Im} \left(\underline{I}_1 \cdot jX_{L1} + \underline{I}_5 \cdot R_4 - jX_{C2} \right)^2} = \\
 &= 205.745 \text{ В}.
 \end{aligned}$$

Показания ваттметра:

$$P = \operatorname{Re} \left(\underline{\varphi}_e - \underline{U}_g \right) \cdot \underline{I}_1^* = -1269 \text{ Вт}.$$

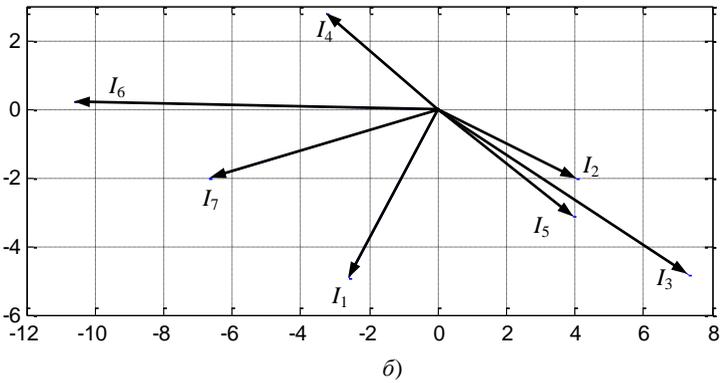
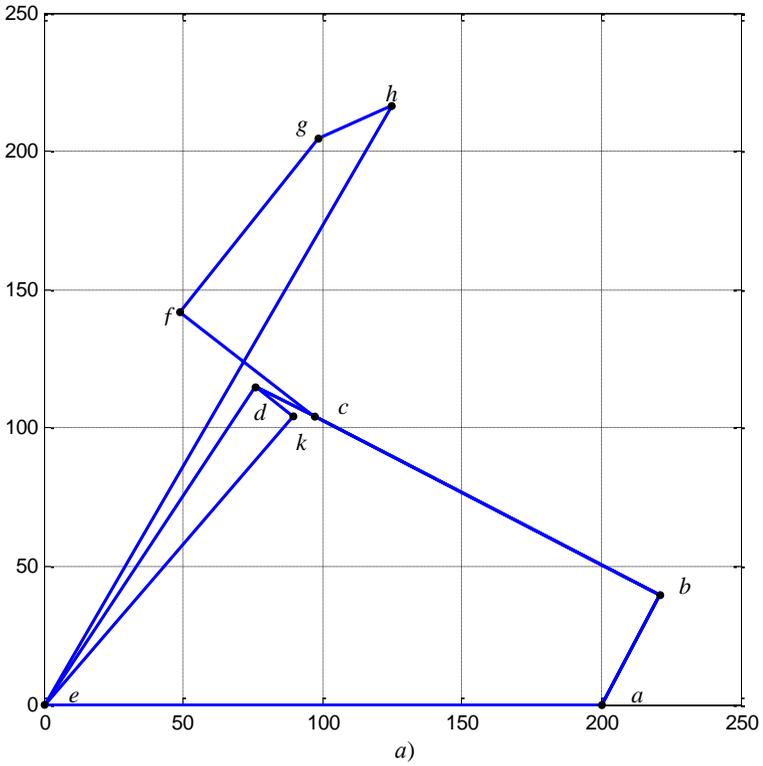


Рис. 2.17 Топографическая диаграмма напряжений (а) векторная диаграмма токов (б)

Контрольное задание 2

Задача 1. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.18, определить напряжения на элементах схемы, ток, активную, реактивную и полную мощности. Построить в масштабе векторную диаграмму напряжений. Значения параметров элементов электрической цепи приведены в табл. 2.1.

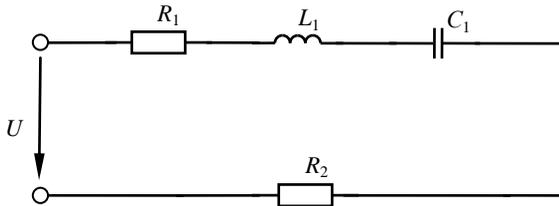


Рис. 2.18. Схема электрической цепи

Таблица 2.1

	Номер букв Ф.И.О.				
	1	2	3	4	5
Буквы Ф.И.О.	U , В	R_1 , Ом	R_2 , Ом	C_1 , мкФ	L_1 , мГн
АБВ	50	7	9	300	31
ГДЕЁ	60	10	18	320	32
ЖЗИЙ	70	15	24	280	26
КЛМ	80	6	5	290	29
НОП	90	12	8	315	30
РСТ	100	16	14	295	25
УФХ	110	8	23	330	28
ЦЧШ	120	16	11	270	31
ЩЪЫ	130	22	7	285	29
БЭЮЯ	140	25	10	275	27

Задача 2. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.19, определить токи в каждой ветви и неразветвленной части цепи, активную, реактивную и полную мощности. Построить в масштабе векторную диаграмму токов. Значения параметров элементов электрической цепи приведены в табл. 2.2.

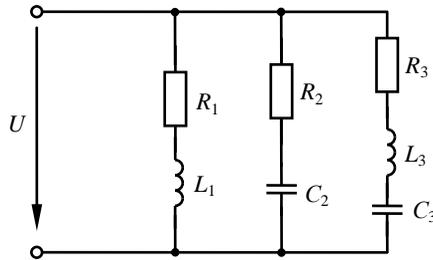


Рис. 2.19. Схема электрической цепи

Таблица 2.2

	Номер букв Ф.И.О.							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Буквы Ф.И.О.	$U, В$	$R1, Ом$	$R2, Ом$	$R3, Ом$	$C2, мкФ$	$C3, мкФ$	$L1, мГн$	$L3, мГн$
АБВ	30	10	8	10	150	100	200	100
ГДЕЕ	40	20	5	11	200	90	210	105
ЖЗИЙ	50	12	15	12	160	110	220	110
КЛМ	60	22	27	13	210	120	150	120
НОП	70	15	32	14	220	80	180	140
РСТ	25	8	40	15	170	130	190	145
УФХ	35	16	14	16	175	70	195	108
ЦЧШ	45	19	18	17	195	135	165	67
ЩЪЫ	55	26	7	18	180	140	205	75
БЭЮЯ	65	31	24	19	230	150	230	80

Задача 3. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 2.20 – 2.29, по заданным в таблице 2.3 параметрам элементов и ЭДС источников определить токи во всех ветвях цепи и напряжения на отдельных участках. Составить баланс активной и реактивной мощностей. Построить в масштабе на комплексной плоскости векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений. Определить показания вольтметра.

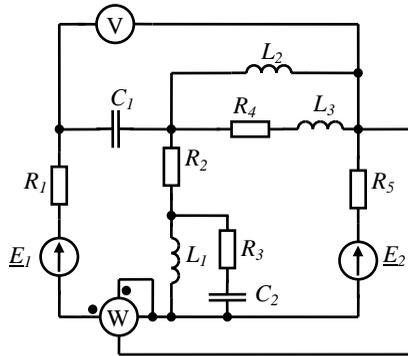


Рис. 2.20. Схема электрической цепи

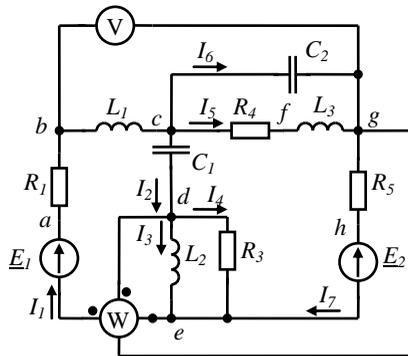


Рис. 2.21. Схема электрической цепи

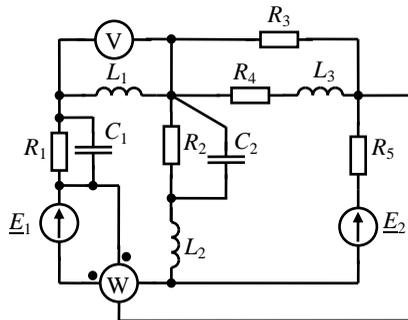


Рис. 2.22. Схема электрической цепи

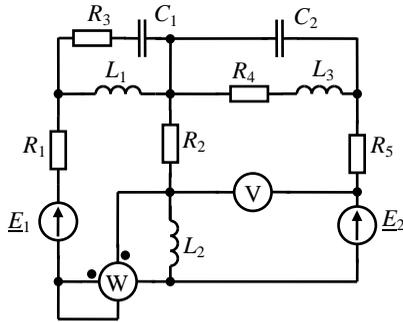


Рис. 2.23. Схема электрической цепи

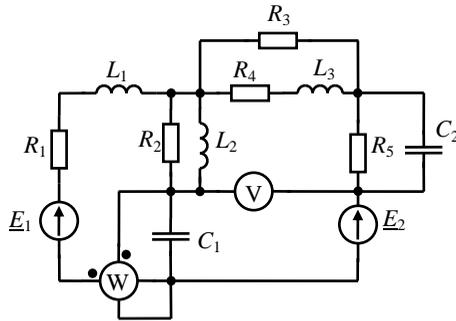


Рис. 2.24. Схема электрической цепи

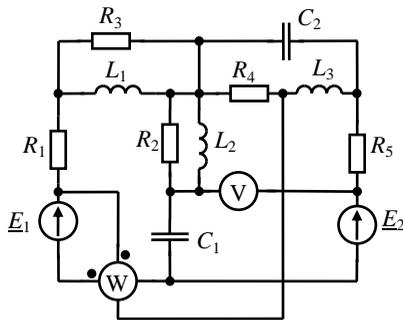


Рис. 2.25. Схема электрической цепи

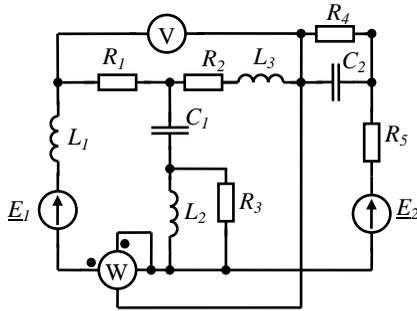


Рис. 2.26. Схема электрической цепи

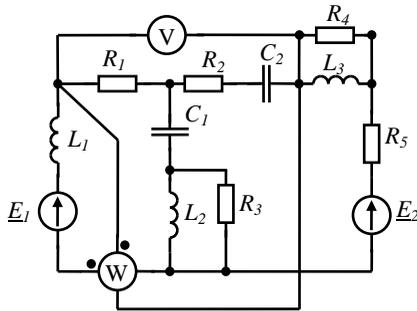


Рис. 2.27. Схема электрической цепи

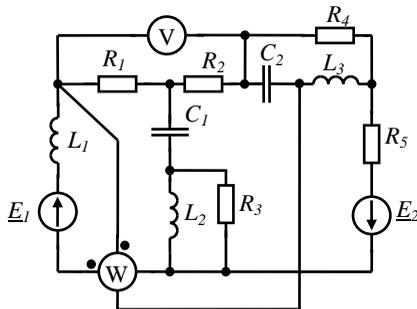


Рис. 2.28. Схема электрической цепи

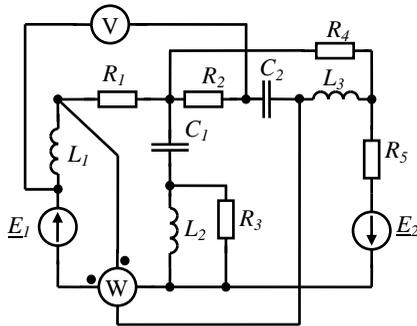


Рис. 2.29. Схема электрической цепи

Таблица 2.3

	Номер букв Ф.И.О.										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Буквы Ф.И.О.	$E, В$	$R1, Ом$	$R2, Ом$	$R3, Ом$	$L1, мГн$	$L2, мГн$	$L3, мГн$	$C1, мкФ$	$C2, мкФ$	$C3, мкФ$	№ рисунка
АБВ	100	2	10	12	15	20	25	510	120	68	2.20
ГДЕЁ	110	4	11	14	20	30	27	450	150	150	2.21
ЖЗИЙ	120	5	12	16	25	40	48	360	130	170	2.22
КЛМ	130	3	13	17	18	34	49	420	140	135	2.23
НОП	150	6	14	13	16	45	54	390	160	200	2.24
РСТ	140	1	15	11	14	39	46	475	135	210	2.25
УФХ	160	2.5	16	18	10	48	56	340	110	167	2.26
ЦЧШ	180	3.5	17	19	17	55	36	380	115	190	2.27
ЩЪЫ	200	7	18	21	34	26	39	430	137	135	2.28
ЪЭЮЯ	210	4.5	20	10	35	37	43	455	125	140	2.29

3. ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ СИНУСОИДАЛЬНОГО ТОКА

3.1. Основные понятия о трехфазных цепях

Трехфазная цепь представляет совокупность трехфазной системы ЭДС, трехфазной нагрузки и соединительных проводов. Трехфазная *симметричная* система ЭДС (напряжений, токов) – это совокупность трех синусоидальных ЭДС (напряжений, токов) одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутые друг относительно друга на угол 120^0 [2]. Получение трехфазной системы ЭДС осуществляется с помощью трехфазного синхронного генератора, который осуществляет преобразование механической энергии первичного двигателя в электрическую энергию. Генератор состоит из неподвижного статора и вращающегося ротора. Статор содержит трехфазную обмотку, фазы которой расположены по окружности статора друг относительно друга под углом 120^0 . При вращении ротора, который создает магнитное поле машины, магнитные силовые линии, замыкаясь через статор, пересекают проводники обмотки ротора и индуцируют в них синусоидальные ЭДС сдвинутые по фазе друг относительно друга на угол 120^0 .

Электрические величины трехфазных систем могут быть представлены тригонометрическими функциями, графиками, комплексными числами и вращающимися векторами.

Трехфазная симметричная система ЭДС в виде тригонометрических функций имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} e_a &= E_m \sin \omega t \\ e_b &= E_m \sin \left(\omega t - \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) \\ e_c &= E_m \sin \left(\omega t + \frac{2 \cdot \pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

где e_a, e_b, e_c – мгновенные значения ЭДС, В; E_m – амплитудное значение ЭДС, В; ω – круговая частота, рад/сек. Графики мгновенных значений трехфазной симметричной системы ЭДС, соответствующие (3.1), приведены на рис.3.1.

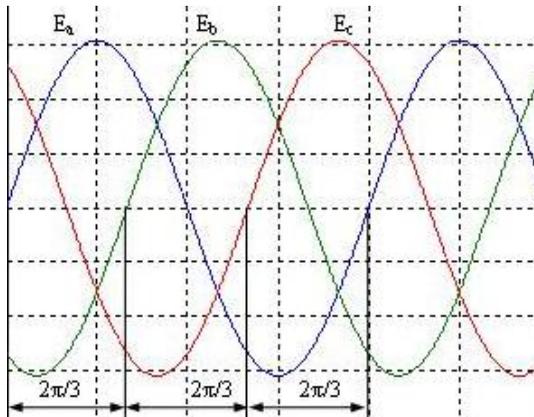


Рис. 3.1. Трехфазная система ЭДС

Трехфазная симметричная система ЭДС в виде комплексов действующих значений, соответствующих (3.1), имеет вид:

$$\underline{E}_a = E \cdot e^{j0},$$

$$\underline{E}_b = E \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}},$$

$$\underline{E}_c = E \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}},$$

где E – действующее значение.

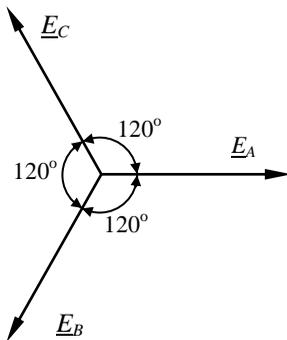


Рис. 3.2. Векторная диаграмма

Комплексная величина $a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$ называется фазным множителем трехфазной системы. Умножение комплексного числа на a соответствует повороту изображающего вектора на угол $2\pi/3$ (или 120°) в положительном направлении (т.е. против движения часовой стрелки).

Трехфазная симметричная система ЭДС в виде вращающихся векторов приведена на рис. 3.2.

3.2. Способы соединения трехфазной обмотки генератора

Принято начала фаз генератора обозначать A, B, C , а соответствующие им концы – X, Y, Z . Фазы обмотки генератора могут быть соединены звездой или треугольником (рис. 3.3).

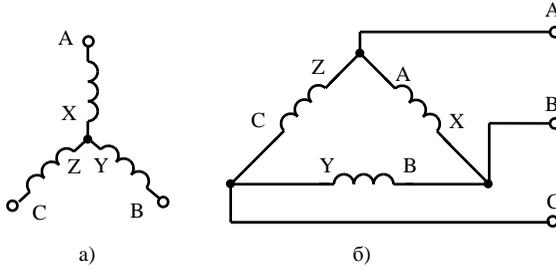


Рис. 3.3. Схемы соединений обмоток генератора:
а – соединение звездой; б – соединение треугольником

3.3. Способы соединения фаз генератора и приемника

Фазы генератора и приемника могут соединяться по схеме звезда – звезда с нейтральным проводом (рис. 3.4, а), звезда – звезда без нейтрального провода (рис. 3.4, б). Общая точка, соединяющая концы фаз генератора N и общая точка, соединяющая концы фаз потребителя, называются *нейтральными точками* источника (или генератора) и потребителя, соответственно. Провод, соединяющий нейтральную точку генератора с нейтральной точкой потребителя, называют *нейтральным проводом* (или *нулевым проводом*). Провод, соединяющий начало фазы генератора с началом соответствующей фазы потребителя называется *линейным*.

В трехфазных цепях действуют линейные и фазные напряжения и токи. *Фазным напряжением* называется напряжение между началом фазы и ее концом. *Линейным напряжением* называется напряжение между началами любых двух фаз. *Фазным током* называется ток в фазе генератора или приемника. *Линейным током* называется ток в каком-либо линейном проводе.

При соединении *звезда-звезда с нейтральным проводом* между величинами, действующими в трехфазных цепях справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{ab} &= \underline{U}_a - \underline{U}_b, \quad \underline{U}_{bc} = \underline{U}_b - \underline{U}_c, \quad \underline{U}_{ca} = \underline{U}_c - \underline{U}_a, \\ \underline{I}_A &= \underline{I}_{ax}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{by}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{cz}, \quad \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \underline{I}_N, \end{aligned}$$

где $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}, \underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ – линейные напряжения и токи; $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c, \underline{I}_{ax}, \underline{I}_{by}, \underline{I}_{cz}$ – фазные напряжения и токи; \underline{I}_N – ток в нейтральном проводе.

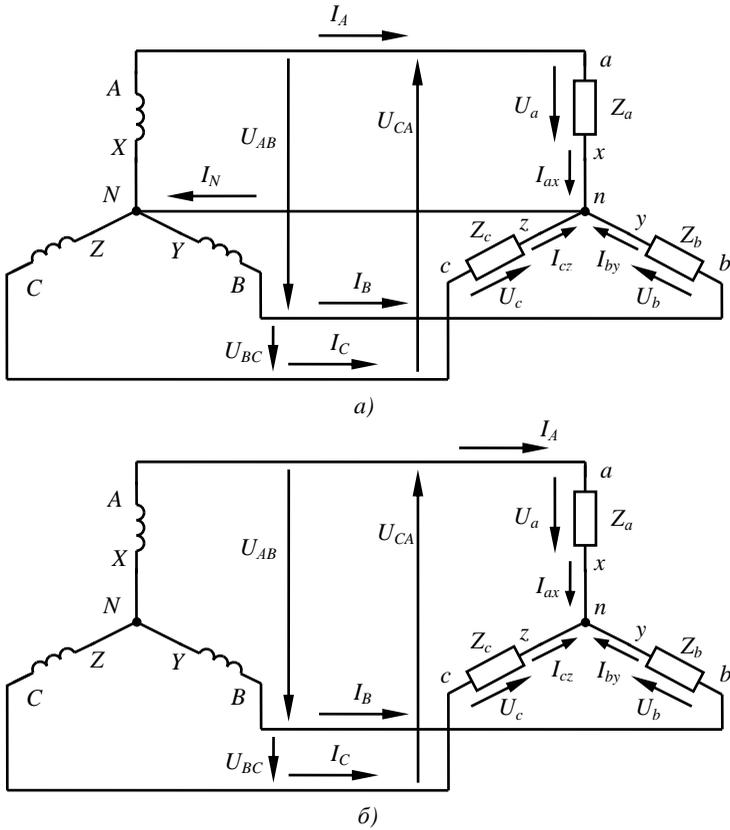


Рис. 3.4. Схемы соединения генератора и приемника:

а – соединение звезда–звезда с нейтральным проводом; б – соединение звезда–звезда без нейтрального провода

Напряжение смещения нейтрали:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{E}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{E}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{E}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N},$$

где $\underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C, \underline{Y}_N$ – комплексы проводимостей фаз и нейтрального провода.

В общем случае выражения для определения токов имеют вид:

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_N}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_N}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_N}{\underline{Z}_C},$$

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_N}{\underline{Z}_N}.$$

Если сопротивление нейтрального провода равно нулю, то соотношения между линейными и фазными напряжениями будут:

$$U_{\text{Л}} = \sqrt{3}U_{\Phi}.$$

Назначение нейтрального провода. Нейтральный провод выравнивает потенциалы нейтральных точек генератора и потребителя, тем самым обеспечивает симметрию фазных напряжений на нагрузке. Обрыв нейтрального провода при несимметричной нагрузке является аварийным режимом трехфазной четырехпроводной цепи.

В случае симметричной нагрузки напряжение смещения нейтрали равно нулю $U_N = 0$ и ток в нейтральном проводе равен нулю $I_N = 0$. В этом случае нейтральный провод может быть отключен.

При соединении *звезда-звезда без нейтрального провода* (см. рис. 3.4, б) напряжение смещения нейтрали, линейные (фазные) токи определяются по формулам:

$$\underline{U}_N = \frac{\underline{E}_A \cdot \underline{Y}_A + \underline{E}_B \cdot \underline{Y}_B + \underline{E}_C \cdot \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C},$$

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_N}{\underline{Z}_A}, \quad \underline{I}_B = \frac{\underline{E}_B - \underline{U}_N}{\underline{Z}_B}, \quad \underline{I}_C = \frac{\underline{E}_C - \underline{U}_N}{\underline{Z}_C}.$$

При соединении нагрузки в *треугольник* (рис. 3.5) линейные и фазные токи будут определяться по формулам:

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{ab}}, \quad \underline{I}_{bc} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{bc}}, \quad \underline{I}_{ca} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{ca}},$$

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc},$$

где \underline{I}_{ab} , \underline{I}_{bc} , \underline{I}_{ca} , — фазные токи.

При симметричной нагрузке $I_{\text{Л}} = \sqrt{3}I_{\Phi}$, $U_{\text{Л}} = U_{\Phi}$.

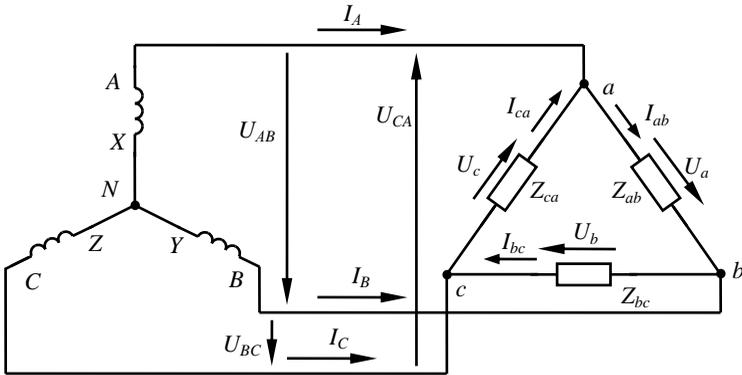


Рис. 3.5. Схема соединения генератора и приемника звезда - треугольник

3.4. Мощности в трехфазных цепях

Активная мощность трехфазной цепи – сумма активных мощностей фаз нагрузки и активной мощности в сопротивлении нейтрального провода [2]:

$$P = P_A + P_B + P_C + P_N,$$

где P_A , P_B , P_C – активные мощности фаз; P_N – активная мощность в сопротивлении нейтрального провода. При отсутствии нейтрального провода в трехфазной цепи или, если активным сопротивлением нейтрального провода можно пренебречь, принимают $P_N = 0$.

Реактивная мощность трехфазной цепи – сумма реактивных мощностей фаз нагрузки и реактивной мощности в сопротивлении нейтрального провода:

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C + Q_N,$$

где Q_A , Q_B , Q_C – реактивные мощности фаз; Q_N – реактивная мощность в сопротивлении нейтрального провода. При отсутствии нейтрального провода в трехфазной цепи или если реактивным сопротивлением нейтрального провода можно пренебречь, принимают $Q_N = 0$.

Активные и реактивные мощности отдельных фаз определяют в соответствии с п. 2.9:

$$P_A = U_A \cdot I_A \cdot \cos \varphi_A, \quad P_B = U_B \cdot I_B \cdot \cos \varphi_B, \quad P_C = U_C \cdot I_C \cdot \cos \varphi_C, \\ Q_A = U_A \cdot I_A \cdot \sin \varphi_A, \quad Q_B = U_B \cdot I_B \cdot \sin \varphi_B, \quad Q_C = U_C \cdot I_C \cdot \sin \varphi_C.$$

Активная и реактивная мощности в сопротивлении нейтрального провода определяют по выражению:

$$P_N = U_N \cdot I_N \cdot \cos \varphi_N, \\ Q_N = U_N \cdot I_N \cdot \sin \varphi_N.$$

Полная мощность трехфазной цепи определяется по выражению:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

При симметричной нагрузке активная и реактивная мощности в сопротивлении нейтрального провода равны нулю, а в фазах выделяются одинаковые активные мощность и одинаковые реактивные мощности. Не зависимо от схемы соединения трехфазной цепи (звездой или треугольником) при симметричной нагрузке активная, реактивная и полная мощности трехфазной цепи равны:

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = \sqrt{3}U_{ЛЛ} I_{ЛЛ} \cos \varphi_\phi, \\ Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = \sqrt{3}U_{ЛЛ} I_{ЛЛ} \sin \varphi_\phi, \\ S = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U_{ЛЛ} I_{ЛЛ}.$$

Активная, реактивная, полная мощности трехфазной цепи в комплексной форме:

$$P = P_A + P_B + P_C = \operatorname{Re} \left(\underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^* + \underline{U}_N \underline{I}_N^* \right), \\ Q = Q_A + Q_B + Q_C = \operatorname{Im} \left(\underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^* + \underline{U}_N \underline{I}_N^* \right), \\ \underline{S} = \underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_C = \underline{U}_A \underline{I}_A^* + \underline{U}_B \underline{I}_B^* + \underline{U}_C \underline{I}_C^* + \underline{U}_N \underline{I}_N^* = P + jQ.$$

где $\underline{S}_A, \underline{S}_B, \underline{S}_C$ - комплексы полной мощности отдельных фаз; $\underline{I}_A^*, \underline{I}_B^*, \underline{I}_C^*, \underline{I}_N^*$ - комплексно сопряженные фазные токи и комплексно сопряженный ток в нейтральном проводе.

3.5. Типовые примеры

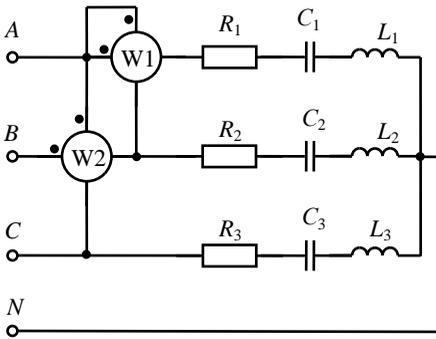


Рис. 3.6. Схема трехфазной цепи

Пример 3.1. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 3.6, определить фазные напряжения и токи, ток в нейтральном проводе, активную, реактивную и полную мощности всей цепи и каждой фазы отдельно. Определить показания ваттметров. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Данные для расчета:

$U_{\text{л}}=380\text{В}$, $R_1=25\text{Ом}$, $R_2=100\text{Ом}$, $R_3=15\text{Ом}$, $L_1=50\text{мГн}$, $L_2=20\text{мГн}$, $L_3=30\text{мГн}$, $C_1=300\text{мкФ}$, $C_2=200\text{мкФ}$, $C_3=150\text{мкФ}$, $f=50\text{Гц}$.

Решение:

Емкостные сопротивления равны:

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_1} = 10,6103 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_2} = 15,9155 \text{ Ом},$$

$$X_{C3} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_3} = 21,2207 \text{ Ом}.$$

Индуктивные сопротивления равны:

$$X_{L1} = 2\pi \cdot f \cdot L_1 = 15,708 \text{ Ом},$$

$$X_{L2} = 2\pi \cdot f \cdot L_2 = 6,2832 \text{ Ом},$$

$$X_{L3} = 2\pi \cdot f \cdot L_3 = 9,4248 \text{ Ом}.$$

Действующее значение фазных напряжений равно:

$$U_{\phi} = \frac{U_a}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Полные сопротивления фаз равны:

$$Z_A = \sqrt{R_1^2 + (L_1 - X_{C1})^2} = 25,5144 \text{ Ом,}$$

$$Z_B = \sqrt{R_2^2 + (L_2 - X_{C2})^2} = 13,8846 \text{ Ом,}$$

$$Z_C = \sqrt{R_3^2 + (L_3 - X_{C3})^2} = 19,0825 \text{ Ом.}$$

Коэффициенты мощности фаз равны:

$$\cos \varphi_A = \frac{R_1}{Z_A} = 0,9798 ,$$

$$\cos \varphi_B = \frac{R_2}{Z_B} = 0,7202 ,$$

$$\cos \varphi_C = \frac{R_3}{Z_C} = 0,7861 .$$

Фазные токи равны:

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A} = \frac{220}{25,5144} = 8,6226 \text{ А,}$$

$$I_B = \frac{U_B}{Z_B} = \frac{220}{13,8846} = 15,8449 \text{ А,}$$

$$I_C = \frac{U_C}{Z_C} = \frac{220}{19,0825} = 11,5289 \text{ А.}$$

Ток в нейтральном проводе равен:

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A} + \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B} + \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C} =$$

$$= \frac{220e^{j0}}{25 + j5,0976} + \frac{220e^{-j120^\circ}}{10 - j9,6323} + \frac{220e^{j120^\circ}}{15 - j117959} = 1,5594 - j12,8169 \text{ A},$$

$$I_N = \sqrt{1,5594^2 + 12,8169^2} = 12,9114 \text{ A}.$$

Полные мощности каждой фазы равны:

$$S_A = I_A \cdot U_A = 1897,0 \text{ ВА},$$

$$S_B = I_B \cdot U_B = 3485,9 \text{ ВА},$$

$$S_C = I_C \cdot U_C = 2536,4 \text{ ВА}.$$

Активные мощности фаз и всей цепи равны:

$$P_A = I_A \cdot U_A \cdot \cos \varphi_A = 1858,7 \text{ Вт},$$

$$P_B = I_B \cdot U_B \cdot \cos \varphi_B = 2510,6 \text{ Вт},$$

$$P_C = I_C \cdot U_C \cdot \cos \varphi_C = 1993,7 \text{ Вт},$$

$$P = P_A + P_B + P_C = 6363,1 \text{ Вт}.$$

Реактивные мощности фаз и всей цепи равны:

$$Q_A = I_A \cdot U_A \cdot \sin \varphi_A = 379,0028 \text{ вар},$$

$$Q_B = I_B \cdot U_B \cdot \sin \varphi_B = -2418,3 \text{ вар},$$

$$Q_C = I_C \cdot U_C \cdot \sin \varphi_C = -1567,8 \text{ вар},$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = -3607,1 \text{ вар}.$$

Полная мощность трехфазной цепи равна:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 7314,4 \text{ ВА}.$$

Показания ваттметров равны:

$$P_{W1} = \operatorname{Re}(\underline{U}_{AB} \underline{I}_A^*) = 2459,9 \text{ Вт},$$

$$P_{W2} = \operatorname{Re}(\underline{U}_{AC} \underline{I}_B^*) = 4188,6 \text{ Вт}.$$

Векторная диаграмма токов и напряжений на комплексной плоскости приведена на рис. 3.7.

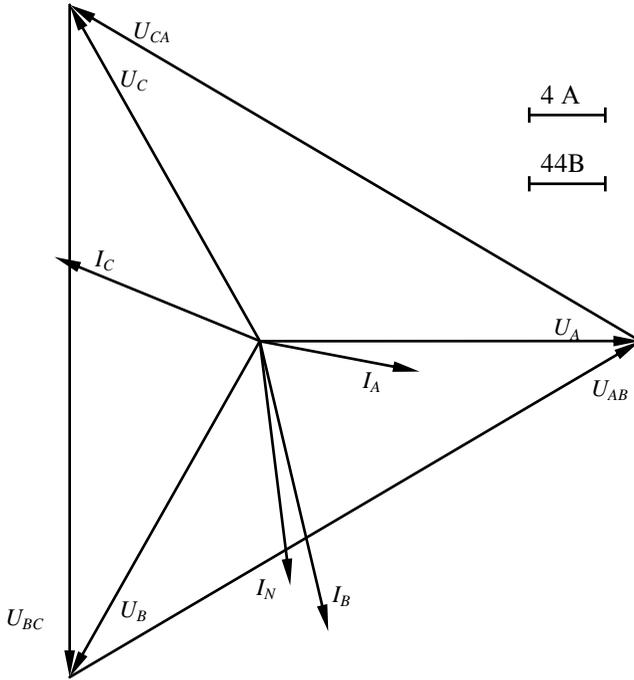


Рис. 3.7. Векторная диаграмма

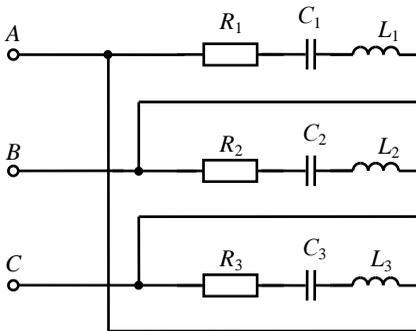


Рис.3.8. Схема электрической цепи к примеру 3.2

Пример 3.2. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 3.8 определить фазные и линейные токи, активную, реактивную и полную мощности всей цепи и каждой фазы отдельно. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

Данные для расчета:
 $U_{\text{Л}}=380\text{В}$, $R_1=25\text{Ом}$, $R_2=10\text{Ом}$,
 $R_3=15\text{Ом}$, $L_1=50\text{мГн}$, $L_2=20\text{мГн}$,
 $L_3=30\text{мГн}$, $C_1=300\text{мкФ}$,

$C_2=200\text{мкФ}$, $C_3=150\text{мкФ}$, $f=50\text{Гц}$.

Решение:

Емкостные сопротивления равны:

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_1} = 10,6103 \text{ Ом},$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_2} = 15,9155 \text{ Ом},$$

$$X_{C3} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C_3} = 21,2207 \text{ Ом}.$$

Индуктивные сопротивления равны:

$$X_{L1} = 2\pi \cdot f \cdot L_1 = 15,708 \text{ Ом},$$

$$X_{L2} = 2\pi \cdot f \cdot L_2 = 6,2832 \text{ Ом},$$

$$X_{L3} = 2\pi \cdot f \cdot L_3 = 9,4248 \text{ Ом}.$$

Фазные напряжения равны линейным напряжениям:

$$\underline{U}_A = \underline{U}_{AB} = 380e^{j0} \text{ В},$$

$$\underline{U}_B = \underline{U}_{BC} = 380e^{-j2\pi/3} \text{ В},$$

$$\underline{U}_C = \underline{U}_{CA} = 380e^{j2\pi/3} \text{ В}.$$

Полные сопротивления фаз равны:

$$\underline{Z}_{AB} = R_1 + j \left(X_{L1} - X_{C1} \right) = 25 + j5,0976 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{BC} = R_2 + j \left(X_{L2} - X_{C2} \right) = 10 - j9,6323 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_{CA} = R_3 + j \left(X_{L3} - X_{C3} \right) = 15 - j11,7959 \text{ Ом}.$$

Фазные токи равны:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = 14,5933 - j2,9756 \text{ А},$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = 6,5872 - j26,5640 \text{ A},$$

$$\underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{CA}}{\underline{Z}_{CA}} = -18,4870 + j7,4013 \text{ A}.$$

Линейные токи равны:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = 33,0802 - j10,3769 \text{ A},$$

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = -8,006 - j23,5883 \text{ A},$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} = -25,0742 + j33,9652 \text{ A}.$$

Полные мощности каждой фазы равны:

$$\underline{S}_{AB} = \underline{I}_{AB}^* \cdot \underline{U}_{AB} = 5545,4 + j1130,7 \text{ ВА}, \quad S_{AB} = 5659,5 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_{BC} = \underline{I}_{BC}^* \cdot \underline{U}_{BC} = 7490,4 - j7214,9 \text{ ВА}, \quad S_{BC} = 10400 \text{ ВА},$$

$$\underline{S}_{CA} = \underline{I}_{CA}^* \cdot \underline{U}_{CA} = 5948,2 - j4677,6 \text{ ВА}, \quad S_{CA} = 7567,1 \text{ ВА}.$$

Активные мощности фаз и всей цепи равны:

$$P_{AB} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{I}_{AB}^* \cdot \underline{U}_{AB} \right\} = 5545,4 \text{ Вт},$$

$$P_{BC} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{I}_{BC}^* \cdot \underline{U}_{BC} \right\} = 7490,4 \text{ Вт},$$

$$P_{CA} = \operatorname{Re} \left\{ \underline{I}_{CA}^* \cdot \underline{U}_{CA} \right\} = 5948,2 \text{ Вт},$$

$$P = P_{AB} + P_{BC} + P_{CA} = 18984,4 \text{ Вт}.$$

Реактивные мощности фаз и всей цепи равны:

$$Q_{AB} = \operatorname{Im} \left\{ \underline{I}_{AB}^* \cdot \underline{U}_{AB} \right\} = 1130,7 \text{ вар},$$

$$Q_{BC} = \operatorname{Im} \left\{ \underline{I}_{BC}^* \cdot \underline{U}_{BC} \right\} = -7214,9 \text{ вар},$$

$$Q_{CA} = \operatorname{Im} \left\{ \underline{I}_{CA}^* \cdot \underline{U}_{CA} \right\} = -4677,6 \text{ вар},$$

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CA} = -10762 \text{ вар}.$$

Полная мощность цепи равна:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 21822 \text{ ВА.}$$

Векторная диаграмма напряжений, совмещенная с векторной диаграммой токов, приведена на рис. 3.9.

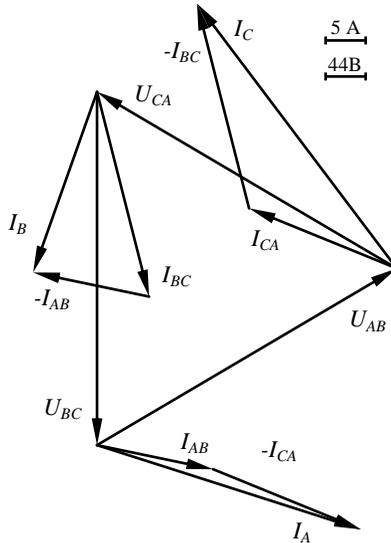


Рис. 3.9. Векторная диаграмма

Контрольное задание 3

Задача 1. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 3.10, по заданным в табл. 3.1 параметрам элементов и линейному напряжению, определить фазные и линейные токи, ток в нейтральном проводе, активную, реактивную и полную мощности всей цепи и каждой фазы отдельно. Определить показания ваттметров. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

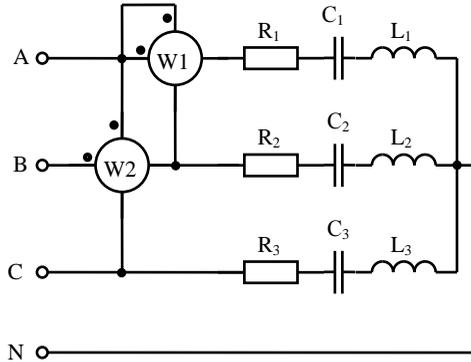


Рис. 3.10. Схема трехфазной электрической цепи, соединенной звездой с нейтральным проводом

Таблица 3.1

	Номер букв Ф.И.О.									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Буквы Ф.И.О.	$U_{л},$ В	$R_1,$ Ом	$R_2,$ Ом	$R_3,$ Ом	$L_1,$ мГн	$L_2,$ мГн	$L_3,$ мГн	$C_1,$ мкФ	$C_2,$ мкФ	$C_3,$ мкФ
АВВ	110	10	12	13	20	17	27	300	302	304
ГДЕЕ	120	20	24	24	25	18	28	310	312	316
ЖЗИЙ	200	15	18	16	35	19	29	315	317	318
КЛМ	180	10	32	24	40	20	30	290	292	297
НОП	380	20	16	15	45	21	31	285	287	288
РСТ	660	15	24	20	50	22	32	320	322	324
УФХ	440	10	23	24	24	23	33	325	327	329
ЦЧШ	220	20	21	27	36	24	34	280	282	286
ЩЬЫ	400	15	15	32	42	25	35	330	334	337
БЭЮЯ	380	30	20	16	23	26	36	275	278	274

Задача 2. Для электрической цепи, схема которой изображена на рис. 3.11, по заданным в табл. 3.2 параметрам элементов и линейному напряжению, определить фазные и линейные токи, активную, реактивную и полную мощности всей цепи и каждой фазы отдельно. Определить показания ваттметров. Построить векторную диаграмму токов и напряжений на комплексной плоскости.

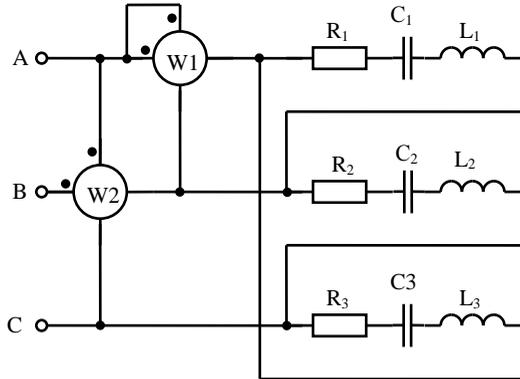


Рис. 3.9. Схема трехфазной электрической цепи, соединенной треугольником

Таблица 3.2

	Номер букв Ф.И.О.									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Буквы Ф.И.О.	$U_{л},$ В	$R1,$ Ом	$R2,$ Ом	$R3,$ Ом	$L1,$ мГн	$L2$ мГн	$L3$ мГн	$C1$ мкФ	$C2$ мкФ	$C3$ мкФ
АВВ	660	10	20	15	15	25	15	200	205	239
ГДЕЁ	380	11	21	16	16	27	19	210	215	276
ЖЗИЙ	220	12	22	19	17	29	24	220	225	243
КЛМ	110	13	23	20	18	31	28	230	235	228
НОП	660	14	24	22	19	33	34	240	245	219
РСТ	380	15	25	23	20	35	37	250	255	277
УФХ	220	16	26	28	21	37	23	260	265	293
ЦЧШ	110	17	27	29	22	28	24	270	275	227
ЩЪЫ	660	18	28	30	23	27	32	280	285	251
ЪЮЯ	380	19	29	10	24	25	30	290	295	284

4. ТРАНСФОРМАТОРЫ

4.1. Общие сведения

Трансформатором называется статическое электромагнитное устройство, предназначенное для преобразования напряжения переменного тока одной величины в напряжение переменного тока другой величины при неизменной частоте [1].

Трансформатор состоит из замкнутого магнитопровода и обмоток. Для уменьшения потерь мощности магнитопровод собирается из листов электротехнической стали толщиной 0.35 – 0.5 мм. Первичная и вторичная обмотки изготавливаются из изолированного медного или алюминиевого провода круглого или прямоугольного сечения.

Условные графические обозначения однофазного трансформатора приведены на рис.1.

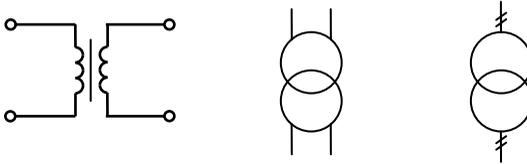


Рис.4.1. Условные графические обозначения однофазных трансформаторов

Обмотка трансформатора, подключенная к источнику питания, называется первичной. Обмотка трансформатора, к которой подключается приемник электроэнергии, называется вторичной. К основным параметрам трансформаторов, которые указывают на щитке трансформатора, относятся номинальное напряжение обмотки высшего напряжения и обмотки низшего напряжения трансформатора, номинальная полная мощность, токи обмоток при номинальной полной мощности, частота, число фаз, схема соединений, режим работы, способ охлаждения. В зависимости от способа охлаждения трансформаторы делят на сухие и масляные. Если первичное напряжение трансформатора меньше вторичного, то такой трансформатор является повышающим, в противном случае понижающим.

4.2. Принцип действия трансформатора

Принцип действия трансформатора основан на явлении электромагнитной индукции. Если к первичной обмотке подключить источник

синусоидального напряжения, то в ней возникает переменный ток. Этот ток создает в обмотке магнитное поле. Основная часть магнитного поля трансформатора сконцентрирована в сердечнике и образует в нем переменный рабочий поток, который сцеплен с обеими обмотками и индуцирует в первичной обмотке ЭДС самоиндукции

$$e_1 = -\omega_1 \frac{d\Phi}{dt},$$

а во вторичной - ЭДС взаимной индукции

$$e_2 = -\omega_2 \frac{d\Phi}{dt},$$

действующие значения которых, равны, соответственно,

$$E_1 = 4.44 \cdot f \cdot \omega_1 \cdot \Phi_m,$$

$$E_2 = 4.44 \cdot f \cdot \omega_2 \cdot \Phi_m,$$

где ω_1, ω_2 - число витков первичной и вторичной обмоток, соответственно; f - частота входного напряжения; Φ - магнитный поток.

При подключении ко вторичной обмотке нагрузки по ней начинает протекать вторичный ток. Напряжение вторичной обмотки будет равно падению напряжения на сопротивлении нагрузки.

4.3. Коэффициент трансформации трансформатора

Коэффициент трансформации K представляет собой отношение ЭДС обмотки высшего напряжения к ЭДС обмотки низшего напряжения:

$$K = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{U_1}{U_{20}},$$

где U_{20} - напряжение вторичной обмотки в режиме холостого хода.

4.4. Уравнения, векторная диаграмма, схема замещения трансформатора

Уравнения электрического состояния трансформатора:

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + \underline{I}_1 \cdot R_1 + j \cdot \underline{I}_1 \cdot X_1, \quad (4.1)$$

$$\underline{U}_2 = \underline{E}_2 - \underline{I}_2 \cdot R_2 - j \cdot \underline{I}_2 \cdot X_2, \quad (4.2)$$

где X_1, X_2 – индуктивные сопротивления рассеяния первичной и вторичной обмоток, обусловленные потоком рассеяния; R_1, R_2 – активные сопротивления проводников первичной и вторичной обмоток.

Уравнение МДС и токов:

$$\begin{aligned} \omega_1 \cdot \underline{I}_0 &= \omega_1 \cdot \underline{I}_1 + \omega_2 \cdot \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_0 + \left(-\frac{\omega_2}{\omega_1} \cdot \underline{I}_2 \right) = \underline{I}_0 + \underline{I}'_2 \end{aligned} \quad (4.3)$$

где \underline{I}_0 – ток намагничивания; \underline{I}'_2 – ток вторичной обмотки, приведенный к первичной.

Построение *векторной диаграммы* начинаем с вектора амплитуды основного магнитного потока $\underline{\Phi}_m$ (рис. 4.2). Ток холостого хода опережает $\underline{\Phi}_m$ на угол магнитных потерь α , ЭДС \underline{E}_1 и \underline{E}_2 отстают от потока на угол 90° . Ток \underline{I}_2 сдвинут по фазе относительно \underline{E}_2 на угол

$$\psi_2 = \arctg \frac{X_2 + (X_{Ln} - X_{Cn})}{R_2 + R_n},$$

где R_n, X_{Ln}, X_{Cn} – активное и реактивные сопротивления потребителя.

Векторы напряжения вторичной обмотки \underline{U}_2 , тока первичной обмотки \underline{I}_1 , напряжения первичной обмотки \underline{U}_1 строим в соответствии с (4.2), (4.3) и (4.1) соответственно. Ток \underline{I}_2 отстает от напряжения \underline{U}_2 на угол

$$\varphi_2 = \arctg \frac{(X_{Ln} - X_{Cn})}{R_n}.$$

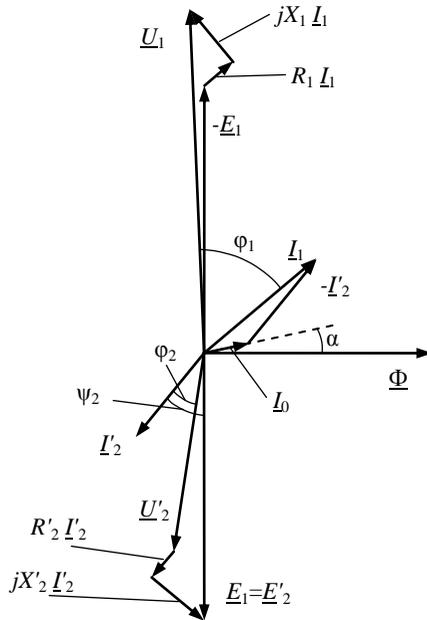


Рис. 4.2. Векторная диаграмма однофазного трансформатора

Схема замещения трансформатора приведена на рис. 4.3. Параметры схемы замещения определяют в опытах холостого хода и короткого замыкания.

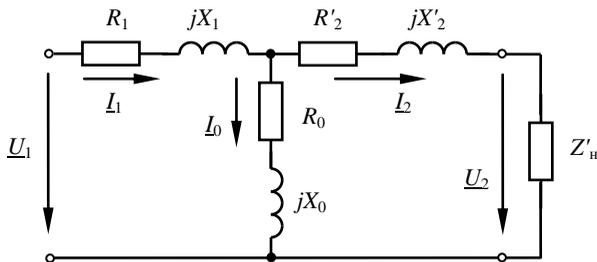


Рис. 4.3. Схема замещения трансформатора

4.5. Опыты холостого хода и короткого замыкания

В *опыте холостого хода*, схема проведения которого приведена на рис. 4.3, к первичной обмотке подводится номинальное напряжение, вторичная обмотка разомкнута [3].

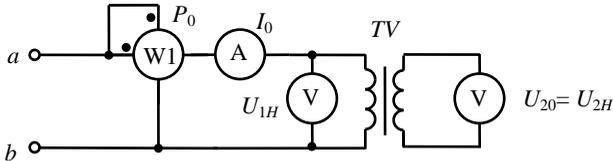


Рис. 4.4. Схема электрическая принципиальная для опыта холостого хода

В опыте холостого хода определяют:

- 1) коэффициент трансформации

$$k = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{U_{1H}}{U_{2H}},$$

где U_{1H} , U_{2H} – номинальные значения первичного и вторичного напряжений, определяемые по показаниям вольтметров;

2) Номинальные потери на нагрев сердечника (или потери в стали), которые равны мощности P_0 , измеренной ваттметром, $\Delta P_{CH} \approx P_0$;

3) Ток I_0 измеренный амперметром и выраженный в процентах относительно номинального тока первичной обмотки

$$I_0 \% = \frac{I_0}{I_{1H}} \cdot 100;$$

4) Коэффициент мощности холостого хода, который вычисляют по формуле

$$\cos \phi \approx \frac{P_0}{U_{1H} I_0};$$

- 5) Параметры намагничивающего контура схемы замещения

$$r_0 = \frac{P_0}{I_0^2} = R_1 + r_m \approx r_m,$$

$$z_0 = \frac{U_{1H}}{I_0} \approx z_m,$$

$$x_0 = \sqrt{z_0^2 - r_0^2} = x_1 + x_m \approx x_m.$$

В опыте *короткого замыкания* вторичная обмотка замыкается проводником, сопротивление которого пренебрежимо мало $z_n=0$ (рис. 4.4) [3].

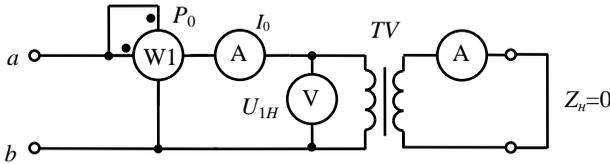


Рис. 4.5. Схема электрическая принципиальная для опыта короткого замыкания

Посредством опыта короткого замыкания определяют:

- 1) потери в обмотках при номинальных токах

$$P_{к.н.} = \Delta P_{м.н.} = I_{1H}^2 R_1 + I_{2H}^2 R_2;$$

- 2) параметры r_k , x_k , z_k упрощенной схемы замещения

$$z_k = \frac{U_{1K}}{I_{1H}}, \quad r_k = \frac{P_{к.н.}}{I_{1H}^2}, \quad x_k = \sqrt{z_k^2 - r_k^2};$$

- 3) Активное и реактивное падение напряжения в обмотках, выраженные в процентах от номинального значения

$$u_{а.н.} \% = \frac{I_{1H} r_k}{U_{1H}} 100 = \frac{P_{к.н.}}{U_{1H} I_{1H}} 100 = \frac{P_{к.н.}}{S_{1H}} 100,$$

$$u_{р.н.} \% = \frac{I_{1H} x_k}{U_{1H}} 100;$$

4) напряжение короткого замыкания трансформатора, выраженное в процентах от номинального значения,

$$u_{к.н.} \% = \frac{I_{1н} z_{к}}{U_{1н}} 100.$$

4.6. Коэффициент полезного действия трансформатора

Коэффициент полезного действия (КПД) трансформатора определяется по формуле [3]:

$$\begin{aligned} \eta\% &= \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_M + \Delta P_c} 100 = \\ &= \frac{\beta S_{2н} \cos \varphi_2}{\beta S_{2н} \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{к.н} + \gamma^2 P_{0н}} 100 = \\ &= \left(1 - \frac{\beta^2 P_{к.н} + \gamma^2 P_{0н}}{\beta S_{2н} \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{к.н} + \gamma^2 P_{0н}} \right) 100, \end{aligned}$$

где $\Delta P_M, \Delta P_c$ - потери в меди и потери в стали, соответственно;

$\beta = \frac{I_2}{I_{2н}}$ - коэффициент нагрузки трансформатора по току; $\gamma = \frac{U_1}{U_{1н}}$ - коэффициент использования трансформатора по напряжению.

4.7. Внешние характеристики трансформатора

С ростом тока вторичной обмотки, при постоянной величине действующего значения первичного напряжения, напряжение на зажимах вторичной обмотки изменяется. Зависимость вторичного напряжения U_2 трансформатора от тока I_2 при $U_1 = \text{const}$ и $\cos \varphi_2 = \text{const}$ называется *внешней характеристикой трансформатора*. Вид внешней характеристики зависит от характера сопротивления нагрузки (рис. 4.6).

Изменение вторичного напряжения Δu , выраженное в процентах от номинального значения определяется по приближенной формуле:

$$\Delta u\% \approx \beta \left(u_{а.н} \% \cos \varphi_2 + u_{р.н} \% \sin \varphi_2 \right)$$

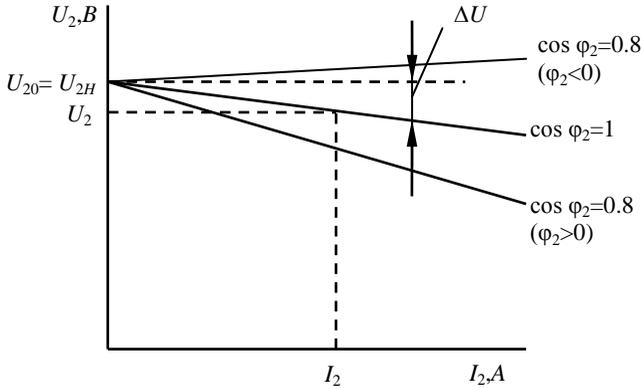


Рис. 4.6. Внешние характеристики трансформатора

4.8. Типовые примеры

Пример 4.1. Для трехфазного трансформатора, схема соединения обмоток которого $Y/Y_N - 0$, определить: активные сопротивления и реактивные сопротивления рассеяния обмоток трансформатора; сопротивления намагничивающего контура схемы замещения трансформатора; угол магнитных потерь.

Построить внешнюю характеристику трансформатора и зависимость коэффициента полезного действия от нагрузки при коэффициенте мощности нагрузки равном $\cos \varphi_2 = 0,75$.

Построить векторную диаграмму трансформатора при коэффициенте нагрузки $\beta = 0,8$ и коэффициенте мощности нагрузки равном $\cos \varphi_2 = 0,75$.

Данные для расчета: номинальная мощность $S_{ном} = 50$ кВА, номинальное напряжение на зажимах первичной обмотки трансформатора $U_{ном} = 6000$ В, напряжение холостого хода на зажимах вторичной обмотки трансформатора $U_{20} = 400$ В, напряжение короткого замыкания $u_k = 5,0\%$, мощность короткого замыкания $P_k = 1200$ Вт, мощность холостого хода $P_0 = 300$ Вт, ток холостого хода $I_0 = 8\%$.

Решение:

Номинальный ток первичной обмотки равен:

$$I_{1ном} = \frac{S_{ном}}{\sqrt{3}U_{1ном}} = \frac{50 \cdot 1000}{\sqrt{3} \cdot 6000} = 4,8 \text{ А.}$$

Ток холостого хода равен:

$$I_0 = 0,08 \cdot I_{1ном} = 0,08 \cdot 4,8 = 0,384 \text{ А,}$$

Коэффициент мощности в режиме холостого хода равен:

$$\cos\varphi_0 = \frac{P_0}{\sqrt{3}U_{1ном} \cdot I_0} = \frac{300}{\sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 0,384} = 0,075 ; \varphi_0 = 85,68^\circ.$$

Угол магнитных потерь равен:

$$\delta = 90^\circ - \varphi_0 = 90^\circ - 85,68^\circ = 4,32^\circ.$$

Сопrotивления короткого замыкания равны:

$$Z_k = \frac{U_{k.\phi}}{I_{k.\phi}} = \frac{0,05 \cdot 6000}{\sqrt{3} \cdot 4,8} = 36,084 \text{ Ом,}$$

$$R_k = \frac{P_k}{3I_k^2} = \frac{1200}{3 \cdot 4,8^2} = 17,36 \text{ Ом,}$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{36,08^2 - 17,36^2} = 31,62 \text{ Ом.}$$

Сопrotивления первичной обмотки:

$$R_1 = R_2' = \frac{R_k}{2} = \frac{17,36}{2} = 8,68 \text{ Ом,}$$

$$X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2}' = \frac{X_k}{2} = \frac{31,62}{2} = 15,81 \text{ Ом.}$$

Сопrotивления вторичной обмотки:

$$R_2 = \frac{R_2'}{n^2} = \frac{8,68}{225} = 0,0385 \text{ Ом,}$$

$$X_{\sigma 2} = \frac{X_{\sigma 2}'}{n^2} = \frac{15,81}{225} = 0,0703 \text{ Ом,}$$

где $n = \frac{U_{1ном}}{U_{20}} = \frac{6000}{400} = 15$.

Сопротивления намагничивающей цепи:

$$Z_0 = \frac{U_{н.ф}}{I_{0,ф}} = \frac{6000}{\sqrt{3} \cdot 0,384} = 9021 \text{ Ом},$$

$$R_0 = \frac{P_0}{3I_0^2} = \frac{300}{3 \cdot 0,384^2} = 678,16 \text{ Ом},$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{9021^2 - 678^2} = 8995,5 \text{ Ом}.$$

Для построения внешней характеристики $U_2 = f_1(\beta)$, потери напряжения во вторичной обмотке трансформатора определим по формуле:

$$\Delta U_2 \% = \beta \cdot (U_a \% \cdot \cos \varphi_2 + U_p \% \cdot \sin \varphi_2), \quad (4.4)$$

где $U_a \%$, $U_p \%$ - соответственно активное и реактивное падения напряжений:

$$U_a \% = U_k \% \cdot \cos \varphi_k = U_k \% \cdot \frac{R_k}{Z_k} = 5,0 \frac{17,36}{36,084} = 2,4\%,$$

$$U_p \% = \sqrt{(U_k \%)^2 - (U_a \%)^2} = \sqrt{5,0^2 - 2,4^2} = 4,38\%.$$

Напряжение на зажимах вторичной обмотки трансформатора определим по формуле:

$$U_2 = \frac{U_{20} \cdot (100 - \Delta U_2 \%)}{100} \quad (4.5)$$

Задаваясь различными значениями β , по формулам (4.4) и (4.5) определяем напряжение U_2 . Внешняя характеристика, построенная по формулам (4.4) и (4.5) приведена на рис. 4.7, а.

Для построения зависимости КПД от коэффициента нагрузки $\eta = f_2(\beta)$ расчёт КПД производим по формуле:

$$\eta = \frac{\beta \cdot S_{ном} \cdot \cos \varphi_2}{\beta \cdot S_{ном} \cdot \cos \varphi_2 + P_0 + \beta^2 \cdot P_k}$$

Полученная характеристика, приведена на рис. 4.7, б.

Построение векторной диаграммы начнем с вектора фазного напряжения $\dot{U}_{2\phi}$. Значение вторичного фазного напряжения для $\beta=0.8$ и $\cos \varphi_2 = 0,75$ согласно (4.5) равно:

$$U_{2\phi} = \frac{U_{20} \cdot (100 - \Delta U_2 \%) }{\sqrt{3} \cdot 100} = \frac{400 \cdot (100 - 3,7526)}{\sqrt{3} \cdot 100} = 222,27 \text{ В.}$$

где $\Delta U_2 \%$ равно:

$$\begin{aligned} \Delta U_2 \% &= \beta \cdot (U_a \% \cdot \cos \varphi_2 + U_p \% \cdot \sin \varphi_2) = \\ &= 0,8 (4 \cdot 0,75 + 4,38 \cdot 0,66) = 3,7526 \%. \end{aligned}$$

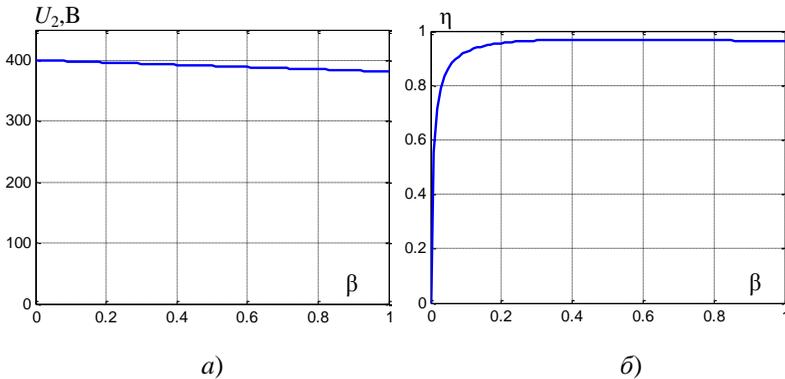


Рис. 4.7. Характеристики трансформатора:
а – внешняя характеристика; б – зависимость КПД от коэффициента нагрузки β трансформатора

Приведенное значение вторичного напряжения:

$$U'_{2\phi} = U_{2\phi} \cdot n = 222,27 \cdot 15 = 3334,05 \text{ В.}$$

Вектор тока $\underline{I}'_{2\phi}$ отстает по фазе от вектора $\underline{U}'_{2\phi}$ на заданный угол φ_2 и равен:

$$I_2 = 0,8 \cdot I_{2ном} = 0,8 \frac{S_{ном}}{\sqrt{3}U_{2ном}} = 0,8 \frac{50 \cdot 1000}{1,73 \cdot 400} = 57,73 \text{ А.}$$

Приведенный вторичный ток равен:

$$I'_2 = \frac{I_2}{n} = \frac{57,73}{15} = 3,85 \text{ А.}$$

Падения напряжения во вторичной обмотке, приведенное к первичной обмотке:

$$\begin{aligned} R'_2 I'_2 &= 8,68 \cdot 3,85 = 33,42 \text{ В,} \\ X'_{\sigma 2} I'_2 &= 15,81 \cdot 3,85 = 60,86 \text{ В.} \end{aligned}$$

Электродвижущую силу \underline{E}'_2 находим из уравнения электрического состояния, составленного по второму закону Кирхгофа, для вторичной цепи:

$$\underline{E}'_2 = \underline{U}'_2 + R'_2 \cdot \underline{I}'_2 + j \cdot X'_{\sigma 2} \cdot \underline{I}'_2.$$

Вектор магнитного потока $\underline{\Phi}_m$ опережает вектор \underline{E}'_2 на 90° , а ток холостого хода \underline{I}_0 опережает магнитный поток $\underline{\Phi}_m$ на угол потерь δ . Ток в первичной обмотке трансформатора \underline{I}_1 получаем из уравнения магнитодвижущих сил:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + (-\underline{I}'_2),$$

где $\underline{I}'_2 = \frac{\underline{I}_2}{n}$.

Вектор напряжения первичной обмотки трансформатора U_1 определяем из уравнения электрического состояния, составленного по

второму закону Кирхгофа для первичной цепи

$$\underline{U}_1 = -\underline{E}_1 + R_1 \cdot \underline{I}_1 + j \cdot X_{\sigma 1} \cdot \underline{I}_1.$$

Током холостого хода I_0 можно пренебречь (так как он мал) и принять $\underline{I}_1 = \underline{I}'_2$ или определить \underline{I}_1 по диаграмме. Тогда падения напряжения в первичной обмотке будут равны:

$$R_1 I_1 = 8,68 \cdot 4,13 = 35,84 \text{ В},$$

$$X_{\sigma 1} I_1 = 15,81 \cdot 4,13 = 65,29 \text{ В}.$$

Векторная диаграмма трансформатора приведена на рис. 4.8.

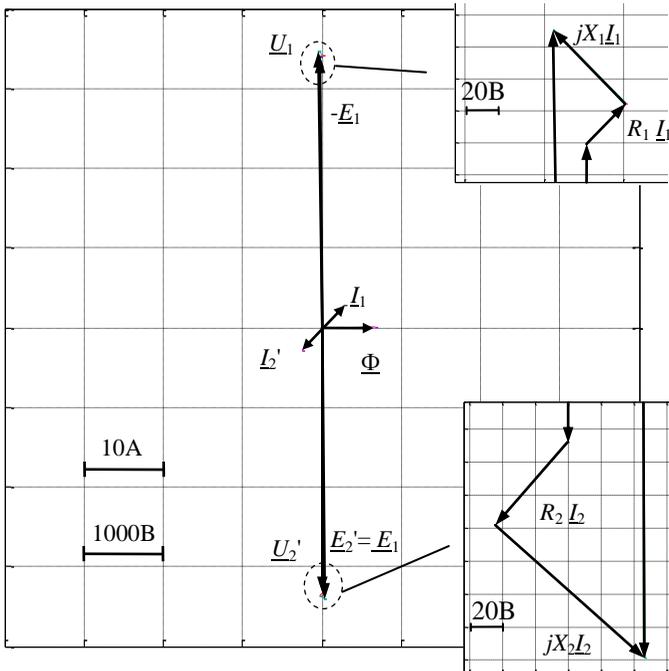


Рис. 4.8. Векторная диаграмма

Контрольное задание 4

Задача 1. Для трехфазного трансформатора, параметры которого приведены в табл. 4.1 определить: коэффициент мощности холостого хода, сопротивление первичной и вторичной обмоток трансформатора R_1 , $X_{\sigma 1}$, R_2 и $X_{\sigma 2}$; сопротивления намагничивающей цепи схемы замещения трансформатора Z_0 , R_0 и X_0 , угол магнитных потерь δ . Построить внешнюю характеристику и зависимость коэффициента полезного действия от нагрузки для $\cos \varphi_2=0,8$. Начертить Т-образную схему замещения трансформатора.

Таблица 4.1

	Номер букв Ф.И.О.							
	1	2	3	4	5	2	2	6
Буквы Ф.И.О.	Группа соединений	$S_{ном},$ кВ·А	$U_{1ном},$ В	$U_{20},$ В	$i_k,$ %	$P_k,$ Вт	$P_0,$ Вт	$i_0,$ %
АВВ	Y/Y0-0	10	6300	400	5,0	340	105	8,0
ГДЕЁ	Y/Δ-11	20	6300	230	5,0	620	170	5,5
ЖЗИЙ	Y/Y0-0	30	10000	400	4,5	900	310	9,0
КЛМ	Y/Y0-0	50	10000	400	5,0	1300	450	8,0
НОП	Y/Y0-0	75	10000	230	4,5	1800	570	7,5
РСТ	Y/Y0-0	100	6000	525	5,0	2500	740	7,5
УФХ	Y/Δ-11	180	10000	525	5,0	4150	1210	7,0
ЦЧШ	Y/Y0-0	240	10000	525	5,0	5150	1650	7,0
ЩЪЫ	Y/Δ-11	320	10000	450	6,5	6200	2300	7,5
БЭЮЯ	Y/Y0-0	420	10000	525	5,5	7100	2200	6,6

5 АСИНХРОННЫЕ ДВИГАТЕЛИ

5.1. Устройство трехфазного асинхронного двигателя

Асинхронный двигатель представляет собой электрическую машину, служащую для преобразования электрической энергии переменного трехфазного тока в механическую. Частота вращения ротора асинхронного двигателя при неизменной частоте переменного тока источника изменяется с изменением нагрузки и отличается от синхронной частоты.

Двигатель имеет два основных элемента: неподвижный статор и вращающийся ротор [3] (рис. 5.1). *Статор* состоит из корпуса, который выполняется из стали, чугуна или алюминия. В корпус вмонтирован сердечник статора, представляющий собой цилиндр, на внутренней поверхности которого имеются пазы с обмоткой статора. Сердечник изготавливается из тонких, изолированных листов электротехнической стали. Обмотку статора изготавливают из изолированного медного провода круглого или прямоугольного сечения. Обмотка статора состоит из трех отдельных частей, называемых фазами. Каждая фаза обмотки статора имеет одинаковое число витков и уложена симметрично по окружности статора. Друг относительно друга фазы обмотки сдвинуты в пространстве на угол в 120° .

Сердечник ротора представляет собой цилиндр, собранный из отдельных листов электротехнической стали, в котором имеются пазы с обмоткой ротора.

Обмотка ротора бывает двух видов – короткозамкнутая и фазная. Короткозамкнутая обмотка ротора состоит из стержней, расположенных в пазах, и замыкающих колец. Стержни присоединены к кольцам, в результате чего обмотка оказывается короткозамкнутой.

Фазную обмотку выполняют так же, как и обмотку статора. Соединяется она всегда звездой. Начала фаз обмотки присоединяют к контактным кольцам, которые изготовляют из стали или латуни и располагают на валу двигателя. Кольца изолированы друг от друга и от вала двигателя. К кольцам прижимают пружинами медно-графитовые щетки, расположенные в неподвижных щеткодержателях. Таким образом, с помощью колец и щеток обеспечивается подключение к обмотке ротора добавочных сопротивлений, выполняющих роль пусковых или регулировочных сопротивлений.

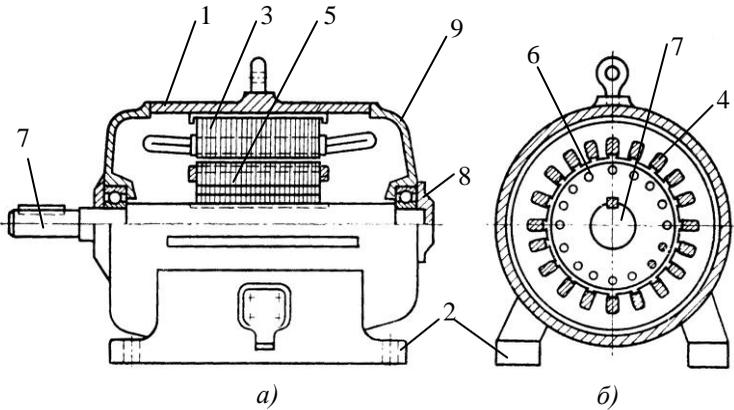


Рис. 5.1. Устройство асинхронного двигателя: *а* – продольный разрез; *б* – поперечный разрез; 1 – корпус, 2 – лапы, 3 – сердечник статора, 4 – пазы с обмоткой статора, 5 – сердечник ротора, 6 – пазы с обмоткой ротора, 7 – вал, 8 – подшипники, 9 – подшипниковые щиты

Вал ротора изготавливают из стали. Вращается вал ротора в подшипниках, закрепленных в подшипниковых щитах. Подшипниковые щиты изготавливаются из чугуна или стали и прикрепляются к корпусу болтами.

5.2. Принцип действия трехфазного асинхронного двигателя

Принцип действия асинхронного двигателя. В обмотке статора, включенной в трехфазную сеть переменного тока, под действием напряжения возникает переменный трехфазный ток. Переменный ток создает вращающееся магнитное поле. Магнитное поле пересекает проводники обмотки ротора и наводит в них переменную ЭДС:

$$e = Blv ,$$

где B – магнитная индукция вращающегося магнитного поля; l – длина проводника обмотки ротора; v – скорость движения магнитного поля относительно проводников обмотки ротора.

Под действием ЭДС в замкнутой обмотке ротора возникает ток. В результате взаимодействия тока ротора и вращающегося магнитного поля статора возникает сила

$$F = B \cdot l \cdot I ,$$

где I – ток ротора; действующая на проводники ротора, направление которой определяется по правилу левой руки. Сила создает вращающий момент, действующий в ту же сторону что и сила. Под действием момента ротор приходит в движение и после разгона вращается в том же направлении, что и магнитное поле статора, но с несколько меньшей скоростью [3].

Скорость вращения магнитного поля статора:

$$n_0 = \frac{60 \cdot f_1}{p} ,$$

где f_1 – частота тока статора; p – число пар полюсов обмотки статора.

Скольжение – безразмерная величина, представляющая собой скорость ротора относительно скорости поля статора, выраженная в долях скорости поля статора:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} ,$$

где n – скорость ротора.

Частота тока ротора: $f_2 = f_1 \cdot s$.

ЭДС обмотки ротора при заторможенном роторе:

$$E_{2k} = 4.44 \cdot f_1 \cdot \omega_2 \cdot \Phi \cdot k_{02} ,$$

где ω_2 – число витков фазы обмотки ротора; $\Phi = \frac{B_{cp} \cdot l \cdot \pi \cdot D}{2 \cdot p}$ – маг-

нитный поток одного полюса двигателя; k_{02} – обмоточный коэффициент обмотки ротора.

ЭДС обмотки ротора при вращающемся роторе:

$$E_2 = E_{2k} \cdot s .$$

Индуктивные сопротивления ротора, обусловленные потоком рассеяния:

$$x_{2s} = 2 \cdot \pi \cdot f_1 \cdot s \cdot L_2 = x_2 \cdot s,$$

где x_2 – индуктивное сопротивление фазы обмотки неподвижного ротора.

Ток фазы обмотки ротора:

$$I_2 = \frac{E_{2k}}{\sqrt{\left(r_2 + r_2 \cdot \frac{1-s}{s}\right)^2 + x_2^2}},$$

где r_2 – активное сопротивление фазы обмотки ротора.

Мощность, потребляемая двигателем от сети:

$$P_1 = \sqrt{3} \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1.$$

Электромагнитная мощность:

$$P_{ЭМ} = M_{ЭМ} \cdot \omega_0.$$

Механическая мощность на валу двигателя:

$$P_{мех} = M_{ЭМ} \cdot \omega.$$

Электромагнитный момент:

$$M_{ЭМ} = C \cdot \Phi \cdot I_2 \cdot \cos \psi_2,$$

где $C = \frac{3 \cdot 4,44 \cdot f_1 \cdot \omega_2 \cdot k_{02}}{\omega_0}$ – конструктивный коэффициент.

5.3. Механические и рабочие характеристики

Механические характеристики $M = f(S)$ и $n=f(M)$ могут быть построены по расчетной формуле вращающего момента

$$M = \frac{3 \cdot U_{1\phi}^2 \cdot R_2'}{\Omega_0 \cdot s \cdot \left[\left(R_1 + \frac{R_2'}{S} \right)^2 + (X_1 + X_2')^2 \right]},$$

где M — вращающий момент двигателя, Н·м; $U_{1\phi}$ — фазное напряжение статорной обмотки; R_1, X_1 — сопротивления статорной обмотки; R_2', X_2' — приведенные значения сопротивлений роторной обмотки; $\Omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_1}{p}$ — угловая скорость вращения магнитного поля.

Характеристика $\Omega=f(M)$ строится по зависимости $M=f(s)$ (рис. 5.2).

Построение механических характеристик по данным каталога. Упрощенная формула зависимости вращающего момента от скольжения имеет вид [3]:

$$M = \frac{2 \cdot M_{кр}}{S_{кр}/S + S/S_{кр}}, \quad (5.1)$$

где $M_{кр}$ — критический (максимальный) вращающий момент двигателя; $S_{кр}$ — критическое скольжение — скольжение, при котором двигатель развивает критический момент.

Номинальный момент:

$$M_{ном} = 9550 \cdot \frac{P_{ном}}{n_{ном}},$$

где $P_{ном}$ — номинальная мощность двигателя, кВт; $n_{ном}$ — номинальная частота вращения ротора, об/мин.

Для номинального режима с учетом того, что $M_{кр}/M_{ном}=\lambda$, из (5.1) получим

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{2}{S_{кр} / S + S / S_{кр}}. \quad (5.2)$$

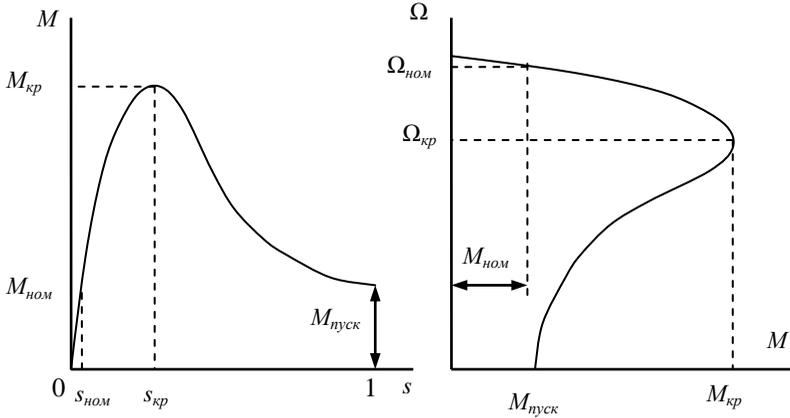


Рис. 5.2. Механические характеристики

Решая (5.2) относительно критического скольжения, получим

$$S_{кр} = S_{ном} \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}).$$

Зная $M_{кр}$ и $S_{кр}$ и задаваясь значениями S в пределах от 0 до 1, строится механическая характеристика $M=f(S)$.

Характеристику $\Omega = f(M)$ получают из характеристики $M=f(S)$, учитывая при этом, что

$$\Omega = \Omega_0 \cdot (1 - S)$$

где Ω — угловая скорость вращения ротора, р/с.

Механические характеристики асинхронного двигателя, изображенные на рис. 5.2 а, б, показывают пусковые свойства, перегрузочную способность, устойчивость работы.

Рабочие характеристики: зависимость скорости вращения ротора Ω , вращающего момента M , КПД η , тока I и коэффициента мощности $\cos \varphi$ от мощности на валу двигателя P_2 . Рабочие характеристики асинхронного двигателя изображены на рис. 5.3.

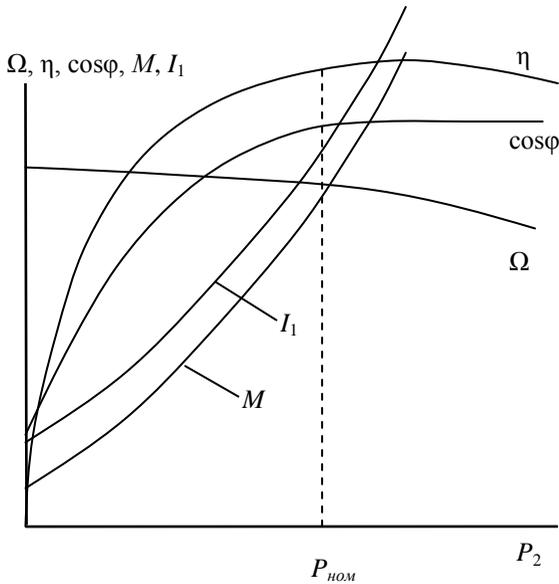


Рис. 5.3. Рабочие характеристики асинхронного двигателя

5.4 Типовые примеры

Пример 5.1. Трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором подключен к трехфазной сети с напряжением равным номинальному напряжению двигателя. Момент сопротивления на валу двигателя равен номинальному вращающему моменту двигателя. Определить: 1) потребляемую мощность; 2) номинальный и максимальный (критический) вращающие моменты; 3) пусковой ток; 4) номинальное и критическое скольжения. Построить механические характеристики $M = f(S)$ и $n = f(M)$.

Данные для расчета: номинальная мощность двигателя $P_{ном} = 8$ кВт, номинальное напряжение $U_{ном} = 380$ В, номинальная частота вращения ротора $n_{ном} = 1420$ об/мин, номинальный к.п.д. $\eta_{ном} = 0,84$, номинальный коэффициент мощности $\cos\varphi_{ном} = 0,85$, кратность пускового тока

$$\frac{I_{пуск}}{I_{ном}} = k = 6,5, \text{ перегрузочная способность двигателя } \lambda = 2.$$

Решение:

Потребляемая из сети мощность равна:

$$P_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\eta_{\text{ном}}} = \frac{8}{0,84} = 9,52 \text{ кВт.}$$

Номинальный момент равен:

$$M_{\text{ном}} = 9550 \cdot \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9550 \cdot \frac{8}{1420} = 53,8 \text{ Н·м.}$$

Критический момент двигателя равен:

$$M_{\text{кр}} = \lambda \cdot M_{\text{ном}} = 2 \cdot 53,8 = 107,6 \text{ Н·м.}$$

Номинальный ток двигателя равен:

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{\sqrt{3} \cdot U_{\text{ном}} \cdot \cos \varphi_{\text{ном}}} = \frac{9,52 \cdot 1000}{1,73 \cdot 380 \cdot 0,84} = 17,21 \text{ А.}$$

Пусковой ток двигателя равен:

$$I_{\text{пуск}} = k \cdot I_{\text{ном}} = 6,5 \cdot 17,21 = 111,92 \text{ А.}$$

Номинальное скольжение равно:

$$S_{\text{ном}} = \frac{(n_0 - n_{\text{ном}})}{n_0} = \frac{1500 - 1420}{1500} = 0,053.$$

Критическое скольжение равно:

$$S_{\text{кр}} = S_{\text{ном}} \cdot (\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) = 0,053 \cdot (2 + \sqrt{2^2 - 1}) = 0,197.$$

Механическая характеристика $M = f(S)$ строится по уравнению:

$$M = \frac{2 \cdot M_{кр}}{S_{кр} / S + S / S_{кр}} = \frac{2 \cdot 107,6}{0,197 / S + S / 0,197} \quad (5.3)$$

Задавая скольжением S от 0 до 1, подсчитываем вращающий момент. Скорость вращения ротора определяем из уравнения:

$$n = n_0 \cdot (1 - S). \quad (5.4)$$

Характеристики, построенные по данным, полученным согласно (5.3), (5.4), изображены на рис. 5.4, а, б.

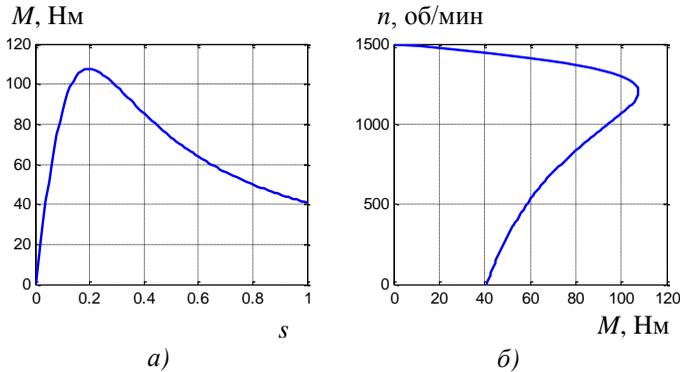


Рис. 5.4. Характеристики асинхронного двигателя:
а – механическая; б – скоростная.

Пример 5.2. Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором, обмотка статора которого соединена треугольником, подключен к трехфазной сети с частотой 50Гц и напряжением $U_{л}=220$ В. Определить: 1) пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя с замкнутым накопком ротором; 2) токи ротора и статора и вращающий момент при работе двигателя со скольжением $s=0,05$; 3) критическое скольжение и критический момент; 4) величину сопротивления фазы пускового реостата для получения пускового момента, равного максимальному, а также пусковые токи статора и ротора при этом сопротивлении.

Данные для расчета: сопротивление фаз обмоток двигателя $R_1=0,43$ Ом, $R_2=0,02$ Ом, $X_1=2,26$ Ом, $X_2=0,09$ Ом, номинальное напряжение $U_{ном}=220$ В, частота питающего напряжения $f_1=50$ Гц, число витков на фазу обмотки статора $\omega_1 = 188$, обмотки ротора – $\omega_2 = 36$, число пар полюсов $p=3$.

Решение:

Коэффициент трансформации равен:

$$n = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{188}{36} = 5,2.$$

Приведенные значения сопротивлений роторной обмотки:

$$R_2' = R_2 \cdot n^2 = 0,02 \cdot 5,2^2 = 0,54 \text{ Ом},$$

$$X_2' = X_2 \cdot n^2 = 0,09 \cdot 5,2^2 = 2,43 \text{ Ом}.$$

Сопротивления короткого замыкания:

$$R_k = R_1 + R_2' = 0,43 + 0,54 = 0,97 \text{ Ом},$$

$$X_k = X_1 + X_2' = 2,26 + 2,43 = 4,69 \text{ Ом},$$

$$Z_k = \sqrt{R_k^2 + X_k^2} = \sqrt{0,97^2 + 4,69^2} = 4,78 \text{ Ом}.$$

Пусковые токи статора и ротора двигателя с замкнутым накоротко ротором равны:

$$I_{1\text{пуск}} = \frac{U_\phi}{Z_k} = \frac{220}{4,78} = 46,025 \text{ А},$$

$$I_{2\text{пуск}} = n \cdot I_{1\text{пуск}} = 5,2 \cdot 46,025 = 239,33 \text{ А}.$$

Угловая скорость вращения магнитного поля статора:

$$\Omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 / p = 2 \cdot \pi \cdot 50 / 3 = 104,7 \text{ рад/с}.$$

Пусковой момент двигателя с замкнутым накоротко ротором равен:

$$M_{\text{пуск}} = \frac{3 \cdot R_2 \cdot I_{2\text{пуск}}^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot 0,02 \cdot 239,33^2}{104,7} = 32,82 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Коэффициент мощности при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором равен:

$$\cos \varphi_{\text{пуск}} = \frac{R_k}{Z_k} = \frac{0,97}{4,78} = 0,202.$$

Полное сопротивление фазы двигателя при работе со скольжением $S = 0,05$ равно:

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{\left(R_1 + \frac{R_2'}{S}\right)^2 + (X_1 + X_2')^2} = \\ &= \sqrt{\left(0,43 + \frac{0,54}{0,05}\right)^2 + (2,26 + 2,43)^2} = 12,17 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Токи при работе двигателя со скольжением $S = 0,05$ равны:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{U_\phi}{Z} = \frac{220}{12,7} = 17,32 \text{ А}, \\ I_2 &= n \cdot I_1 = 5,2 \cdot 17,32 = 90,064 \text{ А}. \end{aligned}$$

Вращающий момент при работе двигателя со скольжением $S = 0,05$ равен:

$$M = \frac{3 \cdot \frac{R_2}{S} \cdot I_2^2}{\Omega_0} = \frac{3 \cdot \frac{0,02}{0,05} \cdot 90,06^2}{104,7} = 92,97 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Критическое скольжение и критический момент двигателя равны:

$$S_{sp} = R_2' / \sqrt{R_1^2 + X_k^2} = 0,54 / \sqrt{0,43^2 + 4,69^2} = 0,115,$$

$$M_{кр} = \frac{3 \cdot U_{\phi}^2}{2 \cdot \Omega_0 \cdot [R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_k^2}]} =$$

$$= \frac{3 \cdot 220^2}{2 \cdot 104,7 \cdot [0,43 + \sqrt{0,43^2 + 4,69^2}]} = 134,91 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Приведенное сопротивление пускового реостата, при котором пусковой момент имеет максимальное значение, а, следовательно, $S_{кр}=1$, равно:

$$R_p' = S_{sp} X_k - R_2' = 1 \cdot 4,69 - 0,54 = 4,15 \text{ Ом}.$$

Сопротивление пускового реостата равно:

$$R_p = \frac{R_p'}{n^2} = \frac{4,15}{5,2^2} = 0,153 \text{ Ом}.$$

Полное сопротивление при пуске двигателя с реостатом:

$$Z_{пуск} = \sqrt{(R_k + R_p')^2 + X_k^2} = \sqrt{(0,97 + 4,15)^2 + 4,69^2} = 6,94 \text{ Ом}.$$

Пусковые токи при пуске двигателя с реостатом:

$$I_{1пуск} = \frac{U_{\phi}}{Z_{пуск}} = \frac{220}{6,94} = 31,7 \text{ А},$$

$$I_{2пуск} = n \cdot I_{1пуск} = 5,2 \cdot 31,7 = 164,84 \text{ А}.$$

Контрольное задание 5

Задача 1. Трехфазный асинхронный двигатель с короткозамкнутым ротором подключен к трехфазной сети с напряжением равным номинальному напряжению двигателя. Момент сопротивления на валу двигателя равен номинальному вращающему моменту двигателя. Определить:

- 1) потребляемую мощность;
- 2) номинальный, пусковой и максимальный (критический) вращающие моменты;
- 3) номинальный и пусковой токи;
- 4) номинальное и критическое скольжения;
- 5) минимально допустимое напряжение на зажимах двигателя, при котором возможен пуск двигателя с нагрузкой 80% от номинального значения;
- 6) построить механические характеристики $M=f(s)$ и $n=f(M)$. Данные для расчета приведены в табл. 5.1

Таблица 5.1

Буквы Ф.И.О.	Номер букв Ф.И.О.								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	$U_{ном}, В$	$P_{ном}, кВт$	$s_{ном}, \%$	$\eta_{ном}, \%$	$\cos\varphi_{ном}$	p	λ	$M_{пуск}/M_{ном}$	$I_{пуск}/I_{ном}$
АБВ	220	0,8	3	78	0,85	1	2,2	1,9	7
ГДЕ	380	1,0	2,5	80	0,86	1	2,0	1,7	7
ЖЗИ	220	1,5	4	83	0,87	1	2,2	1,8	7
КЛМ	380	2,2	5	85	0,88	1	2,0	1,5	7
НОП	220	5,5	3,5	88	0,89	1	2,2	1,2	6
РСТ	380	7,5	3	90	0,90	2	2,0	1,1	6,5
УФХ	220	11	5,5	91	0,92	2	2,2	1,0	6
ЦЧШ	380	22	2,5	92	0,91	2	2,0	1,4	5
ЩЪЫ	220	40	3,5	86	0,89	2	2,2	1,3	5,5
БЭЮЯ	380	75	3	79	0,90	2	2,0	1,6	5

Задача 2. Трехфазный асинхронный двигатель с фазным ротором, обмотка статора которого соединена треугольником, подключен к трехфазной сети с частотой 50Гц и линейным напряжением равным номинальному напряжению двигателя. Определить:

1) пусковые токи статора и ротора, пусковой вращающий момент, коэффициент мощности при пуске двигателя с замкнутым накоротко ротором;

2) токи ротора и статора и вращающий момент при работе двигателя с номинальным скольжением $s_{ном}$, критическое скольжение и критический (максимальный) момент;

3) величину сопротивления фазы пускового реостата для получения пускового момента, равного максимальному, а также пусковые токи статора и ротора при этом сопротивлении и коэффициент мощности при пуске двигателя с реостатом.

4) построить естественную механическую характеристику двигателя.

Номинальное напряжение двигателя $U_{ном}$, число пар полюсов p , номинальное скольжение $s_{ном}$, активные сопротивления статора R_1 и ротора R_2 , индуктивные сопротивления статора X_1 и ротора X_2 , числа витков обмоток статора w_1 и ротора w_2 приведены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

	Номер букв Ф.И.О.								
	1	2	3	4	5	6		7	
Буквы Ф.И.О.	$U_{ном}$, В	p	$s_{ном}$, %	R_1 , Ом	R_2 , Ом	X_1 , Ом	X_2 , Ом	w_1 , В	w_2 , В
АБВ	220	2	3	0,45	0,07	1,52	0,22	190	65
ГДЕЁ	380	2	2,5	0,58	0,06	2,30	0,35	260	84
ЖЗИЙ	220	3	4	0,62	0,04	1,85	0,44	360	70
КЛМ	380	3	5	0,36	0,06	3,2	0,38	216	50
НОП	220	2	3,5	0,42	0,05	3,6	0,46	184	42
РСТ	380	2	3	0,64	0,03	2,8	0,34	412	82
УФХ	220	3	5,5	0,7	0,05	3,55	0,48	240	40
ЦЧШ	380	3	2,5	0,82	0,06	4,2	0,62	220	42
ЩЪЫ	220	2	3,5	0,50	0,07	2,24	0,32	274	80
БЭЮЯ	380	2	3	0,62	0,04	3,48	0,45	450	92

Задача 3. Скорость вращения ротора асинхронного двигателя n , потребляемая из сети мощность P , мощность потерь в двигателе ΔP приведены в табл.5.3. Определить мощность на валу асинхронного

двигателя и момент, развиваемый двигателем.

Таблица 5.3

	Номер букв Ф.И.О.		
	1	2	3
Буквы Ф.И.О.	n , об/мин	P , кВт	ΔP , кВт
АВВ	1440	50	5
ГДЕЕ	1470	51	4
ЖЗИИ	1350	52	4,2
КЛМ	750	53	4,3
НОП	735	54	4,4
РСТ	1330	55	4,5
УФХ	2880	56	4,6
ЦЧШ	2910	57	4,7
ЩЪЫ	1390	49	4,9
БЭЮЯ	1400	58	5,2

6. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МАШИНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

6.1. Назначение и область применения машин постоянного тока

Машины постоянного тока (МПТ) используют в качестве генераторов и двигателей [1, 3]. МПТ в режиме генератора осуществляет преобразование механической энергии в электрическую энергию постоянного тока. Энергия, вырабатываемая генераторами постоянного тока, служит для питания двигателей постоянного тока, электролитических ванн, электромагнитов и др. МПТ в режиме двигателя осуществляет преобразование электрической энергии в механическую энергию на валу двигателя. Двигатели постоянного тока применяют для привода станков, прокатных станов, подъемно-транспортных машин и др.

6.2. Устройство и принцип действия машин постоянного тока

Устройство машин постоянного тока. Машина постоянного тока состоит из неподвижной части, называемой статором и вращающейся части называемой якорем (рис. 6.1) [3]. Статор состоит из массивного стального корпуса, к которому прикреплены главные полюсы и дополнительные полюсы. Главные полюсы изготавливают из стальных листов. Дополнительные полюсы изготавливают массивными. На главных полюсах размещают обмотки возбуждения. На дополнительных полюсах размещают обмотки дополнительных полюсов. Обмотки изготавливают из медного изолированного провода.

Якорь машины постоянного тока состоит из вала, на котором закреплен сердечник якоря. Сердечник набирают из стальных листов. На поверхности якоря имеются пазы, в которые уложена обмотка якоря. Выводы обмотки якоря присоединяют к коллектору, расположенному на валу. Коллектор представляет собой цилиндр, состоящий из медных пластин, изолированных друг от друга и от вала машины. К коллектору с помощью пружин прижимаются щетки, расположенные в специальных щеткодержателях. С помощью щеточно-коллекторного узла вращающаяся обмотка якоря соединяется с внешней электрической цепью. Кроме того коллектор выполняет роль механического выпрямителя (инвертора). Вал якоря вращается в подшипниках, размещенных в подшипниковых щитах, которые закреплены с торцовых сторон к корпусу.

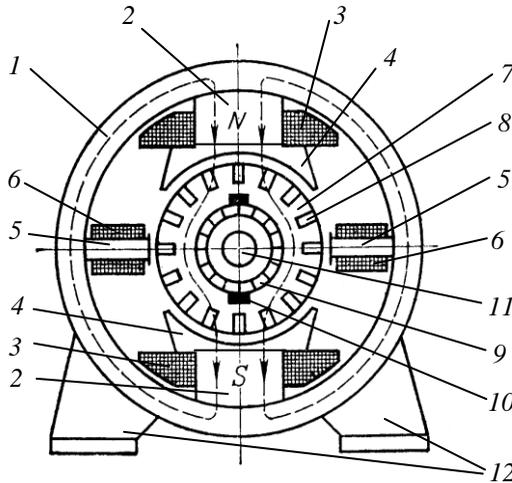


Рис. 6.1 – Устройство МПТ:

1 – корпус; 2 – главные полюсы; 3 – обмотки возбуждения; 4 – полюсные наконечники; 5 – дополнительные полюсы; 6 – обмотки дополнительных полюсов; 7 – сердечник якоря; 8 – обмотка якоря; 9 – коллектор; 10 – щетки; 11 – вал; 12 – лапы

Принцип действия машин постоянного тока.

Режим генератора. При подключении к обмотке возбуждения напряжения питания по ней протекает ток возбуждения, который создает магнитный поток возбуждения. За счет полюсных наконечников магнитная индукция вдоль воздушного зазора распределяется по закону близкому к трапециидальному.

При вращении якоря генератора первичным двигателем со скоростью n в проводниках обмотки якоря будут индуцировать ЭДС, направление которых определяется по правилу правой руки:

$$e_{np} = B \cdot l \cdot v,$$

где B – магнитная индукция; l – длина проводника; v – скорость.

ЭДС проводника движущегося под разными полюсами имеют разные направления. Благодаря коллектору напряжение и ток во внешней цепи имеют постоянное направление. При подключении к щеткам потребителя в обмотке якоря и потребителе возникают токи. Взаимодействие проводников обмотки якоря, по которым протекает ток, и магнитного поля главных полюсов создает электромагнитный момент,

направленный против направления вращения якоря и по отношению к первичному двигателю являющийся тормозным моментом.

Работа МПТ в режиме двигателя. При подключении к щеткам (к обмотке якоря) напряжения U во внешней цепи и в обмотке якоря возникают токи. В результате взаимодействия проводников обмотки якоря с магнитным полем главных полюсов возникает вращающий момент, под действием которого якорь начинает вращаться в направлении, определяемом по правилу левой руки. Вследствие изменения направления тока в проводниках обмотки якоря при вращении последнего, вращающий момент будет всегда направлен в одну и ту же сторону. При вращении якоря в его обмотке наводится ЭДС, направленная встречно питающему якорь напряжению.

Значение ЭДС между щетками:

$$E = \frac{p}{a} \cdot \frac{N}{60} \cdot \Phi \cdot n = k_e \cdot \Phi \cdot n,$$

где $2p$ – число полюсов машины; N – число проводников обмотки якоря; $2a$ – число параллельных ветвей обмотки якоря; k_e – коэффициент ЭДС, зависящий от конструктивных параметров машины.

Момент, действующий на якорь:

$$M = \frac{p}{a} \cdot \frac{N}{2 \cdot \pi} \cdot \Phi \cdot I_a = k_M \cdot \Phi \cdot I_a,$$

где k_M – коэффициент момента, зависящий от конструктивных особенностей машины.

6.3. Реакция якоря и коммутация в машинах постоянного тока

Реакция якоря МПТ. При работе МПТ на холостом ходу магнитное поле создается обмоткой возбуждения. В случае работы под нагрузкой, ток якоря $I_a \neq 0$ и обмотка якоря создает собственное магнитное поле. В результате магнитное поле машины возбуждается как намагничивающими силами обмотки возбуждения, так и намагничивающими силами обмотки якоря. Явление влияния магнитного поля якоря на результирующий магнитный поток машины называется *реакцией якоря* [3].

Характер реакции якоря зависит от расположения щеток. Различают поперечную и продольную реакцию якоря. В случае расположения

щеток на геометрической нейтрали возникает поперечная реакция якоря. В случае смещения щеток с геометрической нейтрали возникает поперечная и продольная реакции якоря. В результате поперечной реакции якоря магнитное поле машины оказывается несимметричным относительно оси главных полюсов. В результате в секциях обмотки якоря, расположенных на геометрической нейтрали и замыкаемых щетками накоротко, возникает ЭДС и, как следствие, искрение под щетками. Кроме того между пластинами коллектора, которые присоединены к секциям, находящимися в усиленном магнитном поле возникает повышенное напряжение, что может привести к возникновению дуги между коллекторными пластинами [3].

Наличие продольной реакции якоря приводит к уменьшению результирующего магнитного потока, при нагрузке машины.

Коммутация в МПТ – процесс переключения секций обмотки якоря из одной параллельной ветви в другую, при котором происходит изменение направления тока в секциях. При коммутации, в следствие, явлений самоиндукции, взаимоиндукции и поперечной реакции якоря под щетками возникает искрение, приводящее к преждевременному выходу из строя коллектора. Наиболее эффективный способ улучшения условий коммутации – применение дополнительных полюсов. Дополнительные полюса создают в зоне коммутации магнитное поле, компенсирующее действие ЭДС наводимых в следствие реакции якоря и явлений самоиндукции и взаимоиндукции.

6.4. Работа машины постоянного тока в режиме генератора

В зависимости от способов возбуждения различают: генераторы независимого возбуждения, генераторы параллельного возбуждения, генераторы последовательного возбуждения и генераторы смешанного возбуждения.

К основным характеристикам генераторов постоянного тока относят: характеристику холостого хода, внешнюю характеристику и регулировочную характеристику.

Характеристика холостого хода – зависимость ЭДС E от тока возбуждения в режиме холостого хода ($I_a=0$) и при постоянной скорости вращения ($n=\text{const}$) $E = f(\varphi_e)$.

Внешняя характеристика – зависимость напряжения на зажимах генератора от тока нагрузки при постоянной скорости вращения и токе возбуждения.

Регулировочная характеристика – зависимость тока возбуждения от тока нагрузки при постоянной скорости вращения и напряжении генератора.

В генераторах независимого возбуждения главный магнитный поток возбуждается обмоткой независимого возбуждения, расположенной на главных полюсах и запитанной от постороннего источника постоянного тока (рис. 6.2). При таком включении ток возбуждения не

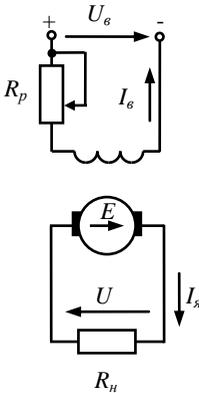


Рис. 6.2. ГПТ независимого возбуждения

зависит от напряжения генератора, а, следовательно, и от нагрузки. В такой схеме можно осуществлять регулирование напряжения генератора в широких пределах, посредством изменения тока возбуждения. Изменение тока возбуждения можно осуществлять путем изменения сопротивления реостата R_p , включенного последовательно с обмоткой возбуждения, или регулируя напряжение, подводимое к обмотке возбуждения посредством полупроводникового преобразователя с широким диапазоном регулирования выходного напряжения.

Характеристика холостого хода генератора независимого возбуждения приведена на рис. 6.3, а. Вследствие гистерезиса магнитной цепи машины постоянного тока характеристика холостого хода имеет форму петли. Нисходящая ветвь характеристики располагается выше восходящей. Наклон характеристики в верхней части уменьшается, вследствие насыщения магнитной цепи машины.

Внешнюю характеристику генератора независимого возбуждения (рис. 6.3, б.) получают из уравнений:

$$U = E - I_a \cdot r_a,$$

$$I_a = \frac{E}{r_n + r_a}.$$

Наклон внешней характеристики обусловлен падением напряжения на сопротивлении якоря при увеличении тока нагрузки и изменением

ЭДС якоря E , вследствие уменьшения магнитного потока машины с ростом нагрузки, возникающее из-за реакции якоря.

Регулировочная характеристика генератора независимого возбуждения, показывающая степень изменения тока возбуждения для поддержания неизменным напряжения генератора при изменении тока нагрузки, приведена на рис. 6.3, в.

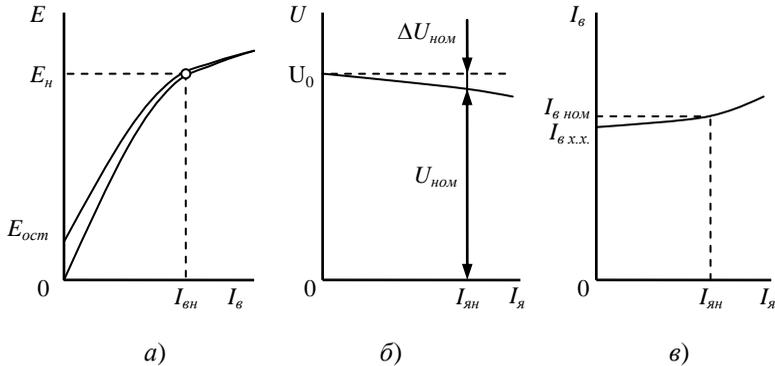


Рис. 6.3 Характеристики ГПТ с независимым возбуждением:
 а – холостого хода; б – внешняя; в – регулировочная

В генераторах *параллельного возбуждения* обмотка возбуждения подключается параллельно якорю (рис. 6.4).

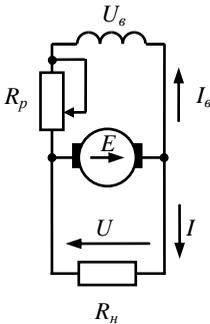


Рис. 6.4. ГПТ параллельного возбуждения

Генераторы этого типа работают в режиме самовозбуждения. Условия самовозбуждения генераторов параллельного возбуждения: наличие у генератора магнитного потока остаточного намагничивания Φ_0 ; направление магнитного потока создаваемого обмоткой возбуждения должно совпадать с направлением потока остаточного намагничивания. Уравнение, соответствующее завершению процесса самовозбуждения генератора:

$$E = I_a r_a + r_g + R_p$$

Характеристика холостого хода генератора параллельного возбуждения подобна характеристике генератора независимого возбуждения.

Уравнения для получения внешней характеристики генератора параллельного возбуждения:

$$U \approx E - I \cdot r_a,$$

$$I = \frac{E}{r_n + r_a},$$

$$I_g = \frac{U}{r_g + R_p},$$

$$E = f(\varphi).$$

В генераторах параллельного возбуждения изменение напряжения происходит как за счет падения напряжения на активном сопротивлении якоря $I r_a$, так и за счет уменьшения ЭДС E , вызванное влиянием реакции якоря и уменьшением тока возбуждения. Внешняя характеристика имеет вид, показанный на рис. 6.5.

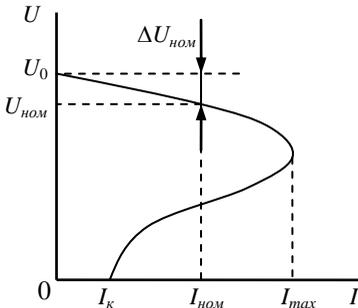


Рис. 6.5. Внешняя характеристика генератора с параллельным возбуждением

Регулировочная характеристика имеет такой же вид как у генератора независимого возбуждения, но проходит несколько выше, чем у генераторов независимого возбуждения в следствие большего изменения напряжения.

В генераторах *смешанного возбуждения* магнитный поток создается обмоткой параллельного возбуждения и обмоткой последовательного возбуждения (рис. 6.6, а).

Характеристика холостого хода генератора смешанного возбуждения такая же, как у генератора параллельного возбуждения.

Уравнения для получения внешней характеристики генератора смешанного возбуждения:

$$U = E - I \cdot (r_a + r_c),$$

$$I = \frac{E}{r_n + r_c + r_a}.$$

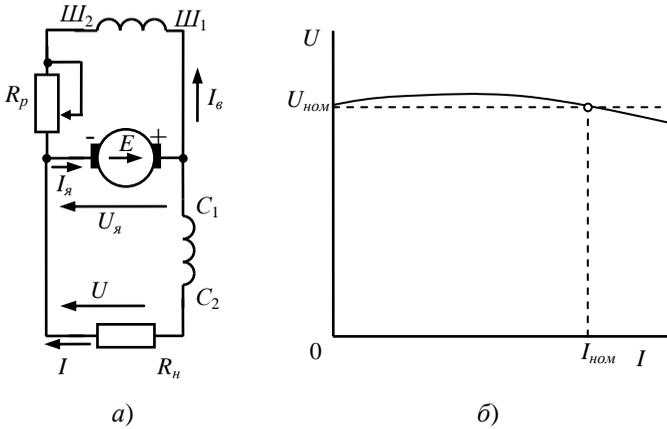


Рис. 6.6. Генератор со смешанным возбуждением:
а – принципиальная схема; б – его внешняя характеристика

ЭДС E зависит от двух намагничивающих сил параллельной и последовательной обмоток возбуждения:

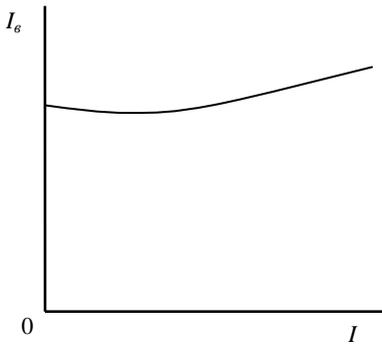


Рис. 6.7. Регулировочная характеристика генератора смешенного возбуждения

$$E = f(\Phi_g \cdot \omega_{in} + I \cdot \omega_c).$$

В результате изменение напряжения U компенсируется изменением ЭДС E за счет намагничивающей силы последовательной обмотки. Внешняя характеристика генератора смешанного возбуждения показана на рис. 6.6, б. Вид регулировочной характеристики приведен на рис. 6.7.

6.5. Работа машины постоянного тока в режиме двигателя

По способу возбуждения различают: двигатели параллельного возбуждения, двигатели последовательного возбуждения и двигатели смешанного возбуждения (рис. 6.8).

Уравнения электрического состояния цепи якоря двигателя:

$$U = E + I_{\text{я}} (R_{\text{я}} + R) = k_e \Phi n + I_{\text{я}} (R_{\text{я}} + R),$$

$$I_{\text{я}} = \frac{U - E}{R_{\text{я}} + R} = \frac{U - k_e \Phi n}{R_{\text{я}} + R}.$$

Уравнение естественной механической характеристики двигателя:

$$n_e = \frac{U}{k_e \Phi} - \frac{MR_{\text{я}}}{k_e k_M \Phi^2}.$$

Механические характеристики двигателей с различным способом возбуждения отличаются друг от друга (рис. 6.9).

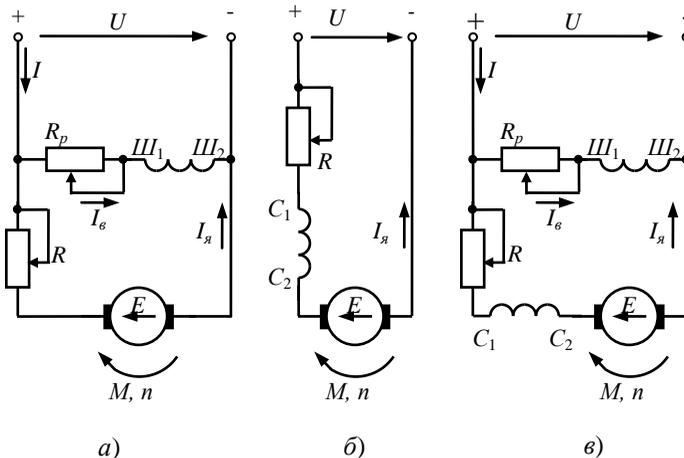


Рис. 6.8. Схемы включения ДПТ:

а – с параллельным возбуждением; б – с последовательным возбуждением; в – со смешанным возбуждением

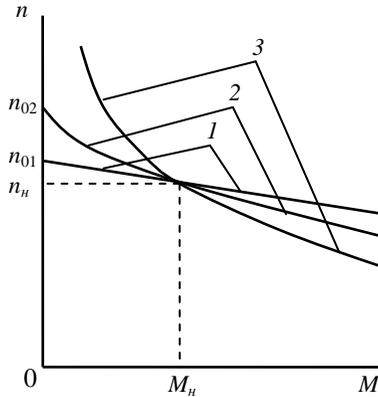


Рис. 6.9. Механические характеристики ДПТ:

1 – с параллельным возбуждением; 2 – со смешанным возбуждением; 3 – с последовательным возбуждением

Пуск двигателя постоянного тока осуществляется с помощью добавочного сопротивления, включенного в цепь якоря. Необходимость использования добавочного сопротивления объясняется тем, что при пуске в начальный момент времени скорость двигателя равна нулю $n=0$, соответственно $E=0$ и пусковой ток ограничен только сопротивлением якоря:

$$I_{я} = \frac{U}{R_{я}}.$$

В результате пусковой ток превышает номинальный в 10-30 раз, в зависимости от мощности двигателя, что недопустимо по ряду причин. Во-первых, перегрузка по току недопустима по условиям коммутации двигателя (возникает сильное искрение под щетками). Во-вторых, при большом пусковом токе создается большой пусковой момент, который приводит к недопустимым ускорениям и как следствие поломке механизмов. В-третьих, при питании от сети относительно небольшой мощности пуск двигателя без ограничений пускового тока приводит к снижению напряжения сети, что негативно сказывается на работе других потребителей.

Как правило, сопротивление пускового реостата разбивают на несколько ступеней. Пуск осуществляется при максимальном сопротив-

лении с дискретным уменьшением сопротивления по мере разгона. Достоинство такого способа – простота, недостаток – потери мощности в добавочном сопротивлении.

Другой способ ограничения пускового тока – использование питания двигателя от преобразователя напряжения. Пуск осуществляется плавным изменением питающего напряжения от минимального до номинального значения с поддержанием требуемых параметров. Достоинства такого способа – возможность организовывать любые траектории разгона двигателя, высокие энергетические показатели.

Регулирование скорости вращения двигателей постоянного тока можно осуществлять следующими способами [3]:

- 1) изменением добавочного сопротивления в цепи якоря (рис. 6.10, а);
- 2) изменением величины магнитного потока (рис 6.10, б);
- 3) изменением напряжения подводимого к обмотке якоря (рис. 6.10, в).

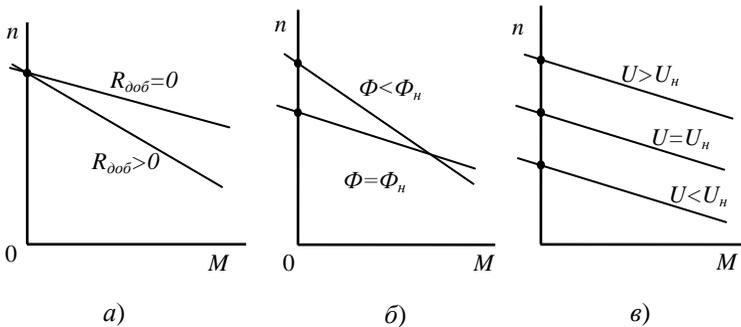


Рис. 6.10. Внешние характеристики ДПТ:

а – с различными добавочными сопротивлениями; б – с изменением потока намагничивания; в – с изменением напряжения якоря

Тормозные режимы работы двигателей постоянного тока. Существует три тормозных режима работы двигателей постоянного тока. В режиме *противовключения* двигатель под действием внешнего момента, или запаса кинетической энергии вращается в направлении противоположном тому, в котором он должен был бы вращаться при данной схеме его включения в двигательном режиме. Получают режим *противовключения* либо изменением полярности питающего двигателя напряжения (рис. 6.11, а), либо переводом режима работы на искусственные характеристики, посредством введения добавочного сопротивления в цепь якоря. Недостатком этого способа торможения является

большие потери энергии при торможении, мягкие механические характеристики (рис. 6.11, б).

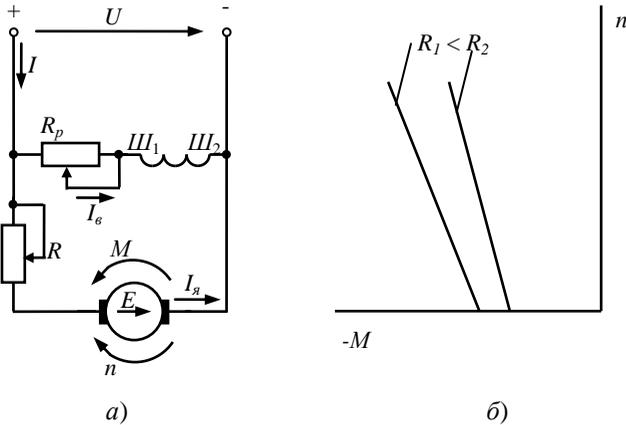


Рис. 6.11. ДПТ параллельного возбуждения в режиме противовключения:
а – схема включения; б – механические характеристики

В *генераторном режиме* двигатель под действием внешнего момента или запаса кинетической энергии вращается со скоростью большей скорости холостого хода, в том же направлении, в котором он должен был бы вращаться при данной схеме включения в двигательном режиме (рис. 6.12). Достоинством такого способа является то, что вырабатываемая генератором энергия отдается в сеть постоянного тока, недостаток – регулирование скорости можно производить только в диапазоне $n > n_0$.

Двигатель последовательного возбуждения в генераторном режиме работать не может.

В режиме *динамического торможения* якорь двигателя отключают от сети и замыкают на сопротивление (рис. 6.13, а). Этот режим характеризуется более быстрым остановом двигателя и позволяет реализовывать торможение с установившейся скоростью. Механические характеристики для режима динамического торможения приведены на рис. 6.13, б.

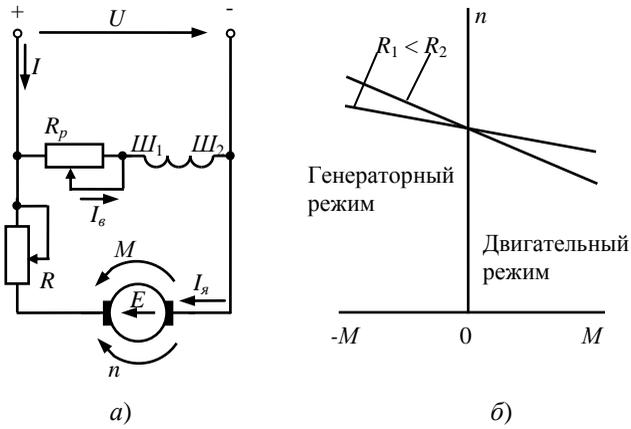


Рис. 6.12. МПТ параллельного возбуждения в генераторном режиме:
 а – схема; б – механические характеристики

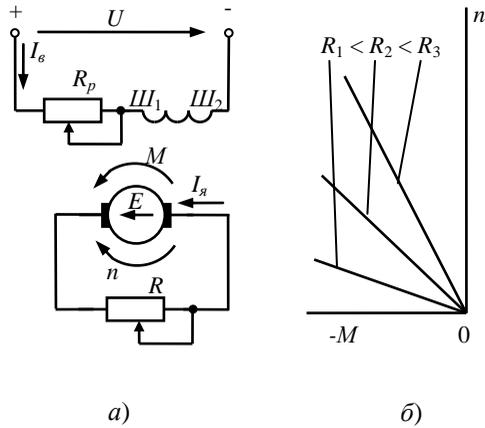


Рис 6.13. МПТ параллельного возбуждения в режиме
 динамического торможения:
 а – схема; б – механические характеристики

6.6. Потери мощности и коэффициент полезного действия машины постоянного тока

В машинах постоянного тока различают:

- 1) потери мощности в цепи якоря $\Delta P_{\text{я}} = I_{\text{я}}^2 R_{\text{я}}$;
- 2) потери мощности в стали $\Delta P_{\text{С}}$, обусловленные вихревыми токами и перемagnичиванием сердечника якоря;
- 3) механические потери мощности $\Delta P_{\text{МEX}}$, обусловленные трением в подшипниках, щеточно-коллекторном узле, вращающихся частей о воздух;
- 4) потери мощности в цепи обмотки возбуждения $\Delta P_{\text{в}} = U_{\text{в}} I_{\text{в}}$.

Коэффициент полезного действия МПТ:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Delta P_{\text{я}} + \Delta P_{\text{С}} + \Delta P_{\text{МEX}} + \Delta P_{\text{в}}}.$$

6.7. Типовые примеры

Пример 6.1. Генератор параллельного возбуждения работает в номинальном режиме. Определить мощность и момент на валу первичного двигателя.

Данные для расчета: номинальная мощность генератора $P_{\text{ном}}=5,3$ кВт, номинальное напряжение генератора $U_{\text{ном}}=240$ В, номинальная частота вращения генератора $n_{\text{ном}}=2900$ об/мин, сопротивление обмотки якоря $R_{\text{я}}=0,74$ Ом, сопротивление цепи возбуждения $R_{\text{в}}=155$ Ом, механические и магнитные потери $\Delta P_{\text{МEX}} + \Delta P_{\text{м}} = 210$ Вт.

Решение:

Номинальный ток нагрузки равен:

$$I_{\text{ном}} = \frac{P_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}}} = \frac{5300}{240} = 22,08 \text{ А.}$$

Ток возбуждения генератора равен:

$$I_{\text{в}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{\text{в}}} = \frac{240}{155} = 1,55 \text{ А.}$$

Ток якоря при номинальной нагрузке равен:

$$I_{я.ном} = I_{ном} + I_g = 22,08 + 1,55 = 23,63 \text{ А.}$$

ЭДС генератора равна:

$$E = U_{ном} + R_{я} \cdot I_{я.ном} = 240 + 0,74 \cdot 23,63 = 257,49 \text{ В.}$$

Потери в обмотке якоря и в цепи возбуждения:

$$\Delta P_{я} = R_{я} \cdot I_{я.ном}^2 = 0,74 \cdot 23,63^2 = 413,2 \text{ Вт,}$$

$$\Delta P_g = R_g \cdot I_g^2 = 155 \cdot 1,55^2 = 372,39 \text{ Вт.}$$

Суммарные потери при номинальной нагрузке равны:

$$\begin{aligned} \sum \Delta P &= \Delta P_{я} + \Delta P_g + \Delta P_{мех} + \Delta P_{м} = \\ &= 413,2 + 372,39 + 210 = 995,59 \text{ Вт} = 0,996 \text{ кВт.} \end{aligned}$$

Мощность на валу первичного двигателя равна:

$$P_{мех.ном} = \sum \Delta P + P_{ном} = 0,995 + 5,3 = 6,295 \text{ кВт.}$$

Коэффициент полезного действия генератора при номинальной нагрузке равен:

$$\eta_{ном} = \frac{P_{ном}}{P_{мех.ном}} \cdot 100 = \frac{5,3}{6,295} \cdot 100 = 84,2 \text{ \%}.$$

Момент на валу первичного двигателя при номинальной нагрузке генератора равен:

$$M_{ов} = 9550 \cdot \frac{P_{мех.ном}}{n_{ном}} = \frac{9550 \cdot 6,295}{2900} = 20,73 \text{ Н·м.}$$

Пример 6.2. Двигатель параллельного возбуждения, подключенный к сети с напряжением $U_{ном}=220$ В, потребляет при номинальной нагрузке ток $I_{ном}=22$ А, в режиме холостого хода ток $I_0=2,5$ А. Сопротивление обмотки якоря $R_я=0,73$ Ом, сопротивление цепи возбуждения $R_в=261$ Ом. Номинальная частота вращения $n_{ном}=1020$ об/мин, Определить номинальную мощность двигателя, номинальный КПД, номинальный вращающий момент, пусковой ток при пуске двигателя без пускового реостата, сопротивление пускового реостата, обеспечивающее кратность пускового тока на уровне $\frac{I_{пуск}}{I_{ном}} = 2,4$, и пусковой момент при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную механическую характеристику двигателя.

Решение:

Потребляемая мощность двигателя равна:

$$P_{I_{ном}} = U_{ном} \cdot I_{ном} = 220 \cdot 22 = 4840 \text{ Вт.}$$

Ток возбуждения равен:

$$I_в = \frac{U_{ном}}{R_в} = \frac{220}{261} = 0,84 \text{ А.}$$

Ток в цепи якоря равен:

$$I_{я,ном} = I_{ном} - I_в = 22 - 0,84 = 21,16 \text{ А.}$$

Потери в обмотке якоря и в цепи возбуждения соответственно равны:

$$\Delta P_{я,ном} = R_я \cdot I_{я,ном}^2 = 0,73 \cdot 21,16^2 = 326,85 \text{ Вт,}$$

$$\Delta P_в = R_в \cdot I_в^2 = 261 \cdot 0,84^2 = 184,16 \text{ Вт.}$$

Мощность в режиме холостого хода равна:

$$P_0 = U_{ном} \cdot I_0 = 220 \cdot 2,5 = 550 \text{ Вт.}$$

Потери в обмотке якоря при холостом ходе двигателя:

$$\Delta P_{я0} = R_{я} \cdot I_{г0}^2 = 0,73 \cdot (0,5 - 0,84)^2 = 2,01 \text{ Вт.}$$

Механические и магнитные потери равны:

$$\Delta P_{мех} + \Delta P_{м} = P_0 - \Delta P_{я0} - \Delta P_{г} = 550 - 2,01 - 184,16 = 363,83 \text{ Вт.}$$

Потери в двигателе равны:

$$\sum \Delta P = \Delta P_{яном} + \Delta P_{г} + \Delta P_{мех} + \Delta P_{м} = 326,8 + 184,2 + 363,8 = 874,83 \text{ Вт.}$$

Номинальная мощность на валу двигателя равна:

$$P_{ном} = P_{1ноу} - \sum \Delta P = 4840 - 874,83 = 3965,17 \text{ Вт.}$$

Номинальный КПД двигателя равен:

$$\eta_{ном} = \frac{P_{ном}}{P_{1ном}} 100 = \frac{3965,17}{4840} 100 = 81,9 \text{ \%}.$$

Номинальный вращающий момент двигателя равен:

$$M_{ном} = 9,550 \cdot \frac{P_{ном}}{n_{ном}} = 9,550 \cdot \frac{3965,17}{1020} = 37,12 \text{ Н·м.}$$

Пусковой ток двигателя при пуске без реостата равен:

$$I_{пуск} = \frac{U_{ном}}{R_{я}} = \frac{220}{0,73} = 301,36 \text{ А.}$$

Сопротивление пускового реостата определяется из равенства:

$$I_{\text{пуск}} = 2,4 \cdot I_{\text{я ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{R_{\text{я}} + R_{\text{р}}},$$

откуда

$$R_{\text{р}} = \frac{U_{\text{ном}}}{2,4 \cdot I_{\text{я ном}}} - R_{\text{я}} = \frac{220}{2,4 \cdot 21,16} - 0,73 = 3,602 \text{ Ом.}$$

Пусковой момент двигателя при пуске с реостатом:

$$M_{\text{пуск}} = M_{\text{ном}} \cdot \frac{I_{\text{пуск}}}{I_{\text{ном}}} = 37,12 \cdot 2,4 = 89,09 \text{ Н}\cdot\text{м}$$

Естественная механическая характеристика $\Omega=f(M)$ представляет собой прямую линию и строится соответственно по двум точкам:

1) в режиме холостого хода при $M=0$ частота вращения:

$$\begin{aligned} n_0 &= \frac{n_{\text{ном}}}{C_E \cdot \Phi_{\text{ном}}} = \frac{U_{\text{ном}}}{E_{\text{ном}}} n_{\text{ном}} = \frac{U_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}} - R_{\text{я}} I_{\text{я ном}}} n_{\text{ном}} = \\ &= \frac{220}{220 - 0,73 \cdot 21,16} 1020 = 1097 \text{ об/мин.} \end{aligned}$$

Угловая скорость вращения якоря:

$$\Omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_0}{60} = 114,9 \text{ р/с.}$$

2) при номинальной нагрузке $M=M_{\text{ном}}$ угловая скорость вращения, якоря:

$$\Omega_{\text{ном}} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n_{\text{ном}}}{60} = 106,8 \text{ р/с.}$$

Пример 6.3. Двигатель последовательного возбуждения подключен к сети с напряжением 220 В. Номинальный вращающий момент двига-

теля равен $M_{ном}=85 \text{ Н}\cdot\text{м}$, номинальная частота вращения равна $n_{ном}=1120 \text{ об/мин}$, сопротивления обмоток якоря и возбуждения $R_{я}=0.38 \text{ Ом}$, $R_{в}=0.30 \text{ Ом}$. Номинальный КПД $\eta_{ном}=82 \%$.

Определить: 1) мощность на валу двигателя и мощность, потребляемую из сети при номинальной нагрузке; 2) ток двигателя; 3) противо-ЭДС и электромагнитную мощность; 4) потери в двигателе при номинальной нагрузке и сопротивление пускового реостата, при котором кратность пускового тока по отношению к номинальному равна $\lambda=2$.

Решение:

Номинальная мощность двигателя равна:

$$P_{ном} = \frac{M_{ном} \cdot n_{ном}}{9550} = \frac{85 \cdot 1120}{9550} = 9,968 \text{ кВт.}$$

Потребляемая мощность равна:

$$P_{1ном} = \frac{P_{ном}}{\eta_{ном}} = \frac{9,968}{0,82} = 12,2 \text{ кВт.}$$

Номинальный ток двигателя равен:

$$I_{ном} = \frac{P_{1ном}}{U_{ном}} = \frac{12200}{220} = 55,45 \text{ А.}$$

Ток якоря равен току возбуждения и равен номинальному току двигателя $I_{я.ном} = I_{в} = I_{ном} = 55,5 \text{ А}$

Противо-ЭДС, наводимая в обмотке якоря, равна:

$$E = U_{ном} - (R_{я} + R_{в}) I_{ном} = 220 - (0,38 + 0,30) \cdot 55,45 = 182,3 \text{ В.}$$

Электромагнитная мощность равна:

$$P_{ЭМ} = E \cdot I_{я.ном} = 182,3 \cdot 55,45 = 10108,54 \text{ Вт.}$$

Магнитные и механические потери двигателя равны:

$$\Delta P_M + \Delta P_{\text{мех}} = P_{\text{ЭМ}} - P_{\text{ном}} = 10,108 - 9,968 = 0,14 \text{ кВт.}$$

Потери в обмотке якоря и в обмотке возбуждения равны:

$$\Delta P_{\text{я.ном}} = R_{\text{я}} \cdot I_{\text{я.ном}}^2 = 0,38 \cdot 55,45^2 = 1168,38 \text{ Вт,}$$

$$\Delta P_{\text{в}} = R_{\text{в}} \cdot I_{\text{в}}^2 = 0,3 \cdot 55,45^2 = 922,41 \text{ Вт.}$$

Суммарные потери в двигателе равны:

$$\begin{aligned} \sum \Delta P_{\text{ном}} &= \Delta P_M + \Delta P_{\text{мех}} + \Delta P_{\text{я.ном}} + \Delta P_{\text{в}} = \\ &= 140,54 + 1168 + 922,41 = 2230,95 \text{ Вт.} \end{aligned}$$

Проверим полученный результат:

$$\sum \Delta P_{\text{ном}} = P_{\text{1ном}} - P_{\text{ном}} = 12200 - 9968 = 2232 \text{ Вт.}$$

Сопротивление пускового реостата:

$$R_p = \frac{U_{\text{ном}}}{2 \cdot I_{\text{я.ном}}} - (R_{\text{я}} + R_{\text{в}}) = \frac{220}{2 \cdot 55,45} - (0,38 + 0,3) = 1,304 \text{ Ом.}$$

Контрольное задание 6

Задача 1. Для генератора с параллельным возбуждением, работающего в номинальном режиме, определить момент на валу первичного двигателя. Номинальное напряжение двигателя $U_{\text{ном}}$, номинальная мощность $P_{\text{ном}}$, номинальная частота вращения $n_{\text{ном}}$, сопротивление якоря $R_{\text{я}}$, сопротивление обмотки возбуждения $R_{\text{в}}$, суммарные механические и магнитные потери $\Delta P_{\text{мех}} + \Delta P_M$ приведены в табл. 6.1.

Таблица 6.1

	Номер букв Ф.И.О.					
	1	2	3	4	5	6
Буквы Ф.И.О.	$U_{ном}, В$	$P_{ном}, кВт$	$n_{ном}, об/мин$	$R_{я}, Ом$	$R_6, Ом$	$\Delta P_{мес} + \Delta P_{зр}, \%$
АБВ	220	4,7	2860	0,85	147	4
ГДЕЁ	220	5,2	2400	0,75	135	3,9
ЖЗИЙ	220	2,5	1500	0,60	154	4,2
КЛМ	220	10	2300	0,82	160	5
НОП	220	5,3	2860	0,68	166	5,1
РСТ	230	7,5	1453	0,72	145	3,8
УФХ	230	11	2100	0,75	158	4,4
ЦЧШ	230	4,0	2250	0,71	139	4,1
ЩЪЫ	230	2,2	2400	0,65	142	4,6
БЭЮЯ	230	2,5	2500	0,80	157	4,44

Задача 2. Для двигателя с параллельным возбуждением определить номинальную мощность двигателя, номинальный КПД, номинальный вращающий момент, пусковой ток при пуске двигателя без пускового реостата, сопротивление пускового реостата при условии $I_{пуск}/I_{ном}=2.2$, пусковой момент при пуске двигателя с реостатом. Построить естественную и искусственную механические характеристики. Номинальное напряжение двигателя $U_{ном}$, номинальный ток $I_{ном}$, номинальная частота вращения $n_{ном}$, сопротивление якоря $R_{я}$, сопротивление обмотки возбуждения R_6 , ток холостого хода I_0 приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

	Номер букв Ф.И.О.					
	1	2	3	4	5	6
Буквы Ф.И.О.	$U_{ном}, В$	$I_{ном}, А$	$n_{ном}, об/мин$	$R_{я}, Ом$	$R_6, Ом$	$I_0, А$
АБВ	220	10	2860	0,85	247	2
ГДЕЁ	220	20,5	2400	0,75	235	1,9
ЖЗИЙ	230	16	1500	0,60	254	2,2
КЛМ	230	22	2300	0,82	260	1,5
НОП	110	9,4	2860	0,68	266	2,1
РСТ	110	15,6	1453	0,72	245	2,7
УФХ	110	19,8	2100	0,75	258	1,9
ЦЧШ	115	17	2250	0,71	239	2,1
ЩЪЫ	115	16,3	2400	0,65	242	2,6
БЭЮЯ	220	12,4	2500	0,80	257	2,44

Задача 3. Полезная мощность генератора постоянного тока независимого возбуждения P , КПД η , напряжение на выводах обмотки якоря $U_{я}$ приведены в табл. 6.3. Определить ток якоря и суммарную мощность потерь генератора.

Таблица 6.3

	Номер букв Ф.И.О.		
	1	2	3
Буквы Ф.И.О.	P , Вт	η , %	$U_{я}$, В
АБВ	10000	82	115
ГДЕЁ	11000	81	110
ЖЗИЙ	10500	80	100
КЛМ	11500	79	120
НОП	12000	88	113
РСТ	11700	83	95
УФХ	10600	78	118
ЦЧШ	12300	82	105
ЩЪЫ	10800	80	110
ЪЭЮЯ	11200	84	108

Задача 4. Двигатель последовательного возбуждения подключен к сети с напряжением равным номинальному напряжению двигателя. Определить:

- 1) мощность на валу двигателя и мощность, потребляемую из сети при номинальной нагрузке;
- 2) ток двигателя;
- 3) противо-ЭДС и электромагнитную мощность;
- 4) потери в двигателе при номинальной нагрузке и сопротивление пускового реостата, при котором кратность пускового тока по отношению к номинальному равна $\lambda=2.2$.

Номинальный вращающий момент двигателя $M_{ном}$, номинальная частота вращения $n_{ном}$, сопротивления обмоток якоря и возбуждения $R_{я}$, $R_{в}$, номинальный КПД $\eta_{ном}$, номинальное напряжение двигателя $U_{ном}$ приведены в табл. 6.4.

Таблица 6.4

	Номер букв Ф.И.О.					
	1	2	3	4	4	5
Буквы Ф.И.О.	$U_{ном}, В$	$M_{ном}, Н \cdot м$	$n_{ном}, об/мин$	$R_{я}, Ом$	$R_{в}, Ом$	$\eta, \%$
АБВ	110	84	1120	0,4	0,28	78
ГДЕЁ	220	85	940	0,38	0,3	79
ЖЗИЙ	230	83	900	0,39	0,29	80
КЛМ	110	90	750	0,41	0,33	81
НОП	220	78	1050	0,42	0,34	82
РСТ	230	88	1100	0,43	0,35	83
УФХ	110	82	970	0,44	0,36	78,5
ЦЧШ	220	87	800	0,45	0,37	80,5
ЩЪЫ	230	86	1100	0,46	0,38	83,5
БЭЮЯ	110	89	1180	0,37	0,39	81,5

7. ЭЛЕКТРОНИКА

7.1. Полупроводники и их свойства

Полупроводники по электропроводности занимают промежуточное положение между металлами и диэлектриками. Наибольшее применение в электронике нашли кремний Si и германий Ge .

Каждый электрон атома твердого тела может обладать определенными значениями энергии или находится на определенных энергетических уровнях, которые называются разрешенными энергетическими уровнями [4]. В результате взаимодействия близкорасположенных атомов образуются зоны разрешенных уровней энергии (или разрешенные зоны), которые отделены друг от друга запрещенными зонами (рис. 7.1). *Разрешенная зона* – энергетическая зона или совокупность нескольких перекрывающихся энергетических зон, которые образовались в результате расщепления одного или нескольких энергетических уровней отдельного атома. Энергетические уровни валентных электронов при расщеплении образуют *валентную зону*. Разрешенные энергетические уровни, свободные от электронов в невозбужденном состоянии атома, расщепляясь, образуют одну или несколько *свободных зон*, нижняя из которых называется *зоной проводимости* (рис. 7.2).

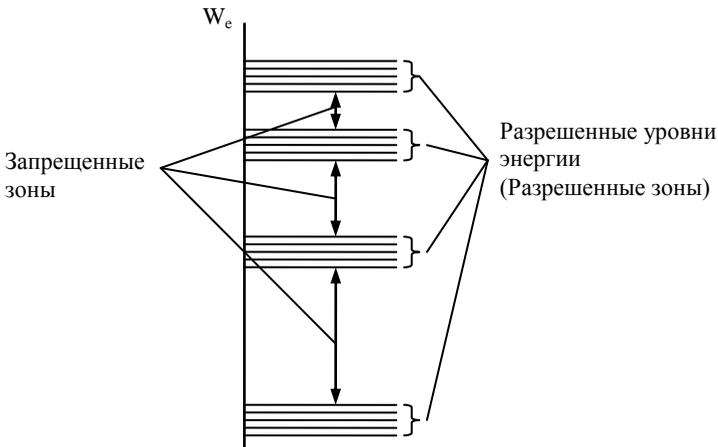


Рис. 7.1. Энергетическая диаграмма группы атомов

В полупроводниках зона проводимости отделена от валентной зоны запрещенной зоной энергии (см. рис. 7.2). *Запрещенная зона* представ-

ляет собой область значений энергии, которыми не могут обладать электроны в идеальном кристалле. Для кремния ширина запрещенной зоны составляет 1,12 эВ, для германия – 0,72 эВ.

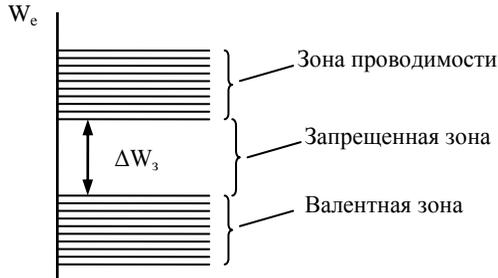


Рис. 7.2. Энергетическая диаграмма

Кремний и германий в периодической системе элементов Менделеева принадлежат к IV группе. Соответственно, на внешней электронной оболочке у кремния имеется четыре валентных электрона. Кристаллическая решетка этих элементов имеет тетраэдрическую структуру (двумерная модель приведена на рис. 7.3, а). В отсутствие структурных дефектов и при температуре абсолютного нуля четыре валентных электрона внешней электронной оболочки каждого атома участвуют в создании ковалентных связей с соседними атомами. *Ковалентная связь* образуется за счет обобществления валентных электронов соседних атомов (см. рис. 7.3, а). При образовании ковалентной связи атомы объединяют свои электроны в молекулярную орбиталь, которая формируется из электронных оболочек отдельных атомов. В результате новая электронная оболочка содержит завершенное число электронов (8 для кремния и германия) и заменяет атомам их собственные незавершенные электронные оболочки. Тот факт, что все валентные электроны атомов кристалла участвуют в создании ковалентных связей, свидетельствует о нахождении электронов на уровнях энергии валентной зоны, т.е. отсутствии свободных электронов в зоне проводимости.

При повышении температуры кристалла до значений, при которых энергия передаваемая электрону от фонона больше ширины запрещенной зоны, валентный электрон становится свободным, т.е. переходит из валентной зоны в зону проводимости. Свободный электрон может участвовать в создании электрического тока. При этом образование свободного электрона сопровождается разрывом ковалентной связи между атомами и появлением в месте разрыва так называемой дырки,

имеющей положительный заряд (рис. 7.3, б). На энергетической диаграмме дырка представляет собой вакантный уровень энергии в валентной зоне. Электроны валентной зоны, находящиеся в ковалентных связях, могут занимать этот вакантный уровень энергии под воздействием внешнего электрического поля. Разрыв ковалентной связи в одном месте кристалла и последующее восстановление ее в другом месте, формально, можно определять как движение дырки между узлами кристаллической решетки в направлении противоположном направлению движения электрона. Таким образом, носителями заряда в полупроводниках являются свободные электроны и дырки.

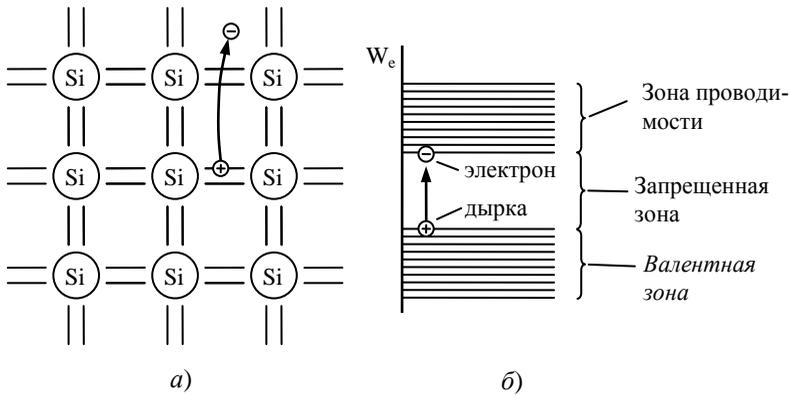


Рис. 7.3. Образование носителей заряда в полупроводнике:
а – кристаллическая решетка; б – энергетическая диаграмма

Процесс образования пары электрон-дырка называется *генерацией*. Если источником энергии является повышение температуры, то имеет место термогенерация.

Процесс образования разорванных ранее валентных связей называется *рекомбинацией*.

У чистого и однородного полупроводника (собственный полупроводник) при температуре выше абсолютного нуля свободные электроны и дырки образуются попарно. Концентрация электронов в собственном полупроводнике равна концентрации дырок.

Для создания преимущественной электронной или дырочной электропроводности и увеличения электрической проводимости в полупроводник вводят примесь.

Для получения полупроводника с электронной электропроводностью (или полупроводника *n*-типа) в чистый полупроводник вводят донорную примесь. Для кремния и германия в качестве донорной

примеси применяют элементы пятой группы (сурьма, фосфор, мышьяк), атомы которых на внешнем электронном уровне имеют пять валентных электронов. При внесении донорной примеси в полупроводник, атомы примеси замещают атомы исходного полупроводника в узлах кристаллической решетки. При этом четыре валентных электрона примеси участвуют в создании ковалентных связей с соседними атомами, а пятый (избыточный) электрон, не участвующий в ковалентной связи, становится настолько слабо связан со своим атомом, что становится свободным при передаче ему энергии намного меньшей ширины запрещенной зоны (рис. 7.4.). И при комнатной температуре практически все избыточные электроны покидают свои атомы и становятся свободными, а атомы примеси превращаются в неподвижные положительные ионы.

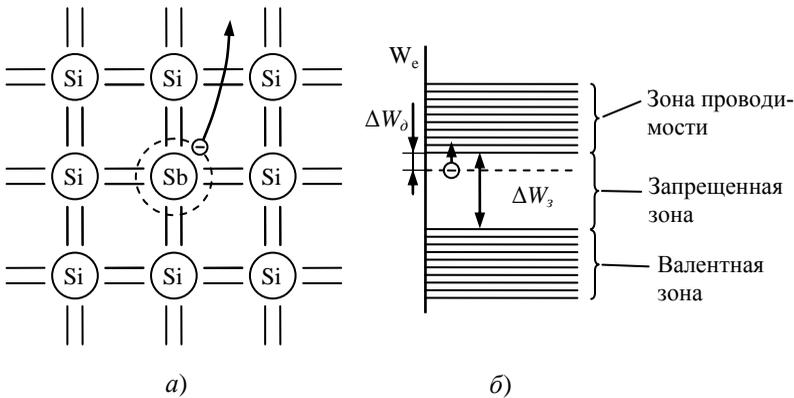


Рис. 7.4. Образование носителей заряда в полупроводнике n -типа:
 a – кристаллическая решетка; b – энергетическая диаграмма

Концентрация электронов в зоне проводимости определяется преимущественно концентрацией введенной примеси. Концентрация электронов n_n в полупроводнике n -типа существенно выше концентрации дырок p_n

$$n_n \gg p_n,$$

поэтому электроны в таком полупроводнике являются основными носителями, а дырки неосновными.

Для получения полупроводника с дырочной электропроводностью (или полупроводника p -типа) в чистый полупроводник вводят акцеп-

торную примесь, в качестве которой применяют элементы третьей группы Периодической системы (индий, галлий, алюминий, бор), атомы которых имеют три валентных электрона. Каждый атом акцепторной примеси, замещая атом исходного полупроводника образует три заполненные ковалентные связи с соседними атомами, а четвертая остается незаполненной. Недостающий валентный электрон для заполнения ковалентной связи принимается от соседнего атома полупроводника, на месте чего остается дырка, а атом примеси превращается в неподвижный отрицательный ион (рис. 7.5). В результате за счет введения акцепторной примеси достигается повышение концентрации дырок в полупроводнике. Концентрация дырок определяется преимущественно концентрацией введенной примеси.

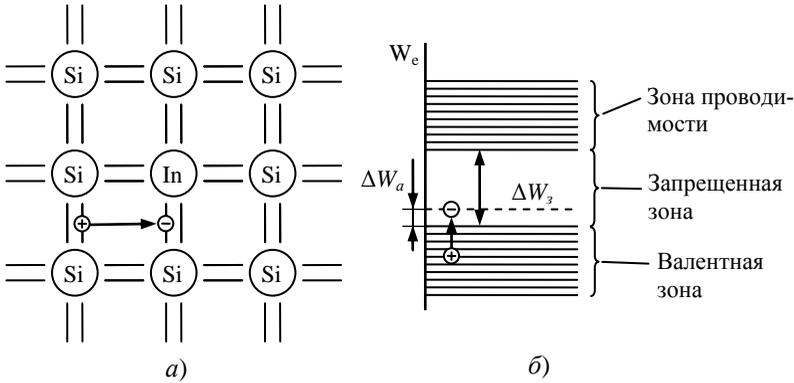


Рис. 7.5. Образование носителей заряда в полупроводнике p -типа:
 a – кристаллическая решетка; b – энергетическая диаграмма

Концентрация дырок p_p в полупроводнике p -типа существенно выше концентрации электронов n_p

$$p_p \gg n_p,$$

поэтому дырки в таком полупроводнике являются основными носителями, а электроны неосновными.

Произведение концентраций основных и неосновных носителей заряда при данной температуре является величиной постоянной:

$$p_p \cdot n_p = n_n \cdot p_n = p_i \cdot n_i = A^2 e^{-\frac{\Delta W_2}{kT}}.$$

В полупроводнике n -типа в результате внешнего воздействия возникает неравновесная концентрация неосновных носителей дырок. Спад начальной концентрации дырок $\Delta p(0)$ во времени подчиняется экспоненциальному закону:

$$\Delta p(t) = \Delta p(0) e^{-\frac{t}{\tau_p}},$$

где τ_p – время жизни дырок – время, в течении которого избыточная концентрация дырок уменьшится в e раз.

Аналогично в полупроводнике p -типа при внешнем воздействии возникает неравновесная концентрация неосновных носителей электронов, спад которой подчиняется закону:

$$\Delta n(t) = \Delta n(0) e^{-\frac{t}{\tau_n}},$$

где τ_n – время жизни электронов.

Направленное движение носителей заряда в полупроводнике под воздействием электрического поля называется *дрейфом*. Суммарная плотность дрейфового тока определяется выражением:

$$J_{др} = J_{дрn} + J_{дрp} = qn\mu_n E + qp\mu_p E,$$

где n , p – концентрация электронов и дырок в объеме полупроводника; q – заряд электрона; μ_n , μ_p – подвижности электронов и дырок; E – напряженность электрического поля.

Направленное движение носителей заряда под действием разности концентраций называется *диффузией*. Плотности потоков носителей заряда пропорциональны градиенту их концентрации.

$$J_{дифn} = qD_n \frac{dn}{dx},$$

$$J_{дифp} = qD_p \frac{dp}{dx},$$

где D_n , D_p – коэффициенты диффузии электронов и дырок.

7.2. Полупроводниковый диод

Полупроводниковый диод – это полупроводниковый прибор с одним p - n -переходом и двумя выводами, имеющими обозначения А-анод и К-катод (рис. 7.6). Диод, вследствие свойств p - n -перехода, обладает односторонней проводимостью. При подключении к диоду напряжения в прямом смещении (на анод «+», а на катод «-») диод открывается и через него протекает ток, ограниченный только сопротивлением нагрузки (рис. 7.7, а):

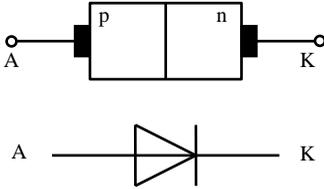


Рис. 7.6. Структура и условное графическое обозначение диода

$$I_{np} = \frac{E - U_{np}}{R_n},$$

где U_{np} – прямое падение напряжения на диоде, которое составляет для диодов различных типов 0,5-1,5В.

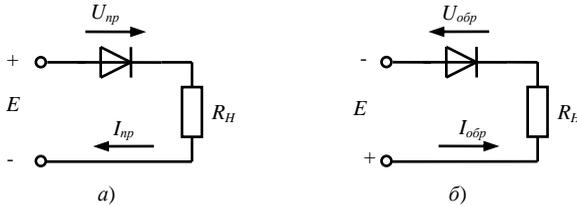


Рис. 7.7. Электрическая схема: а – включения диода в прямом смещении; б – включения диода в обратном смещении

При подключении к диоду напряжения в обратном смещении (рис. 7.7, б) (т.е. на анод подается «-», а на катод «+») диод закрыт и через него протекает только очень маленький обратный ток [4, 5]. Рассмотрим особенности работы p - n -перехода.

Электронно-дырочный переход (p - n -переход) представляет собой границу раздела слоев полупроводника n - и p -типа. Двухслойная p - n -структура создается введением в один из слоев монокристалла акцепторной примеси, а в другой донорной примеси. Основные носители заряда p -области – дырки, концентрация которых p_p на много больше концентрации неосновных носителей электронов n_p . Основные носители заряда n -области – электроны, концентрация которых n_n на много больше концентрации неосновных носителей дырок p_n . Наибольшее

распространение получили p - n -структуры в которых ($N_a \gg N_d$), в результате чего $p_p \gg n_n$.

В приграничной области p - n -перехода возникает диффузия основных носителей заряда через границу раздела [4]. В результате чего в приграничных областях возникают объемные заряды, создаваемые ионами атомов примеси. В p -слое создается нескомпенсированный отрицательный объемный заряд, в n -слое создается нескомпенсированный положительный объемный заряд. Наличие объемного заряда в p - n -переходе обуславливает возникновение электрического поля и разности потенциалов. Толщина слоя объемного заряда зависит от концентрации примеси в p - и n -областях (от удельного сопротивления слоев). Несимметричный p - n -переход главным образом сосредоточен в n -области, как в более высокоомной.

Внутреннее электрическое поле с потенциальным барьером создает термозыщее действие для основных носителей и ускоряющее для неосновных. В результате диффузионная составляющая тока через переход уменьшается, а дрейфовая увеличивается. Равенство этих составляющих, что соответствует току через p - n -переход равному нулю, устанавливается значением потенциального барьера [4]:

$$\varphi_0 = \varphi_T \ln \frac{p_p}{p_n} = \varphi_T \ln \frac{n_n}{n_p} = \varphi_T \ln \frac{p_p \cdot n_n}{n_i^2}.$$

При подключении к p - n -структуре напряжения в прямом смещении («+» к p -области, а «-» к n -области) внешнее электрическое поле оказывается направлено встречно внутреннему полю p - n -перехода. Результирующее электрическое поле в p - n -переходе уменьшается, следовательно, уменьшается обусловленный напряжением объемный заряд и потенциальный барьер. Уменьшение потенциального барьера приводит к увеличению диффузионного тока через p - n -переход (описанное явление носит название – *инжекция*). При этом дрейфовый ток не меняется. Разность диффузионной и дрейфовой составляющих токов определяет результирующий прямой ток через p - n -переход.

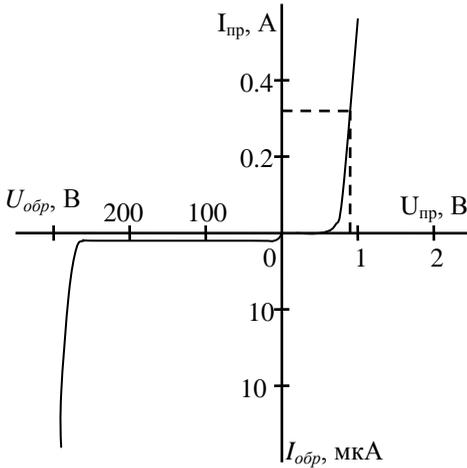
С повышением внешнего прямого напряжения диффузионный ток увеличивается, в связи с чем, возрастает и прямой ток через p - n -переход.

При подключении к p - n -переходу внешнего напряжения в обратном смещении потенциальный барьер возрастает на величину обратного напряжения. При этом увеличиваются объемный заряд в p - n -переходе и его ширина. Диффузионный ток уменьшается, а дрейфовый остается

неизменным. В результате дрейфовый ток превышает диффузионный и через p - n -переход протекает обратный ток.

При превышении некоторого значения обратного напряжения возникает электрический пробой p - n -перехода. При превышении температуры перехода возникает тепловой пробой. Электрический пробой является обратимым, т.е. при снижении напряжения свойства диода сохраняются. Тепловой пробой является необратимым.

Аналитически вольт-амперная характеристика (ВАХ) диода может быть представлена в следующем виде:



$$I_a = I_0 \left(e^{\frac{U}{\eta T}} - 1 \right).$$

Вольт-амперная характеристика диода приведена на рис. 7.8.

Назначение выпрямительных диодов – преобразование переменного тока в пульсирующий ток одной полярности.

Основные параметры выпрямительных диодов:

$I_{np.cр.max}$ – максимально допустимое значение среднего прямого тока;

$U_{обр.max}$ – максимально допустимое значение обратного напряжения;

$U_{пр}$ – прямое напряжение;

$I_{обр.}$ – обратный ток

$P_{рас}$ – допустимая мощность рассеивания;

T_{max} – допустимая температура кристалла.

7.3. Биполярные транзисторы

Транзистор – это полностью управляемый полупроводниковый прибор, имеющий три вывода (или больше), предназначенный для усиления, генерации сигналов, коммутации электрических цепей. Различают биполярные транзисторы и полевые.

Биполярные транзисторы представляют собой трехслойную полупроводниковую структуру с чередующимся типом электропроводности слоев, и содержит два $p-n$ -перехода [4]. Биполярный транзистор имеет три вывода Э - эмиттер, К - коллектор, Б - база. В зависимости от чередования слоев биполярные транзисторы разделяют на транзисторы типа $p-n-p$ и $n-p-n$ (рис. 7.9).

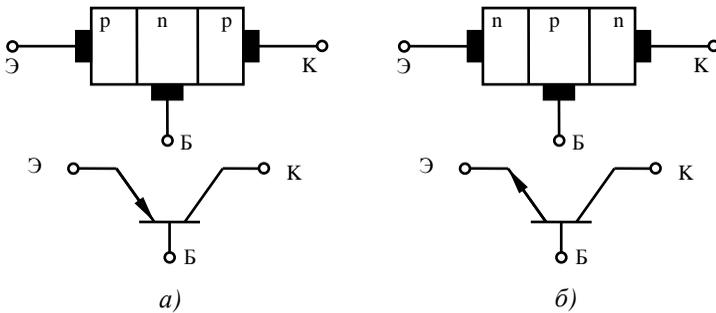


Рис. 7.9. Структура и условное графическое обозначение биполярного транзистора: а - $p-n-p$ типа; б - $n-p-n$ типа

Схемы включения биполярных транзисторов: с общей базой (ОБ), общим эмиттером (ОЭ), общим коллектором (ОК) (рис. 7.10).

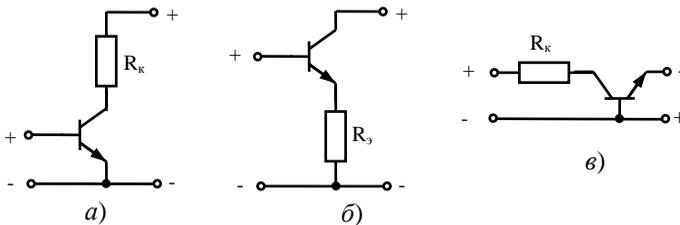


Рис. 7.10. Схемы включения биполярного транзистора: а - с общим эмиттером; б - с общим коллектором; в - с общей базой

Принцип действия биполярного транзистора. Принцип действия биполярного транзистора рассмотрим на примере транзистора типа $p-n-p$, включенного по схеме с ОБ. При изготовлении транзистора добиваются, чтобы степень легирования примесью эмиттера и коллектора транзистора имела один порядок, а степень легирования базы была много меньше степени легирования эмиттера. В результате чего кон-

центрация основных носителей в эмиттере много больше концентрации основных носителей базы ($p_{p0} \gg n_{n0}$). Тогда как концентрации основных носителей заряда в коллекторе и эмиттере отличаются несущественно. В отсутствие внешних напряжений распределение концентраций носителей заряда в областях будет иметь вид, как показано на рис. 7.11.

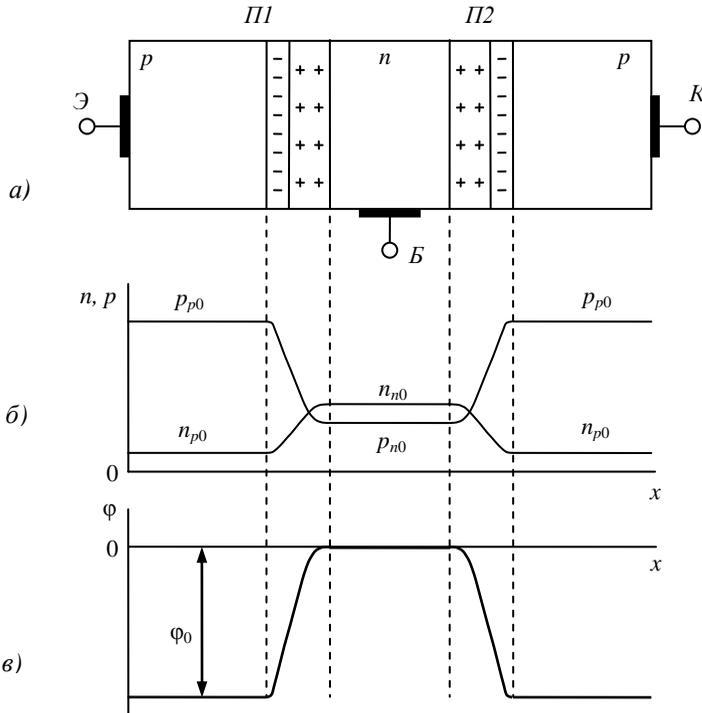


Рис. 7.11. Транзистор в отсутствие внешних напряжений
 а – структура, б – распределение концентраций;
 в – внутренняя разность потенциалов

Объемные заряды, возникающие на границах раздела сред (см. рис.7.11, а), создают внутреннее электрическое поле, в результате которого между слоями действует внутренняя разность потенциалов. Величина потенциального барьера каждого из p - n -переходов имеет такое значение, при котором токи через p - n -переходы равны нулю. Распределение разности потенциалов транзистора показано на рис. 7.11, в (за нулевой уровень принят потенциал базы).

Для работы транзистора в активном режиме источники напряжения подключают таким образом, чтобы эмиттерный переход был смещен в прямом направлении, а коллекторный – в обратном (рис.7.12.).

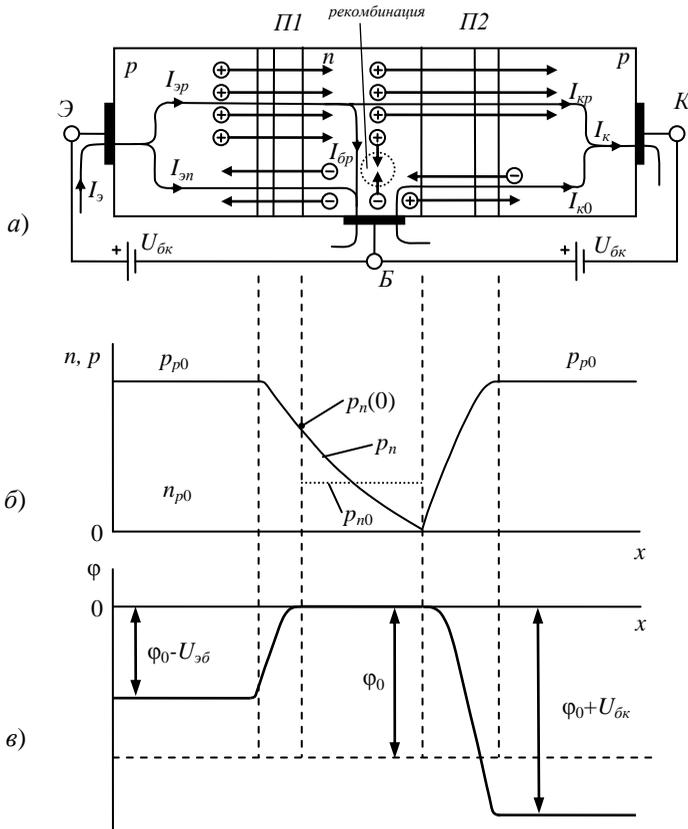


Рис. 7.12. Транзистор в активном режиме
 а – структура транзистора; б – распределение концентрации дырок;
 в – распределение внутренней разности потенциалов

При прямом смещении эмиттерного перехода его потенциальный барьер уменьшается и дырки из эмиттера под действием диффузии переходят в область базы, а электроны переходят из базы в эмиттер. Ток через эмиттерный переход будет определяться выражением:

$$I_{\text{э}} = I_{\text{эп}} + I_{\text{эн}}$$

где $I_{эp}$ - дырочная составляющая тока эмиттера; $I_{эн}$ - электронная составляющая тока эмиттера.

Инжекция из эмиттера в базу дырок приводит к повышению их концентрации в области базы вблизи эмиттера по сравнению с равновесной концентрацией p_{p0} . Избыточная концентрация дырок

$$p_n \approx p_{n0} \cdot e^{\frac{U_э}{\varphi_T}}$$

вызывает их диффузию в базе в направлении к коллектору. Дошедшие до коллекторного перехода дырки ускоряются полем коллекторного перехода (потенциальный барьер обратно смещенного коллекторного перехода увеличен) и перебрасываются в коллектор.

В создании тока коллектора участвует только дырочная составляющая тока эмиттера, поэтому для повышения качества эмиттерного перехода необходимо, чтобы $I_{эp} \gg I_{эн}$. Показателем качества эмиттерного перехода является коэффициент инжекции, показывающий какую часть полного тока эмиттера составляет его дырочная составляющая:

$$\gamma = \frac{I_{эp}}{I_э}$$

Часть дырок прошедших в базу из эмиттера в процессе диффузии рекомбинирует с электронами базы. В результате дырочная составляющая коллекторного тока I_{kp} будет меньше дырочной составляющей эмиттерного тока $I_{эp}$, что учитывается коэффициентом переноса дырок в базе:

$$\delta = \frac{I_{kp}}{I_{эp}}$$

Связь дырочной составляющей тока коллектора с током эмиттера отражена коэффициентом передачи тока эмиттера α :

$$\alpha = \frac{I_{kp}}{I_э} = \gamma\delta.$$

Основные соотношения составляющих токов в транзисторе:

$$\begin{aligned} I_{\varepsilon} &= I_{\varepsilon p} + I_{\varepsilon n}, \\ I_{\kappa} &= I_{\kappa p} + I_{\kappa 0}, \\ I_{\delta} &= I_{\varepsilon n} + I_{\delta p} - I_{\kappa 0}, \\ I_{\kappa p} &= \alpha I_{\varepsilon}. \end{aligned}$$

По первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_{\varepsilon} &= I_{\kappa} + I_{\delta} \\ I_{\kappa} &= \alpha I_{\varepsilon} + I_{\kappa 0} \\ I_{\delta} &= \alpha I_{\varepsilon} - I_{\kappa 0} \end{aligned}$$

Статические вольт-амперные характеристики биполярных транзисторов. Транзисторы характеризуются входными и выходными статическими вольт-амперными характеристиками. Входная статическая вольт-амперная характеристика для схемы с ОБ – зависимость тока эмиттера от напряжения эмиттер-база при фиксированном значении напряжения коллектор-эмиттер $I_{\varepsilon} = f(U_{\varepsilon\delta})_{U_{\kappa\delta}=\text{const}}$. Выходная статическая вольт-амперная характеристика для схемы с ОБ – зависимость тока коллектора от напряжения коллектор-база при фиксированном значении тока эмиттера $I_{\kappa} = f(U_{\kappa\delta})_{I_{\varepsilon}=\text{const}}$.

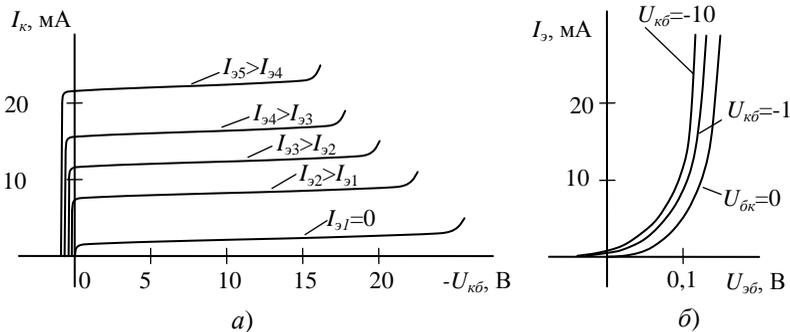


Рис. 7.13. Статические вольт-амперные характеристики биполярного транзистора в схеме с ОБ: а – выходные; б – входные

Выходные характеристики транзистора в схеме с ОЭ – зависимость коллекторного тока от напряжения $U_{кэ}$ при $I_{\delta} = \text{const}$ (рис. 7.14, а). Входные характеристики транзистора в схеме с ОЭ – зависимость тока базы от напряжения $U_{\delta\delta}$ при неизменном напряжении $U_{кэ} = \text{const}$ (рис. 7.14, б).

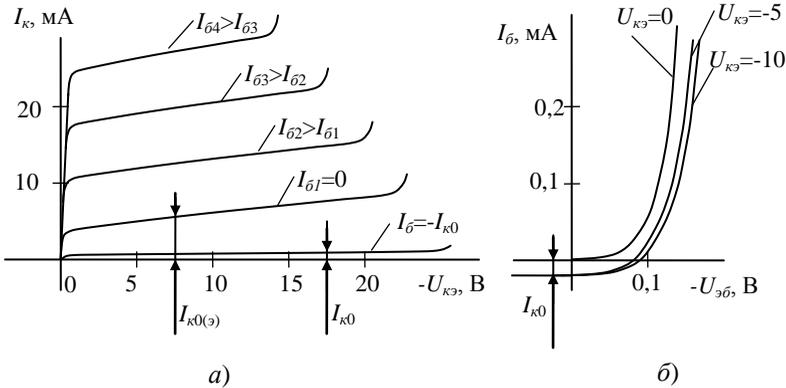


Рис. 7.14. Статические вольт-амперные характеристики биполярного транзистора в схеме с ОЭ: а – выходные; б – входные

Режимы работы транзистора: режим *отсечки* – это режим, при котором оба перехода включены в обратном направлении, при этом $I_{\kappa} \approx 0$, $U_{\kappa\epsilon} \approx E_{\kappa}$ т.е. транзистор находится в закрытом состоянии; режим *насыщения* – это режим при котором оба перехода включены в прямом направлении, при этом $I_{\kappa} \approx \frac{E_{\kappa}}{R_{\kappa}}$, $U_{\kappa\epsilon} \approx 0$ т.е. транзистор полностью открыт; активный режим – это режим, при котором переход эмиттер-база включен в прямом направлении, а переход коллектор-база включен в обратном направлении. В активном режиме для схемы включения с ОЭ ток коллектора связан с током базы следующим соотношением

$$I_{\kappa} = \beta I_{\delta},$$

где β – коэффициент усиления по току для схемы с ОЭ. Для схемы включения с ОБ ток коллектора транзистора в активном режиме связан с током эмиттера соотношением:

$$I_{\kappa} = \alpha I_{\varepsilon}.$$

Выбор транзисторов осуществляют по следующим основным параметрам:

- допустимая мощность коллектора $P_{\kappa.max}$ – максимальная мощность, рассеиваемая на коллекторном переходе транзистора, при которой температура перехода не превышает допустимого значения;
- максимально допустимое постоянное напряжение $U_{\kappaэmax}$ – длительное напряжение, при котором не происходит пробоя коллекторного перехода транзистора;
- допустимый ток коллектора транзистора $I_{\kappaэmax}$ – максимальный постоянный ток, который вызывает допустимый нагрев транзистора;
- коэффициент передачи тока эмиттера β ;
- граничная частота коэффициента передачи тока $f_{\varepsilon p}$ – это частота, при которой коэффициент передачи тока равен единице.

7.4. Тиристоры

Тиристор – это четырехслойный полупроводниковый прибор, обладающий двумя устойчивыми состояниями: состоянием низкой проводимости и состоянием высокой проводимости [4]. Трехэлектродный тиристор имеет три вывода: силовые выводы – анод, катод и маломощный вывод – управляющий электрод. Включение тиристора осуществляется током, протекающим по цепи управляющий электрод – катод при прямом напряжении $U_{ак} > 0$. Ток через открытый тиристор ограничен сопротивлением внешней цепи $I_{np} = \frac{E_u}{R_u}$. Выключение тиристора происходит, если к тиристорам приложить обратное напряжение или если прямой ток через тиристор станет меньше тока удержания. При обратном напряжении тиристор закрыт, т.е. ток равен нулю.

Основные параметры тиристоров, по которым производят их выбор:

$I_{np.sp.max}$ – максимально допустимое значение среднего прямого тока;

$U_{обр.max}$ – максимально допустимое значение обратного напряжения.

Двухоперационные (запираемые) тиристоры (ГТО) – это тиристоры, которые можно выключать по цепи управления подачей отрицатель-

ных импульсов тока. Отпирание этих тиристоров осуществляется аналогично отпиранию обычных тиристоров.

7.5. Усилители

Усилитель это устройство, предназначенное для увеличения параметров электрического сигнала [4]. *Основные параметры усилителей:* коэффициент усиления по напряжению $K_U = U_{\text{вых}} / U_{\text{вх}}$, коэффициент усиления по току $K_I = I_{\text{вых}} / I_{\text{вх}}$, коэффициент усиления по мощности $K_P = K_U K_I = P_{\text{вых}} / P_{\text{вх}}$. Важным показателем усилителей является *амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)* – зависимость модуля коэффициента усиления по напряжению, определенного для синусоидального входного сигнала, от частоты (рис. 7.15).

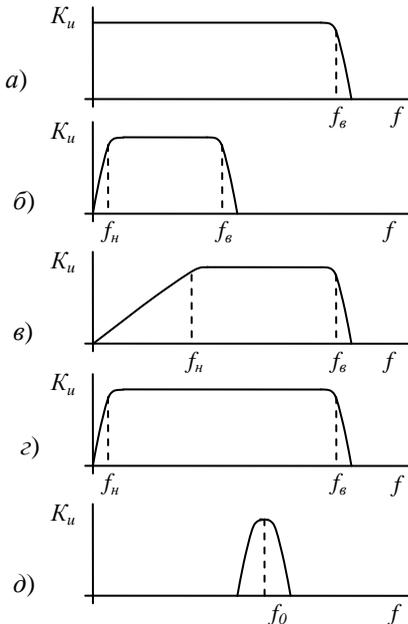


Рис. 7.15. АЧХ усилителей:

- a* – усилитель постоянного тока;
б – усилитель низких частот; *в* – усилитель
 верхних частот; *г* – широкополосный
 усилитель; *д* – узкополосный усилитель

Усилители подразделяют на усилители с линейным и нелинейным режимом работы. В усилителях с линейным режимом работы выходной сигнал по форме близок к входному сигналу. Линейные усилители делятся на: усилители постоянного тока (УПТ), усилители звуковых частот (УЗЧ), усилители высокой частоты (УВЧ), широкополосные усилители (ШПУ) и узкополосные усилители (УПУ). Полоса пропускания усилителей постоянного тока составляет от 0 до 10^8 Гц. Полоса пропускания усилителей низких частот составляет от 20 до $2 \cdot 10^4$ Гц. Полоса пропускания усилителей высоких частот составляет от 10^4 до 10^8 Гц. Полоса пропускания широкополосных усилителей составляет от 20 до 10^8 Гц.

Обратная связь в усилителях осуществляется подачей на вход усилителя сигнала с его выхода. Обратная связь улучшает показатели усилителя или придает ему специфические свойства. Обратная связь, которая приводит к уменьшению сигнала на входе усилителя, называется отрицательной, а обратная связь, которая приводит к увеличению сигнала на входе усилителя, называется положительной. Коэффициент усиления усилителя охваченного положительной обратной связью:

$$K_{oc} = \frac{K}{1 - \beta K},$$

где K – коэффициент усиления усилителя без обратной связи; β – коэффициент передачи цепи обратной связи; приводит к увеличению коэффициента усиления. Положительная обратная связь используется в генераторах синусоидального напряжения.

При отрицательной обратной связи коэффициент усиления уменьшается:

$$K_{oc} = \frac{K}{1 + \beta K} < K,$$

при этом повышается стабильность коэффициента усиления усилителя, увеличивается входное сопротивление усилителя:

$$R_{вх.OC} = R_{вх} (1 + \beta K),$$

уменьшается выходное сопротивление усилителя:

$$R_{вых.OC} = \frac{R_{вых}}{1 + \beta K}.$$

7.6. Выпрямители

Выпрямителем называют устройство, предназначенное для преобразования энергии источника переменного тока в постоянный ток. Однофазные выпрямители питаются от однофазной сети переменного тока. В зависимости от схемы выпрямления различают однофазные

однополупериодные выпрямители, однофазные двухполупериодные выпрямители с нулевым выводом, однофазные двухполупериодные мостовые выпрямители (рис 7.16). Кривая выпрямленного напряжения содержит постоянную и переменную составляющие. Выпрямленное напряжение для однополупериодной и двухполупериодной схем равно, соответственно:

$$U_d = 0,45U_2, \quad U_d = 0,9U_2.$$

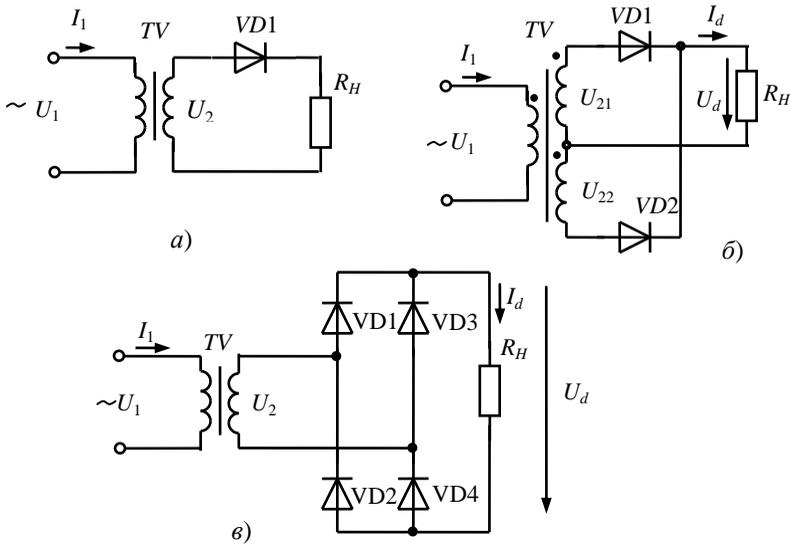


Рис. 7.16. Принципиальные электрические схемы однофазных неуправляемых выпрямителей:

- а – однофазный однополупериодный однопульсный выпрямитель;
 б – однофазный двухполупериодный выпрямитель с нулевой точкой;
 в – однофазный мостовой выпрямитель

Качество выпрямленного напряжения оценивается *коэффициентом пульсации* – отношение амплитуды высшей гармонической составляющей к среднему значению выпрямленного напряжения. Коэффициент пульсации по первой гармонике для двухполупериодных схем:

$$q = \frac{U_{d1m}}{U_d} = \frac{2}{m^2 - 1} = 0,67.$$

где U_{d1m} – амплитуда первой высшей гармонической составляющей выпрямленного напряжения; m – пульсность схемы выпрямления.

Средний ток через диоды равен:

$$I_a = \frac{I_d}{2},$$

где I_d – выпрямленный ток.

Обратное напряжение, прикладываемое к диоду, для схемы с нулевой точкой:

$$U_{обр\max} = 2\sqrt{2}U_2,$$

для мостовой схемы:

$$U_{обр\max} = \sqrt{2}U_2.$$

Для сглаживания пульсаций выпрямленного напряжения применяют фильтры. Виды фильтров показаны на рис. 7.17.

Сглаживающие свойства фильтров оценивают с помощью коэффициента сглаживания S , который определяется как отношение коэффициента пульсации на входе фильтра к коэффициенту пульсации на выходе фильтра.

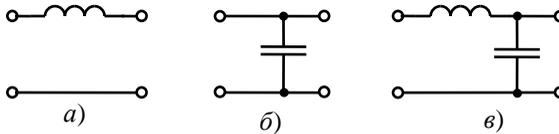


Рис 7.17. Сглаживающие фильтры:

a – индуктивный фильтр; b – емкостный фильтр; v – Г-образный LC-фильтр

Внешняя характеристика выпрямителя – зависимость выпрямленного напряжения от тока нагрузки. Для выпрямителей с различными фильтрами внешние характеристики приведены на рис. 7.18.

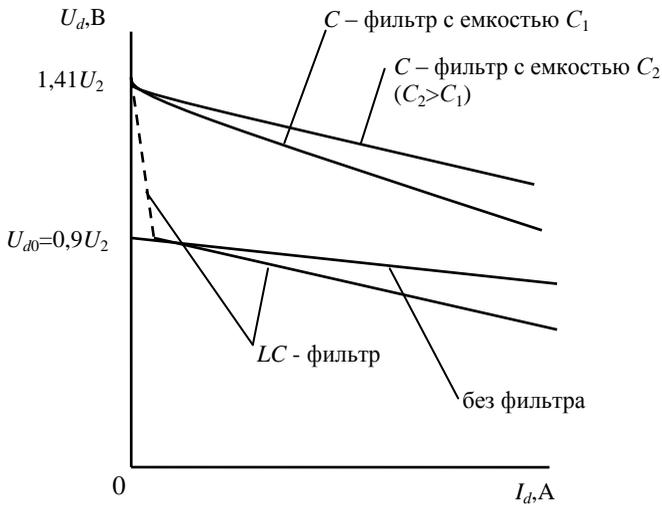


Рис. 7.18. Внешние характеристики выпрямителей

Трехфазная нулевая схема выпрямления приведена на рис. 7.19. Схема выпрямления содержит трехфазный трансформатор, вторичная

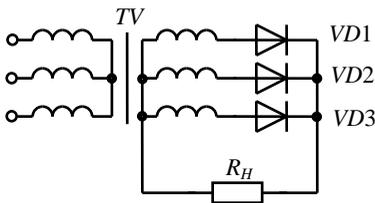


Рис. 7.19. Трехфазный неуправляемый выпрямитель с нулевым выводом

обмотка которого соединена в звезду с нулевым выводом, три диода, катоды которых объединены, а аноды подключены к выводам вторичной обмотки трансформатора. Нагрузка подключена между точкой соединения катодов и нулевым выводом вторичной обмотки. В процессе работы выпрямителя

ток проводит диод, включенный в цепь фазы, напряжение которой больше. Выпрямленное напряжение определяется по формуле:

$$U_d = \frac{1}{2\pi/3} \int_{-\pi/3}^{+\pi/3} \sqrt{2}U_2 \cos \omega t \, d\omega t = \frac{3\sqrt{6}}{2\pi} U_2 = 1,17U_2.$$

Средний ток через диод выпрямителя равен:

$$I_{vd\text{cp}} = \frac{I_d}{3}.$$

Максимальное обратное напряжение определяется по формуле:

$$U_{обр\text{max}} = \sqrt{6}U_2 = 2,09 \cdot U_d.$$

Схема трехфазного мостового выпрямителя приведена на рис. 7.20.

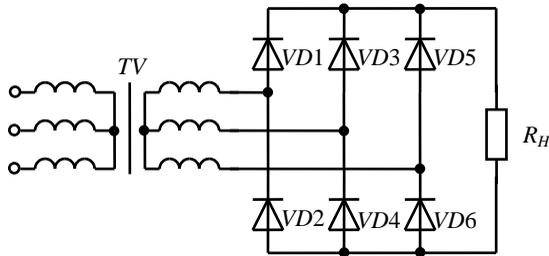


Рис. 7.20. Трехфазный мостовой выпрямитель

Схема содержит две вентильные группы: анодную $VD2, VD4, VD6$ и катодную $VD1, VD3, VD5$. При работе мостового выпрямителя в любой момент времени ток проводят два диода, включенные в цепь с большим линейным напряжением, один в катодной группе, другой в анодной. Выпрямленное напряжение, средний ток через диод и максимальное обратное напряжение определяются по формулам:

$$U_d = \frac{1}{\pi/3} \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} \sqrt{2}U_{2л} \cos \omega t \, d\omega t = \frac{3\sqrt{6}}{\pi} U_2 = 2,34U_2,$$

$$I_{vd\text{cp}} = \frac{I_d}{3},$$

$$U_{обр\text{max}} = \sqrt{6}U_2 = 1,045 \cdot U_d.$$

В управляемых выпрямителях вместо диодов используют тиристоры. В управляемых выпрямителях проводящее состояние вентилей начинается с задержкой от точек естественной коммутации на угол α , называемый углом регулирования. В результате выпрямленное напряжение зависит от значения угла регулирования α . Выпрямленное напряжение для однофазной мостовой схемы выпрямления:

$$U_d = U_{d0} \cos \alpha .$$

Выпрямленное напряжение для трехфазной мостовой схемы выпрямления при индуктивной нагрузке $L \rightarrow \infty$ определяется тем же соотношением, что и в однофазных схемах. При активной нагрузке выпрямленное напряжение определяется по формулам:

$$U_d = U_{d0} \cos \alpha \quad \text{при } 60^\circ > \alpha \geq 0^\circ ,$$

$$U_d = U_{d0} \left(+ \cos (60^\circ + \alpha) \right) \quad \text{при } 120^\circ > \alpha \geq 60^\circ .$$

7.7. Стабилизаторы напряжения

Стабилизаторы напряжения – устройства обеспечивающие поддержание с необходимой точностью требуемой величины постоянного напряжения на нагрузке в условиях изменения напряжения питающей сети и тока нагрузки [4].

Различают два типа стабилизаторов напряжения: параметрические и компенсационные. В *параметрических стабилизаторах* (рис. 7.21, а) используют обратную ветвь ВАХ стабилитрона (рис. 7.21, б). Напряжение стабилизации стабилитрона мало зависит от протекающего через стабилитрон тока. В результате изменение напряжения U_d , обусловленное колебаниями напряжения питающей сети, или изменение сопротивления нагрузки, приводит к незначительным изменениям напряжения на нагрузке. Минимальный ток стабилизации, обусловленный минимальным значением тока линейного участка ВАХ стабилитрона, определяет значение балластного сопротивления при минимальном входном напряжении и максимальном токе нагрузки (изменением напряжения на нагрузке можно пренебречь):

$$R_b = \frac{U_{d \min} - U_n}{I_{cm \min} + U_n / R_{n \min}} .$$

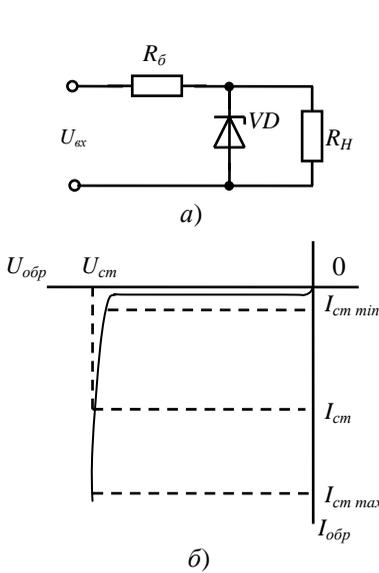


Рис. 7.21. Параметрический стабилизатор: а – принципиальная схема; б – вольтамперная характеристика стабилитрона

По максимальному току стабилизации

$$I_{cm\max} = \frac{U_{d\max} - U_H}{R_\phi} - \frac{U_H}{R_{H\max}}$$

выбирают стабилитрон, так чтобы максимальный ток стабилизации был меньше максимально допустимого значения тока через стабилитрон. Максимальные значения мощности, рассеиваемые в стабилитроне и балластном резисторе, рассчитываются по формуле:

$$P_{cm\max} = U_{cm} \cdot I_{cm\max},$$

$$P_{R_\phi\max} = \frac{U_{d\max} - U_{cm}}{R_\phi}.$$

Показатели качества стабилизации напряжения оценивают при помощи *коэффициента стабилизации*, который показывает во сколько раз относительное приращение выходного сигнала меньше вызвавшего это приращение относительного приращения входного сигнала:

$$K_{cm} = \frac{\Delta U_d / U_d}{\Delta U_H / U_H}.$$

Для параметрического стабилизатора напряжения коэффициент стабилизации будет:

$$K_{cm} = \frac{U_H}{U_d} \frac{R_\phi}{R_\phi},$$

где R_{δ} – дифференциальное сопротивление линейного участка ВАХ стабилитрона.

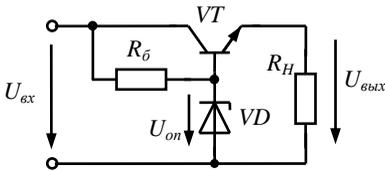


Рис. 7.22. Схема компенсационного стабилизатора

В компенсационных стабилизаторах для стабилизации напряжения используется отрицательная обратная связь с выхода стабилизатора на вход регулирующего элемента, в роли которого используются транзисторы [4, 5]. Один из вариантов компенсационных стабилизаторов показан на

рис. 7.22. Здесь в качестве регулирующего элемента используется эмиттерный повторитель. Выходное напряжение повторяет опорное $U_{оп} = const$ и остается неизменным при изменении входного напряжения и тока нагрузки.

7.8. Импульсные устройства

В основе работы *импульсных устройств* лежит импульсный принцип построения, основанный на использовании сигналов (напряжения, тока) импульсной формы [4]. Импульсные устройства характеризуются высоким КПД, более высокой точностью, меньшей критичностью к изменениям температуры, большей помехоустойчивостью.

В импульсной технике применяют импульсы: прямоугольной, пилообразной, экспоненциальной формы. Реальный импульс характеризуется (рис. 7.23) передним фронтом, вершиной, задним фронтом (срезом). Параметры импульсных сигналов: амплитуда, длительность, длительность фронта, длительность среза, спад вершины.

Параметры последовательности импульсов: период повторения, частота повторения, пауза, коэффициент заполнения и скважность.

Период повторения импульсов T – интервал времени между соответствующими точками двух соседних импульсов. *Частота повторения* f – величина обратная периоду повторения. *Пауза* t_n – интервал времени между окончанием одного импульса и началом следующего импульса. *Коэффициент заполнения* q – отношение длительности импульсов к периоду их следования. *Скважность* γ – величина обратная коэффициенту заполнения.

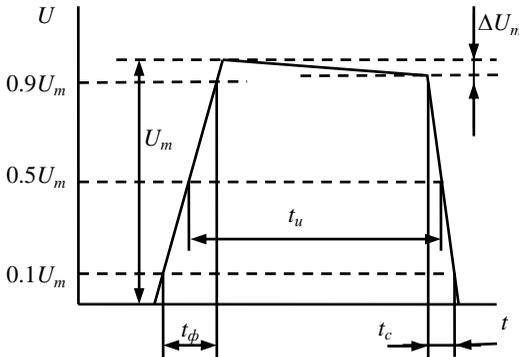


Рис 7.23. Реальный прямоугольный импульс

Компараторы – устройства, осуществляющие сравнение измеряемого входного напряжения с опорным напряжением. Простейшая схема компаратора выполненного на операционном усилителе приведена на рис. 7.24, а. При $U_{ex} < U_{on}$ на выходе значение напряжения будет $U_{вых\ max}^-$, а при $U_{ex} > U_{on}$ выходное напряжение будет равно $U_{вых\ max}^+$. Изменение полярности выходного напряжения при переходе входного через значение U_{on} , в силу большого значения коэффициента усиления ОУ, происходит скачком (рис. 7.24, б.). Если источник входного сигнала и опорного поменять местами, то произойдет инверсия передаточной характеристики компаратора.

Мультивибраторы – устройства, предназначенные для генерирования периодической последовательности прямоугольных импульсов с требуемыми параметрами. Мультивибраторы в большинстве случаев выполняют функцию задающего генератора в системах импульсного или цифрового действия.

Различают симметричные, несимметричные и ждущие мультивибраторы. В симметричных мультивибраторах длительность положительного импульса равна длительности отрицательного импульса. В несимметричных мультивибраторах длительности положительного и отрицательного импульсов не равны между собой. В ждущих мультивибраторах происходит формирование прямоугольного импульса требуемой длительности при воздействии на вход короткого запускающего импульса.

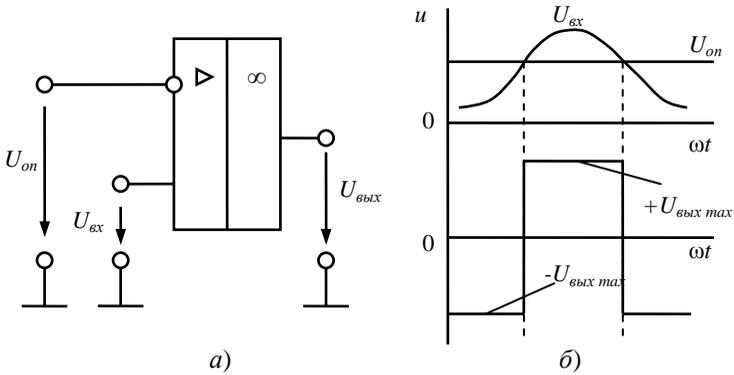


Рис. 7.24. Компаратор:

a – схема включения; *б* – временные диаграммы работы

Схема и диаграммы работы симметричного мультивибратора на основе компаратора на ОУ с положительной обратной связью приведена на рис. 7.25.

Длительность импульса и частота следования импульсов определяются по формулам:

$$t_u = RC \cdot \ln \left(+ 2R_1/R_2 \right),$$

$$f = \frac{1}{2RC \cdot \ln \left(+ 2R_1/R_2 \right)},$$

Схема несимметричного мультивибратора приведена на рис. 7.26. Диод VD1 открыт при положительной полярности выходного напряжения, а диод VD2 – при отрицательной. В результате длительности импульсов и частота равны:

$$t_{u1} = R'C \cdot \ln \left(+ 2R_1/R_2 \right),$$

$$t_{u2} = R''C \cdot \ln \left(+ 2R_1/R_2 \right),$$

$$f = \frac{1}{t_{u1} + t_{u2}}.$$

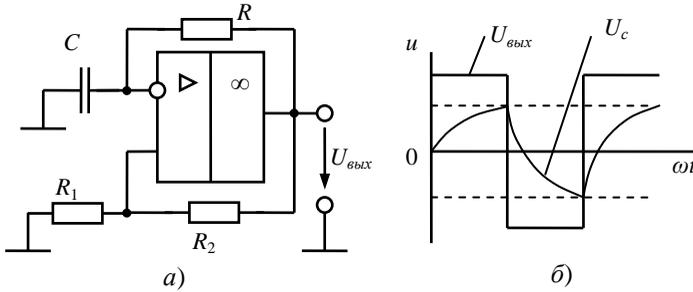


Рис. 7.25. Мультивибратор:
а – принципиальная схема; б – временные диаграммы работы

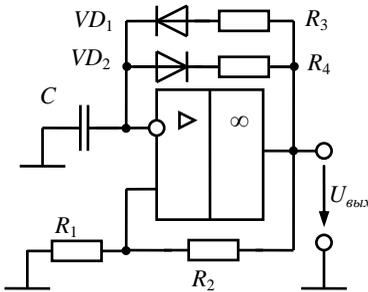


Рис. 7.26. Несимметричный мультивибратор

два входа и два выхода Q – прямой и \bar{Q} – инверсный. Таблица истинности RS -триггера приведена на рис. 7.27, б. По входу S происходит установка триггера в состояние логической «1», а по входу R сброс в состояние логического «0». Состояние, когда на обоих входах логический «0» сохраняет неизменным состояние выхода триггера, а состояние когда на входах логическая «1» является запрещенным.

RS -триггеры являются основой для построения других типов триггеров. Различают триггеры типов D , T , J - K и др. Условные графические обозначения и таблицы истинности для указанных типов триггеров приведены на рис. 7.28. По способу управления различают асинхронные и тактируемые триггеры. В тактируемых триггерах изменение состояния выхода происходит в соответствии с состоянием информационных входов только при появлении на тактирующем входе разрешающего тактирующего импульса.

Триггеры – устройства способные сохранять двоичную информацию после окончания действия входных импульсов. Триггеры характеризуются двумя устойчивыми состояниями: логической «1» и логического «0».

RS-триггеры. Условное графическое обозначение RS -триггера приведено на рис. 7.27, а. Триггер имеет

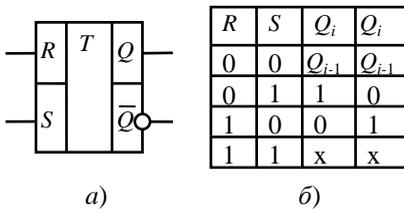


Рис. 7.27. RS-триггер

а – условное графическое обозначение;
б – таблица истинности.

Микроэлектроника – направление электроники, охватывающее проектирование, изготовление и применение электронных узлов, блоков и устройств с высокой степенью миниатюризации.

Интегральные микросхемы – компоненты микроэлектроники представляющие собой неразъемное схемное соединение

транзисторов, диодов, резисторов, конденсаторов и т.д., изготовленное в едином технологическом процессе, образующее блок, узел или целое устройство электронной аппаратуры.

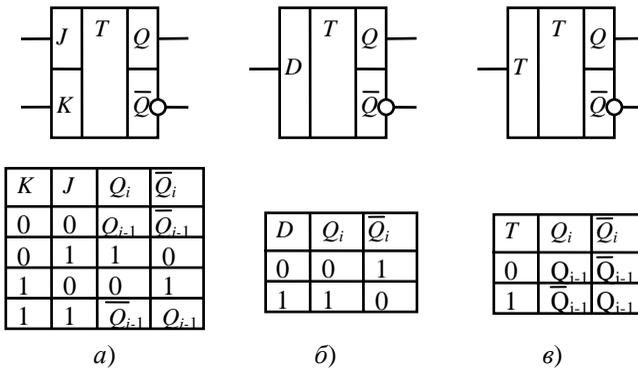


Рис. 7.28 Условные графические обозначения и таблицы истинности триггеров:

а – j-K-триггер; б – D-триггер; в – T-триггер

7.9. Типовые примеры

Пример 7.1. Определить контактную разность потенциалов идеализированного p-n-перехода при температуре 25°C , если известно, что концентрация донорной примеси $3 \cdot 10^{15}$ ат/см³, акцепторной примеси $2 \cdot 10^{18}$ ат/см³, концентрация собственных носителей заряда в кристалле $1,4 \cdot 10^{10}$ ат/см³.

Решение:

Тепловой потенциал определяется по формуле:

$$\varphi_T = \frac{kT}{q} = \frac{1,37 \cdot 10^{-23}}{1,602 \cdot 10^{-19}} = 0,0254 \text{ В},$$

где k – постоянная Больцмана, $k = 1,37 \cdot 10^{-23}$, Дж/К; T – температура, выраженная в градусах по Кельвину, $T = 273,15 + T^{\circ}\text{C} = 273,15 + 25 = 298,15$ К; q – заряд электрона, $q = 1,602176565 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Контактная разность потенциалов определяется по формуле:

$$\varphi_0 = \varphi_T \ln \frac{n_n p_p}{n_i^2},$$

где n_n – концентрация электронов в полупроводнике n -типа; p_p – концентрация дырок в полупроводнике p -типа; n_i – концентрация собственных носителей заряда в кристалле.

Так как концентрация основных носителей приблизительно равна концентрации соответствующей примеси, то выражение для контактной разности потенциалов можно представить в следующем виде:

$$\varphi_0 = \varphi_T \ln \frac{n_n p_p}{n_i^2} \approx \varphi_T \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2} = 0,0254 \cdot \ln \frac{3 \cdot 10^{15} \cdot 2 \cdot 10^{18}}{(4 \cdot 10^{10})^2} = 0,7887 \text{ В}.$$

Пример 7.1. Для питания потребителя постоянного тока с параметрами $U_{ном} = 20$ В, $R_n = 10$ Ом от источника переменного напряжения $U = 220$ В выбрать и рассчитать схему выпрямления, если коэффициент пульсации выпрямленного напряжения должен быть не хуже 0,67.

Решение:

При выборе рациональной схемы выпрямления руководствуемся следующими соображениями. Коэффициент пульсации двухпульсных схем выпрямления равен $\gamma = 0,67$, следовательно, для обеспечения заданного коэффициента пульсации можно выбрать однофазную нулевую или мостовую схему выпрямления.

Наличие в схеме трансформатора определяется необходимостью обеспечения гальванической развязки и согласования напряжения питания с выходным напряжением нагрузки. Так как напряжение питания существенно превышает напряжение на нагрузке, то необходим понижающий трансформатор.

Ток нагрузки равен:

$$I_n = \frac{U_n}{R_n} = \frac{20}{10} = 2 \text{ А.}$$

Напряжение вторичной обмотки трансформатора:

$$U_2 = \frac{U_d}{K_g} = \frac{20}{0.9} = 22,2 \text{ В.}$$

Коэффициент трансформации трансформатора равен:

$$K_{mp} = \frac{U_1}{U_2} = \frac{220}{22,2} = 9,909.$$

Средний ток через вентиль равен:

$$I_{VD\phi} = \frac{I_n}{2} = \frac{2}{2} = 1 \text{ А.}$$

Обратное напряжение равно:

$$U_{обр} = \sqrt{2} \cdot U_2 = \sqrt{2} \cdot 22,2 = 31,4 \text{ В.}$$

Пример 7.2. Рассчитать диапазон изменения угла регулирования α трехфазного мостового управляемого выпрямителя, работающего на активно-индуктивную нагрузку, для регулирования напряжения в диапазоне $U_d=0-220\text{В}$ при питании от трехфазного симметричного источника с линейным напряжением 380В. Построить регулировочную характеристику выпрямителя и зависимость коэффициента мощности от угла регулирования. Параметры нагрузки $L_n \rightarrow \infty$, $R_n=10\text{Ом}$.

Решение:

Фазное напряжение источника равно:

$$U_\phi = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220 \text{ В.}$$

Выпрямленное напряжение, соответствующее углу регулирования $\alpha=0$, равно:

$$U_{d0} = U_{\phi} K_e = 220 \cdot 2,34 = 514,8 \text{ В.}$$

Угол регулирования соответствующий минимальному напряжению из диапазона регулирования равен:

$$\alpha_0 = a \cos \left(\frac{U_{d\min}}{U_{d0}} \right) = a \cos \left(\frac{0}{514,8} \right) = 90^\circ.$$

Угол регулирования соответствующий максимальному напряжению из диапазона регулирования равен:

$$\alpha_{220} = a \cos \left(\frac{U_{d\max}}{U_{d0}} \right) = a \cos \left(\frac{220}{514,8} \right) = 64,7^\circ.$$

Средний ток вентилей, соответствующий максимальному напряжению из диапазона регулирования равен:

$$I_{VcS} = \frac{I_H}{3} = \frac{U_{d\max}}{3 \cdot R_H} = \frac{220}{3 \cdot 10} = 7,3 \text{ А.}$$

Максимальное обратное напряжение вентилей:

$$U_{обр\max} = \sqrt{2} \cdot U_{Л} = 537,4 \text{ В.}$$

Коэффициент мощности выпрямителя и регулировочную характеристику, построенные в соответствии с выражениями

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \alpha, \\ U_d &= U_{d0} \cos \alpha, \end{aligned}$$

приведены на рис. 7.29.

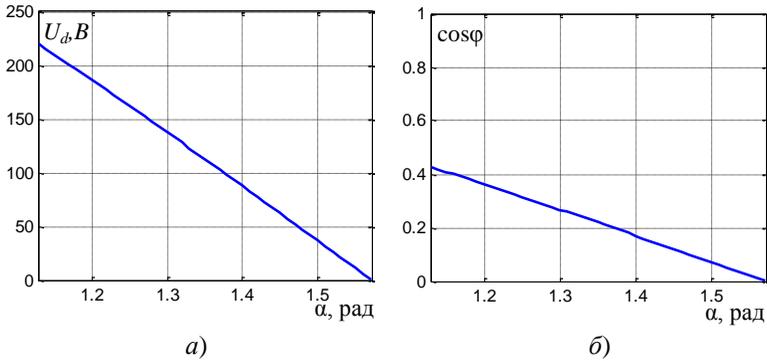


Рис. 7.29 – Зависимости:

a – выпрямленное напряжение от угла регулирования; *б* – коэффициент мощности от угла регулирования

Пример 7.3. Рассчитать схему мультивибратора на операционном усилителе с параметрами $U_{\text{вых. max}} = \pm 10\text{В}$, $I_{\text{вых. доп.}} = 10\text{мА}$, частота импульсов $f = 10000\text{Гц}$, коэффициент заполнения импульсов $q = 0.5$.

Решение:

Период следования импульсов равен:

$$T = \frac{1}{f} = 100 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Длительность положительного и отрицательного импульсов:

$$t_{u+} = q \cdot T = 0,5 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ с,}$$

$$t_{u-} = T - t_{u+} = 100 \cdot 10^{-6} - 50 \cdot 10^{-6} = 50 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Параметры импульсов соответствуют симметричному мультивибратору, принципиальная схема которого приведена на рис. 7.30.

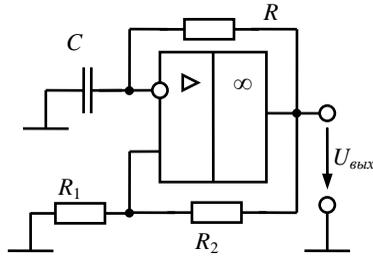


Рис. 7.30. Мультивибратор

Коэффициент передачи цепи положительной обратной связи прием равным:

$$\chi = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = 0,5.$$

Сопротивление R_2 примем равным $R_2=10\text{кОм}$, тогда сопротивление R_1 будет равно:

$$R_1 = \chi R_2 = 10000 \text{ Ом.}$$

Постоянная времени $\tau=R_3C$ время задающей цепи равна:

$$\tau = \frac{t_u}{\ln\left(1 + \frac{2R_1}{R_2}\right)} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{\ln 2} = 45,5 \cdot 10^{-6} \text{ с.}$$

Сопротивление R_3 примем равным $R_3=2\text{кОм}$, тогда емкость C будет равна:

$$C = \frac{\tau}{R_3} = \frac{45,5 \cdot 10^{-6}}{2000} = 22,7 \cdot 10^{-9} \text{ Ф.}$$

Выходной ток ОУ равен:

$$I_{\text{вых}} = \frac{U_{\text{вых. max}}}{R_3} + \chi \frac{U_{\text{вых. max}}}{R_1 + R_2} = 7,5 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ А.}$$

Выходной ток должен быть меньше допустимого тока ОУ:

$$I_{\text{вых}} = 8 \cdot 10^{-3} < I_{\text{вых, доп.}} = 10 \cdot 10^{-3}.$$

Условие выполняется, следовательно, расчет выполнен правильно.

Пример 7.4. Рассчитать схему аналогового вычисляющего устройства реализующего заданную функцию

$$u(t) = -K_1 \cdot U_1 + K_2 \cdot U_2 + K_3 \int_0^t U_3 dt.$$

Решение:

Операция интегрирования и суммирования выполняется на инвертирующем усилителе, поэтому преобразуем исходную функцию:

$$u(t) = - \left(K_1 \cdot U_1 + K_2 \cdot U_2 + \left(-K_3 \int_0^t U_3 dt \right) \right).$$

Второе слагаемое реализуется инвертирующим усилителем, третье слагаемое реализуется интегрирующим усилителем с инверсией, суммирование слагаемых реализуется сумматором с инверсией.

Принципиальная схема устройства приведена на рис. 7.31.

Слагаемое $(-K_2 U_2)$ реализуется на ОУ DA1 с коэффициентом усиления:

$$-K_2 = -\frac{R_2}{R_1}.$$

Слагаемое $-K_3 \int_0^t U_3 dt$ реализуется на ОУ DA2 с коэффициентом усиления:

$$K_3 = -\frac{1}{R_3 C}.$$

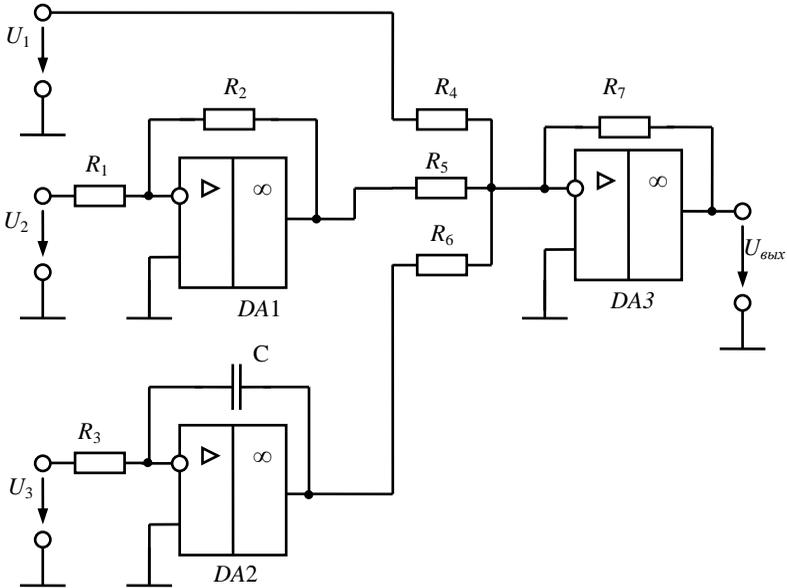


Рис. 7.31. Схема вычисляющего устройства.

Суммирование слагаемых реализуется на ОУ $DA3$, коэффициенты усиления которого по входам равны:

по первому
$$K_1 = -\frac{R_7}{R_4},$$

по второму
$$K = -\frac{R_7}{R_5} = -1,$$

по третьему
$$K = -\frac{R_7}{R_6} = -1.$$

Контрольное задание 7

Задача 1. Концентрация донорной примеси n -области p - n -перехода равна n_n ат/см³, концентрация акцепторной примеси p -области p - n -перехода равна p_p ат/см³, концентрация собственных носителей заряда в кристалле n_i ат/см³. Определить контактную разность потенциалов

идеализированного p - n -перехода при температуре $T^{\circ}\text{C}$. Данные для расчета представлены в табл. 7.1.

Таблица 7.1

	Номер букв Ф.И.О.			
	1	2	3	3
Буквы Ф.И.О.	n_n , ат/см ³	p_p , ат/см ³	n_i , ат/см ³	$T^{\circ}\text{C}$
АБВ	$3 \cdot 10^{15}$	$2 \cdot 10^{18}$	$0,56 \cdot 10^{10}$	20
ГДЕЁ	$2,5 \cdot 10^{15}$	$1,6 \cdot 10^{18}$	$0,61 \cdot 10^{10}$	21
ЖЗИЙ	$2 \cdot 10^{15}$	$1,7 \cdot 10^{18}$	$0,665 \cdot 10^{10}$	22
КЛИМ	$2,4 \cdot 10^{15}$	$1,8 \cdot 10^{18}$	$0,725 \cdot 10^{10}$	23
НОП	$2,3 \cdot 10^{15}$	$1,9 \cdot 10^{18}$	$0,789 \cdot 10^{10}$	24
РСТ	$2,2 \cdot 10^{15}$	$2,1 \cdot 10^{18}$	$0,859 \cdot 10^{10}$	25
УФХ	$2,8 \cdot 10^{15}$	$2,2 \cdot 10^{18}$	$0,934 \cdot 10^{10}$	26
ЦЧШ	$3,3 \cdot 10^{15}$	$2,3 \cdot 10^{18}$	$1,02 \cdot 10^{10}$	27
ЩЪЫ	$3,5 \cdot 10^{15}$	$2,4 \cdot 10^{18}$	$1,1 \cdot 10^{10}$	28
БЭЮЯ	$3,6 \cdot 10^{15}$	$2,5 \cdot 10^{18}$	$1,2 \cdot 10^{10}$	29

Задача 2. Тепловой ток диода равен I_s , температура перехода T К. Построить вольт-амперную характеристику диода в диапазоне напряжений от U_1 до U_2 В. Определить дифференциальное и статическое сопротивления диода при напряжении U_3 В. Данные для расчета приведены в табл. 7.2.

Таблица 7.2

	Номер букв Ф.И.О.				
	1	2	3	4	4
Буквы Ф.И.О.	U_1 , В	U_2 , В	U_3 , В	I_s , мкА	$T^{\circ}\text{C}$
АБВ	-10	0,3	0,2	1	23
ГДЕЁ	-9	0,34	0,3	2	24
ЖЗИЙ	-9,5	0,5	0,25	3	25
КЛИМ	-8	0,6	0,27	4	26
НОП	-8,5	0,7	0,29	5	27
РСТ	-7	0,65	-4	6	28
УФХ	-7,5	0,55	-5	7	29
ЦЧШ	-10,5	0,45	-6	8	30
ЩЪЫ	-6	0,35	-5,5	9	31
БЭЮЯ	-6,5	0,75	0,23	10	32

Задача 3. В схеме, приведенной на рис. 7.32, определить ток базы транзистора. Коэффициент передачи тока эмиттера α , ток коллектора I_K , тепловой ток коллекторного перехода в схеме с ОБ I_{K0} приведены в табл. 7.3.

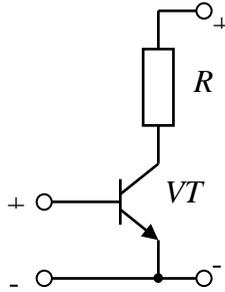


Рис.7.32. Схема цепи к задаче 3

Таблица 7.3

Буквы Ф.И.О.	Номер букв Ф.И.О.		
	1	2	3
Буквы Ф.И.О.	α	I_K , мА	I_{K0} , мкА
АБВ	0,98	10	1
ГДЕЁ	0,99	20	2
ЖЗИЙ	0,97	15	3
КЛМ	0,975	8	4
НОП	0,985	14	5
РСТ	0,987	12	6
УФХ	0,983	16	7
ЦЧШ	0,978	18	8
ЩЪЫ	0,992	16	9
БЭЮЯ	0,984	22	10

Задача 4. Для питания потребителя постоянного тока выбрать и рассчитать схему выпрямления. Действующее напряжение U и частота сети f , номинальное напряжение $U_{ном}$, сопротивление нагрузки R_n , коэффициент пульсации выпрямленного напряжения q_u приведены в табл. 7.4.

Таблица 7.4

	Номер букв Ф.И.О.				
	1	2	3	4	5
Буквы Ф.И.О.	$U, В$	$f, Гц$	$U_{ном}, В$	$R_n, Ом$	q_u
АБВ	220	50	20	10	0.67
ГДЕЁ	210	50	30	100	0.67
ЖЗИЙ	240	50	40	25	0.67
КЛМ	250	50	15	5	0.67
НОП	220	50	25	16	0.67
РСТ	210	50	10	120	0.67
УФХ	230	50	6.5	95	0.67
ЦЧШ	260	50	5.5	34	0.67
ЩЪЫ	280	50	12	29	0.67
ЬЭЮЯ	200	50	9	42	0.67

Задача 5. Рассчитать диапазон изменения угла регулирования α трехфазного мостового управляемого выпрямителя, работающего на нагрузку с параметрами L_n, R_n , для регулирования напряжения в диапазоне $U_{dmin} - U_{dmax}$ при питании от трехфазного симметричного источника с линейным напряжением U_L . Построить регулировочную характеристику выпрямителя и зависимость коэффициента мощности от угла регулирования. Данные для расчета приведены в табл. 7.5.

Таблица 7.5

	Номер букв Ф.И.О.				
	1	2	3	4	5
Буквы Ф.И.О.	$U_{dmin}, В$	$U_{dmax}, В$	$U_L, В$	$R_n, Ом$	$L_n, мГн$
АБВ	0	220	380	10	0
ГДЕЁ	50	240	380	20	0
ЖЗИЙ	60	400	380	15	∞
КЛМ	120	350	380	25	∞
НОП	200	450	380	9.5	0
РСТ	150	480	380	12	0
УФХ	0	320	380	18	∞
ЦЧШ	25	380	380	21	∞
ЩЪЫ	190	410	380	16	0
ЬЭЮЯ	90	440	380	10.5	∞

Задача 6. Рассчитать схему мультивибратора на операционном усилителе с параметрами $U_{\text{вых. max}}$, $I_{\text{вых. доп.}}$, частота импульсов f , коэффициент заполнения импульсов q . Данные для расчета приведены в табл. 7.6.

Таблица 7.6

	Номер букв Ф.И.О.			
	1	2	3	4
Буквы Ф.И.О.	$U_{\text{вых. max}}$, В	$I_{\text{вых. доп.}}$, А	f , Гц	q
АБВ	± 12.5	0.1	1000	0.5
ГДЕЁ	± 12.0	0.05	10000	0.4
ЖЗИЙ	± 12.2	0.1	10500	0.3
КЛМ	± 10.0	0.2	12000	0.6
НОП	± 11.5	0.3	11000	0.5
РСТ	± 11.5	0.15	15000	0.7
УФХ	± 10	0.8	20000	0.5
ЦЧШ	± 13.5	0.4	22000	0.8
ЩЪЫ	± 11.5	0.45	30000	0.5
БЭЮЯ	± 12.5	0.7	40000	0.45

Задача 7. Рассчитать схему вычисляющего устройства реализующего заданную в табл. 7.7 функцию. Значения коэффициентов заданы в табл. 7.8

Таблица 7.7

№ варианта	функция	№ варианта	функция
1	$u(t) = K_1 U_1 + K_2 U_2 + K_3 \int_0^t U_3 dt$	6	$u(t) = -K_1 \frac{dU_1}{dt} + K_2 U_2 + K_3 U_3$
2	$u(t) = -K_1 U_1 - K_2 U_2 + K_3 \int_0^t U_3 dt$	7	$u(t) = K_1 \frac{dU_1}{dt} + K_2 U_2 + K_3 \frac{dU_1}{dt}$
3	$u(t) = -K_1 U_1 + K_2 \frac{dU_2}{dt} + K_3 \int_0^t U_3 dt$	8	$u(t) = -K_1 \frac{dU_1}{dt} + K_2 U_2 + K_3 \int_0^t U_3 dt$
4	$u(t) = -K_1 U_1 + K_2 U_2 - K_3 \int_0^t U_3 dt$	9	$u(t) = -K_1 U_1 - K_2 \frac{dU_2}{dt} + K_3 \int_0^t U_3 dt$
5	$u(t) = K_1 U_1 - K_2 U_2 - K_3 \int_0^t U_3 dt$	10	$u(t) = -K_1 \frac{dU_1}{dt} + K_2 U_2 - K_3 \int_0^t U_3 dt$

Таблица 7.8

	Номер букв Ф.И.О.		
	1	2	3
Буквы Ф.И.О.	K_1	K_2	K_3
АБВ	1	2	3
ГДЕЁ	1,2	2,2	3,2
ЖЗИЙ	1,4	2,4	3,4
КЛМ	1,6	2,6	3,6
НОП	1,7	2,8	3,8
РСТ	1,8	2,9	3,9
УФХ	2	3	4
ЦЧШ	2,2	3,2	4,2
ЩЪЫ	2,4	3,4	4,3
БЭЮЯ	2,6	3,6	4,4

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трегуб А.П. Электротехника / А. П. Трегуб ; Под ред. Э. В. Кузнецова. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1987. – 600 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники / Л.А. Бессонов. – М.: Высш. школа, 1973. – 752 с.
3. Борисов Ю.М. Общая электротехника.: Учеб. пособ. для вузов / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов. - М.: Высш. школа, 1974. – 519 с.
4. Забродин Ю.С. Промышленная электроника.: Учебник для вузов / Ю.С. Забродин. – М.: Высш. школа, 1982. – 496 с.
5. Міліх В.І., Шавьолкін О.О. Електротехніка, електроніка та мікропроцесорна техніка.: Підручник/ За ред. В.І.Міліх. 2-ге вид. – К.: Каравела, 2008. – 688 с.

Учебное издание

**Белоусов Александр Владимирович
Скuryтин Юрий Васильевич**

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Учебное пособие

Подписано в печать 00.00.15.
Тираж 200 экз.

Формат 60x84/16.
Заказ № 73.

Усл. печ. д. 11,3
Цена 000 р. 00 к.

Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете
им. В.Г. Шухова
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46