

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ**

В. Константинов

Задания и методические указания
к лабораторным работам по дисциплине
“НАДЕЖНОСТЬ АВИАЦИОННОЙ ТЕХНИКИ”
для студентов специальности 131000

МОСКВА- 2004

Методические указания и задания к лабораторным работам разработаны и изданы в соответствие с Учебным планом и программой дисциплины “Надежность авиационной техники” для студентов сп. 131000. Излагается содержание двух лабораторных работ - по исследованию невосстанавливаемых и восстанавливаемых изделий. Используются электронные таблицы Excel математический аппарат Mathcad.

Содержание пособия, в основном, соответствует аналогичному изданию 1999г. Однако опыт проведения занятий со студентами показал необходимость его существенной методической доработки, что и выполнено в настоящем издании..

Рецензент: профессор, доктор технических наук В.И. Кривенцев.

Рассмотрено и одобрено на заседаниях кафедры 20.01.04г. и методического Совета по сп.131000 22.01.04г.

Лабораторная работа № 1.

Обработка статистики и исследование характеристик надежности невосстанавливаемых изделий.

1. Цель работы.

Обработка статистики отказов, расчет, построение и исследование графиков характеристик надежности невосстанавливаемых изделий с помощью ПЭВМ.

2. Основные соотношения.

При исследовании вопросов надежности изделия могут рассматриваться как восстанавливаемые, или невосстанавливаемые. За невосстанавливаемые принимаются изделия, которые в условиях эксплуатации не подлежат восстановлению после отказа. К невосстанавливаемым может быть отнесен также восстанавливаемый, если его наработка учитывается только до его первого отказа.

К невосстанавливаемым изделиям относятся следующие характеристики надежности.

Примечание. Все соотношения для характеристик приводятся без их обоснования в вероятностной и статистической формах. Соответствующие обоснования можно найти в учебнике и в конспектах лекций. Статистические параметры обозначены индексом *.

Плотность распределения вероятности времени отказа:

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt}, \quad \text{или} \quad f(t) = \frac{dn(t)}{N_0 dt}.$$

$$f^*(\Delta t_i) = \frac{\Delta n(\Delta t_i)}{N_0 \Delta t_i}. \quad (1)$$

Здесь: $q(t)$ - вероятность отказа изделия за время t ;

$n(t)$ - число отказавших изделий за время t ;

N_0 - число испытываемых изделий в момент $t=0$;

Δt_i - i -й отрезок времени работы изделий.

Вероятности отказов и безотказной работы связаны с плотностью вероятности:

$$q(t) = \int_0^t f(\tau) d\tau, \quad p(t) = \int_t^\infty f(\tau) d\tau.$$

$$q^*(t) = n(t) / N_0; \quad p^*(t) = [N_0 - n(t)] / N_0. \quad (2)$$

Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = f(t) / p(t); \quad \lambda(t) = dn(t) / dt_{H\Sigma}(t):$$

$$\lambda^*(\Delta t_i) = \Delta n(\Delta t_i) / N(\Delta t_i) \sum_{j=1} \Delta t_j = \Delta n(\Delta t_i) / \Delta t_{H\Sigma}(\Delta t_i). \quad (3)$$

Здесь: $N(\Delta t_i)$ - число изделий, работавших на интервале Δt_i ;

$\Delta t_{H\Sigma}(\Delta t_i)$ - суммарная наработка всех изделий на интервале времени Δt_i ;

$$\Delta t_{H\Sigma}(\Delta t_i) = (N_i + 0,5\Delta n_i) \Delta t_i; \quad (4)$$

Δt_j - наработка j-го изделия на i-ом интервале времени;

N_i - число исправных изделий в конце интервала Δt_i ;

$$N_i = N_0 - \sum_{l=1}^i \Delta n_l; \quad (5)$$

Δn_l - число отказов на интервале Δt_l .

Средняя наработка на отказ:

$$T_c(t) = \frac{1}{\lambda(t)} = \frac{dt_{H\Sigma}(t)}{dn(t)};$$

$$T_c^*(t, \Delta t) = \frac{1}{\lambda^*(t, \Delta t)} = \frac{\Delta t_{H\Sigma}(t, \Delta t)}{\Delta n(t, \Delta t)}. \quad (6)$$

Среднее время безотказной работы:

$$T_0 = \int_0^{\infty} t f(t) dt; \quad T_0 = \int_0^{\infty} p(t) dt;$$

$$T_0^* = \sum_{j=1}^{N_0} \frac{t_j}{N_0}. \quad (7)$$

Здесь t_j - наработка j-го изделия до его отказа.

Среднее время наработки изделия за время t:

$$T_N(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau.$$

$$T_N^*(t) = \frac{1}{N_0} \sum_{j=1}^{N_0} t_j(t); \quad (8)$$

где $t_j(t)$ - наработка j-го изделия за время t.

Усредненное время наработки на отказ:

$$T_{yc}(t) = \frac{T_N(t)}{q(t)}; \quad T_{yc}^*(t) = \frac{t_{H\Sigma}(t)}{n(t)}. \quad (9)$$

Здесь $t_{H\Sigma}(t)$ - суммарная наработка всех N_0 изделий за время t.

3. Постановка задачи.

На листе 1 электронной таблице Excel приведена статистика отказов N_0 изделий (в данном случае имеют место весьма ненадежные изделия). Для каждого изделия дано время его наработки до его отказа.

В процессе обработки статистики следует:

- а). сгруппировать все отказы по интервалам времени их появления $\Delta t = 200$ ч.;
- б). к концу каждого i -го интервала определить:
 - числа отказавших Δn_i на интервале, исправных N_i изделий к концу каждого интервала времени, т.е. за текущее время t ;
 - суммарные наработки всех изделий на интервалах $\Delta t_{\Sigma i}$ и за все время $t_{H\Sigma}(t)$;
 - статистические вероятности $p^*(t)$ и $q^*(t)$, плотности вероятности $f^*(\Delta t_i)$, интенсивности отказов $\lambda^*(\Delta t_i)$;
 - средние наработки на отказ $T^*_c(\Delta t_i)$;
 - усредненное время наработки на отказ $T^*_{yc}(t)$;
 - среднее время наработки на изделие $T_N(t)$.
- в). Для последних семи характеристикам надежности построить графики, распечатать и проанализировать их.

4. Методика выполнения работы.

4.1. В директории kvd диспетчера файлов следует выбрать и открыть файл Лаб № 1. При этом запускается Excel, на экране появляется таблица 1 (для этого следует открыть лист 1 Excel). Ниже показана лишь начальная часть этой таблицы. В таблице заполнены лишь два столбца: А - наработки t , при которых изделие отказывает, В - число отказов $\Delta n(t)$ в данный момент времени t (единица).

Таблица 1. Исходные данные.

A	B	C	D	E
t	Δn_i	i		
0	0			
5	1			
45	1			
14	1			
166	1			
80	1			
127	1			
30	1			
-----	-----			

Поскольку сообщения об отказах могут запаздывать, моменты t в столбце А записаны в случайном порядке. Необходимо упорядочить эти записи в порядке возрастания наработки. Однако, чтобы не нарушать записи в табл.1 (она потребуется в последующих работах), следует скопировать эту таблицу на лист 3 Excel. Для этого выделите оба столбца (А и В), откройте меню Правка→щелчок "копирование" (символ → используется вместо слова "затем").

Откройте Лист 3 Excel, курсор установите в левую верхнюю ячейку, откройте меню **Правка→вставить→ОК.** → Выделите верхнюю строку новой таблицы и сделайте вставку новой (пустой) строки; в этой строке напечатайте Таблица 1 (дубликат).

4.2. С целью указанной выше сортировки следует выделить все записи в таблице 1, затем открыть меню **Данные→Сортировка** панели инструментов. В появившемся окне “Сортировка диапазона” в строке “сортировать по” записать имя столбца, по которому производится сортировка. В нашем случае именем является t . (Оно уже записано в указанной строке). После включения **ОК** строки таблицы разместятся в порядке возрастания t (Таблица 2).

4.3. Разбить весь диапазон времени на интервалы по 200 ч. каждый, в которых суммировать числа отказов Δn_i . С этой целью столбцу С присвоить имя интервала i , а в ячейки его записать номера интервалов 1, 2, 3,... Номер интервала определяется по значениям ячеек столбца А: для ячеек со значениями 0..200 присваивается номер 1, для 201..400 - номер 2 и т.д.

Выделить полученные столбцы. В меню открыть опцию “Данные”, где щелкнуть “Итоги”.

Примечание. В дальнейшем изложении последовательность команд будет для сокращения указываться только соответствующими опциями; так, для рассматриваемого случая: Данные→Итоги.

В появившемся диалоговом окне “Промежуточные итоги” в строке “При каждом изменении” записать имя i (если его там еще нет, или записано другое имя). В строке “Операция” должно быть записано “Сумма”. В строке “Добавить итоги по” выделить имя столбца Δn_i , убрать выделение t , (если оно есть) и нажать “Enter”. В таблице в конце каждого i - го интервала появится новая строка с именем “ i Всего” в ячейках столбца i , где $i=1, 2, 3, \dots$ -номера интервалов. В этих же итоговых строках записаны числа отказов в каждом i -ом диапазоне. Часть табл. 2 приведена выше.

4.4. Для дальнейшей работы потребуются только полученные итоги по интервалам. Поэтому целесообразно все промежуточные данные из таблицы 2 сделать невидимыми. С этой целью в таблице 2 выделить только строки с именами столбцов и с итогами (используя клавишу ctrl и кнопку мыши). Далее следуют команды **Правка→копировать.**

Открыть Лист 4 Excel, курсор установить в верхнюю левую ячейку и выдать команды **Правка\специальная вставка→значения\ОК.** Над строкой имен столбцов новой таблицы вставить новую строку и напечатать в ней “Таблица 3”. Для удобства представления таблицы столбец номеров интервалов

i можно перенести на ее левый край (т.е. в столбец А. С этой целью выделить весь столбец с именем i , стрелку курсора установить на левую границу рамки

Таблица 2.

A	B	C
t	Δn_i	i
0	0	0
0	0	0 Всего
5	1	1
14	1	1
22	1	1
30	1	1
33	1	1
36	1	1
45	1	1
50	1	1
55	1	1
66	1	1
67	1	1
74	1	1
79	1	1
80	1	1
107	1	1
116	1	1
127	1	1
132	1	1
148	1	1
155	1	1
159	1	1
166	1	1
174	1	1
188	1	1
196	1	1
	25	1 Всего
206	1	2
215	1	2

выделения, и при нажатой левой кнопке мыши перетащить столбец на новое место).

4.6. В табл.4. необходимо заполнить столбец времени t с учетом принятой длины интервала. В ячейки первой строки после строки имен первых трех столбцов должны быть установлены числа 0. Выделить столбец t , дать команды: **Правка** → **Заполнить** → **Прогрессия** → **по столбцам** → **арифметическая** → **шаг 200** → **ОК**. Часть табл. 4 приведена ниже.

4.7. Теперь в табл.4 следует ввести имена столбцов, которые будут использоваться в расчетах характеристик. Эта задача выполнена в табл.4 на Листе 5 Excel, куда скопированы и данные табл.4. Пять строк этой таблицы с результатами последующих расчетов приведены ниже в таблице 4.

Таблица 3.

A	B	C	D	E	F	G
		Δ				
i	t	n_i				
0	0	0				
1	20					
Всего	0	25				
2	40					
Всего	0	19				
3	60					
Всего	0	16				
4	80					
Всего	0	17				
5	10					
Всего	00	10				

Таблица 4.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	K
i	t	Δn_i	Δt_i	$\Sigma \Delta n_i$	N_i	$\Delta t_{H\Sigma i}$	$t_{H\Sigma}(t)$	$p^*(t)$	$q^*(t)$
0	0	0	0	0	510	0	0	1	0
Всего 1	200	25	200	25	485	99500	99500	0,951	0,049
Всего 2	400	20	200	45	465	95000	194500	0,912	0,088
Всего 3	600	16	200	61	449	91400	285900	0,88	0,12

Продолжение таблицы 4 вправо.

$q^*(t)$	$f^*(\Delta t_i)$	$\lambda^*(\Delta t_i)$	$T_c^*(\Delta t_i)$	$T_{yc}^*(t)$	$T_N^*(t)$	T_0^*
0	0	0	0	0	0	
0,049	0,0002451	0,00025	3980	3980	195,1	
0,088	0,0001961	0,00021	4750	4322	381,4	
0,12	0,0001569	0,00018	5712,5	4687	560,6	

Примечание. Значения параметров во всех таблицах лабораторной работы могут не совпадать с приведенными в данных методических указаниях, поскольку для лабораторной работы могут быть другие значения исходных данных в таблице 1.

Краткая справка. Расчет значений в ячейках каждого столбца (D, E, F, ...) производится с помощью формул Excel. Формула записывается в желаемую ячейку и начинается со знака равенства =, после которого вводятся адреса данных и соответствующие операторы - сложения, вычитания, умножения, деления и др.; вместо этих операторов могут использоваться различные функции рабочего листа - сумма, среднее значение, дисперсия, корень и т.д. Адреса данных могут определяться относительными, абсолютными и смешанными адресами ячеек их хранения (например: A3, F6 и т.д., где буква определяет столбец, а цифра - номер строки; A3:G7 - интервал адресов ячеек), а также именами. Знаком \$ перед буквой и цифрой обозначается абсолютный адрес, который не изменяется при копировании формул мышью. Пример: \$A\$3, \$F\$5.

Формула вводится в выделенную ячейку. При этом формула появляется как в ячейке, так и в строке формул, в начале которой после введения знака = ("равно") появляется знак f_x . Методика ввода формул поясняется ниже.

4.7.1. *Порядок заполнения столбца E*, т.е. суммы $\Sigma \Delta n_i$ числа отказов к концу i -го интервала времени t . Выделить ячейку E4 и записать в нее формулу =E3+C4. После команды **ОК** в ячейке запишется сумма данных указанных двух ячеек. Выделить ячейку C4, установить курсор в ее правый нижний угол до превращения курсора в крестик (+), нажать на кнопку мыши и, перемещая мышью, тащить крестик вниз столбца до конца таблицы. При этом столбец заполняется нарастающим итогом числа отказов вплоть до исходного числа испытываемых изделий (в данной работе это может быть $N_0=510$). Соответственно при этом изменяется и формула каждой ячейки.

4.7.2. *Порядок заполнения столбца текущего значения числа исправных изделий к моменту t* . Необходимо из числа N_0 последовательно вычитать текущие значения суммарного числа отказов $\Sigma \Delta n_i$. Выделить ячейку F4 и записать в нее формулу =F\$3-E4. После **ОК** в F4 будет записано значение N_i к концу первого интервала времени. Знаки \$ определяют, что в данном члене формулы используется только значение ячейки F3, т.е. это есть абсолютный

адрес ячейки (абсолютная ссылка); он остается постоянным при перемещении мыши для переноса формул в последующие ячейки. Далее следует выделить ячейку F4, курсор установить в правый нижний угол ячейки до превращения курсора в крестик, нажать кнопку мыши и протянуть крестик по столбцу до конца таблицы. В столбце окажутся записанными результаты расчета числа N_i .

Аналогичным способом заполняются ячейки и столбцы остальных имен в соответствии со статистическими формулами (1) – (9). При этом составляющие этих формул заменяются адресами соответствующих ячеек таблицы 4. Так, статистические вероятности $p^*(t)$, $q^*(t)$ вычисляются, используя зависимости (2). При этом в ячейку I3 следует записать 1 (поскольку $p(0)=1$), а в J3 -записать 0. В I4 записать формулу в соответствии с (2) и данными табл.4:

=F4/\$F\$3 → ОК и протащить ячейку по всему столбцу.

После выделения ячейки и введения в нее знака = целесообразно написание формул наблюдать в строке формул, а не в самой ячейке, т.к. в процессе этого написания потребуется перемещать таблицу по горизонтали и эта ячейка может оказаться за границей окна, т.е. невидима.

4.8. Построение графиков по результатам расчетов.

4.8.1. Средней наработки и усредненной наработки на отказ.

В табл. 4 выделить столбцы $T_c(t)$ и $T_{yc}(t)$. → В окне "Мастер диаграмм" в таблице "Тип" выделить строку "график". → В таблице "Вид" выделить левый верхний график и щелкнуть "далее". → Щелкнуть кнопку "Ряд". → В правом конце строки "подпись оси X" щелкнуть кнопку. → В появившейся таблице 4 выделить столбец времени t (начиная с имени столбца). → Линейкой прокрутки сдвинуть все записи вверх до появления свободного места на листе для помещения диаграмм. → Щелкнуть кнопку в строке мастера диаграмм. → В появившемся окне выбрать вкладку "заголовки" щелкнуть "название". → В строке "название диаграммы" напечатать название диаграммы, например, "Среднее и усредненное времена наработки на отказ", в строке "Ось X" напечатать "Наработка", в строке "Ось Y" – $T_c(t)$, $T_{yc}(t)$. → "Далее" → "Готово". Появившуюся диаграмму (Рис.1) мышью можно передвинуть на желаемое место листа.

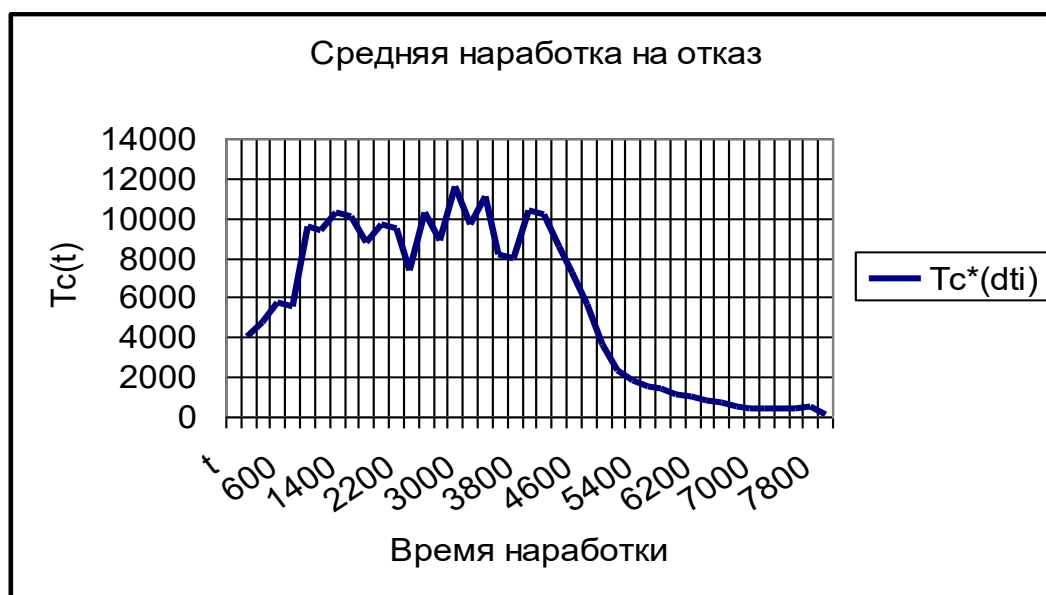


Рис.1.

Далее следует отформатировать график, т.е. установить желаемые размеры, разметки осей, толщины линий, сетку. Примерно это сделать можно следующими способами.

Форматирование осей. Дважды щелкнуть на оси $X \rightarrow$ В окне **Формат оси** на вкладке **Вид** в строках имен: **Ось** выделить **Обычная** \rightarrow выбрать тип и толщину линий \rightarrow промежуточные "нет" \rightarrow метки делений – рядом с осью - **Пересекают ось**, **Метки засечек** - **Рядом с осью**.

Вывести вкладку **Шкала**. Установить в окнах значения : в **Пересечение с осью Y** - **1**, в **число категорий между метками** - **4**, в **Число категорий между подписями делений** - **4**. (Это число целесообразно выбирать равным числу интервалов времени между оцифрованными засечками шкалы. В нашем случае длина выбранного интервала времени равна 200 ч, расстояние между метками - 800ч. Поэтому определилось число 4). \rightarrow **ОК**.

Для оси Y в окне **Вид** устанавливаются те же параметры, как и для оси X . На вкладке **Шкала**: Значения **Минимум** и **Максимум** установить с учетом диапазона изменения значений параметров графика. В строке **Основная единица измерения** установить значение оцифрованного шага (деления) шкалы; пусть он будет равен 2000. В строке **Пересечение с осью X** в значении установить 0. Остальные вкладки форматирования осей можно не открывать. **ОК**.

Для нанесения сетки на график: дважды щелкнуть в области графика (при этом график выделяется спец. рамкой. В меню последовательно щелкнуть **Вставка** \rightarrow **Сетка** \rightarrow **Основная сетка** (в строках **Ось X** и **Ось Y**). \rightarrow открыть вкладку **Выравнивание**, где курсором повернуть стрелку до вертикали \rightarrow **ОК**.

В результате должен получиться примерно график, представленный на Рис. 2.



Рис. 2.

Аналогично строятся графики:

$f^*(t)$ и $\lambda^*(t)$; $T_c^*(t)$; $T_N^*(t)$ и $T_{yc}^*(t)$.

При построении на одном графике кривых плотности вероятности и интенсивности отказов следует учесть, что, начиная с некоторого времени, значения интенсивности отказов становятся на порядок и выше больше значений плотности вероятности. Поэтому, чтобы кривая плотности вероятности имела наглядное представление, на графике следует отобразить лишь часть кривой интенсивности отказов. Для этого, при выделении столбцов таблицы, столбец данных интенсивности отказов надо выделить до времени $t \approx 4000$ ч. Можно отобразить каждую из этих характеристик на отдельном графике, тогда их построение выполняется в полном диапазоне времени.

4.9. Анализ графиков.

4.9.1. Построение линий регрессий (тренда) и оценка параметров уравнений кривых изменения характеристик надежности.

Выделить график с исследуемой кривой (два щелчка в области графика) → щелчок на линии кривой (появляются маркеры на этой линии) → меню **Диаграмма** → **Добавить линию тренда** → вкладка **Тип** → **Полиномиальный** → **Степень** (может быть выбрана степень уравнения в пределах 2...6. Чем сложнее кривая, тем большей следует выбирать степень. Для графиков $T_c(t)$ степень 3 - 6 → Вкладка **Параметры** → **Показывать уравнение на диаграмме** → **ОК**. Появится на графике линия регрессии и формула этой линии, как показано на Рис. 3.



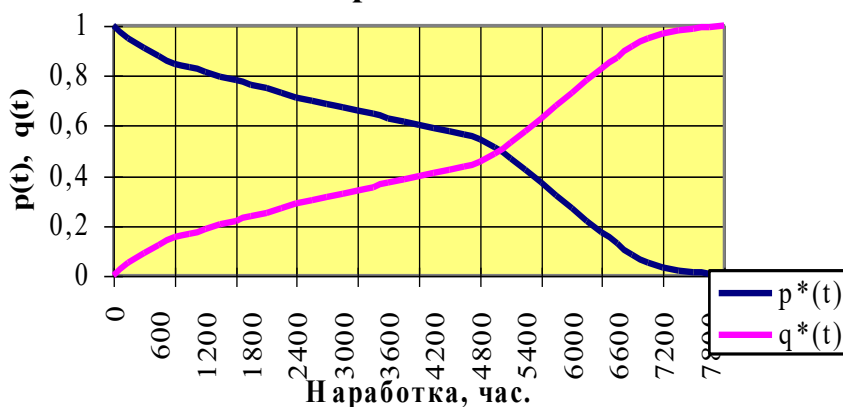
Рис.3.

Для четкого выделения уравнения линии следует дважды щелкнуть на области уравнения и переместить его на свободное место графика.

4.9.2. После получения графиков произвести их распечатку на принтере и записать уравнения регрессий.

4.9.3. При анализе графиков необходимо проследить асимптотическое приближение значений параметров к определенной величине, оценить возможность допущения постоянства средней наработки на отказ на каком-то интервале времени, пояснить причину того, что на определенном интервале времени для каких-то изделий имеет место $T_c \gg T_0$.

Вероятности отказов и безотказной работы



5. Задание к работе.

- 5.1. В директории **Проводник Windows** открыть адрес **KVD** и в появившемся списке файлов открыть файл **lab1**
- 5.2. Произвести сортировку исходных данных (табл.1).
- 5.3. Заполнить таблицу результатами вычислений.
- 5.4. Построить и анализировать графики характеристик надежности.

5. Содержание отчета.

- * Фамилия, И.О. и группа студента.
- * Название лабораторной работы.
- * Статистические формулы для характеристик надежности и соответствующие им формулы Excel.
- * Полученные распечатки графиков.
- * Анализ полученных результатов в соответствии с 4.9.
- *

6. Литература.

7.

- 6.1. В.Г. Воробьев, В.Д. Константинов. Надежность и эффективность авиационного оборудования. Учебник. Глава 2. М.: Транспорт, 1995, 248 с.
- 6.2. Microsoft Excel. Руководство пользователя. Printed in Ireland 09.

Лабораторная работа № 2.

Исследование характеристик надежности восстанавливаемых изделий.

1. Цель работы.

Используя различные законы распределения вероятности отказов и различные модели представления восстанавливаемых процессов, построить графики характеристик надежности, проанализировать влияние законов распределений и их параметров на эти характеристики. Исследования выполняются с помощью математической программы Mathcad.

2. Основные соотношения.

Если после отказа изделие ремонтируется и снова включается в работу, то оно называется восстанавливаемым. При этом восстановление может быть неполным, когда в сложном изделии ремонтируется только отказавший элемент, а износ, старение остальных элементов не устраняются. Такая модель функционирования изделия называется деградирующей. Математический аппарат исследования надежности такой модели пока ограничивается обработкой статистики. Поэтому в практике математического исследования надежности восстанавливаемых изделий рассматривается случай полного восстановления, когда после любого отказа все изделие восстанавливается до уровня нового. Это означает, что отказавшее изделие заменяется новым. По существу можно считать, что рассмотрению подлежит не само изделие, а его посадочное место (например, светильник при отказах ламп, система электроснабжения при отказах регулятора напряжения и т.д.). Само изделие может не подлежать восстановлению, но устройство, в котором установлено изделие, оказывается восстанавливаемым. В настоящей работе рассматриваются изделия (устройства) с полным восстановлением.

Основными характеристиками надежности рассматриваемых восстанавливаемых изделий являются параметр потока отказов $\omega(t)$ и средняя наработка на отказ $T_c(t) = 1/\omega(t)$.

2.1. Три формы параметра потока отказов.

2.1.1. Форма первая.

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t). \quad (1)$$

Здесь $f_n(t)$ - плотность вероятности появления не менее n отказов к моменту времени t .

Форма (1) имеет простое решение только для случая нормального закона распределения, поскольку сумма случайных величин, распределенных по

нормальному закону, также является нормально распределенной со средним значением $T_{0n}=nT_0$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma_n=\sigma\sqrt{n}$:

$$\omega(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} n\sigma} e^{-\frac{(t-nT_0)^2}{2n\sigma_0^2}}. \quad (2)$$

2.1.2. Вторая форма:

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau)f(t-\tau)d\tau. \quad (3)$$

За некоторым исключением это уравнение для наиболее распространенных распределений аналитически не решается, а только численными методами. В численном представлении уравнение (3) имеет вид:

$$\omega_i := \frac{1}{1 - f_0 \cdot \Delta} \cdot \left(f_i + \sum_{j=0}^{i-1} \omega_j \cdot f_{i-j} \cdot \Delta \right) \quad (4)$$

Здесь: i - номер интервала интегрирования;

Δ - шаг интегрирования;

f_0 - значение плотности вероятности при $t=0$.

Формулы (2) и (4) написаны из условия, что изделие поставлено на испытание в момент $t=0$ и далее следуют наработки и моменты отказов (восстановлений). Эти формулы должны давать одинаковый результат расчетов.

2.1.3. Третья форма:

Третья форма соответствует модели с распределенной наработкой, когда наработка случайно выбранного изделия является случайной. Такая модель имеет место на практике эксплуатации большого количества однотипных изделий. Параметр потока отказов выражается следующим образом:

$$\omega(t) = \frac{q(t)}{T_N(t)}, \quad (5)$$

где $q(t)$ - вероятность отказа невосстанавливаемого изделия за время t :

$$q(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau. \quad (6)$$

$$T_N(t) = \int_0^t p(\tau) d\tau - \quad (7)$$

- средняя наработка на одно изделие за время t ;

- $p(t)$ - вероятность безотказной работы невосстанавливаемого изделия:

$$p(t) = 1 - q(t). \quad (8)$$

3. Постановка задачи.

* Используя математическую программу Mathcad, следует построить графики плотностей распределения и параметра потока отказов для законов распределения:

* с линейным изменением $\lambda(t)$: $f(t) = \lambda(t) * e^{-\int_0^t \lambda(\tau) d\tau}$ (7)

* Для случая $\lambda(t)=\lambda=\text{const}$: $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$. (8)

* нормального: $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} * e^{-\frac{(t-T_0)^2}{2\sigma^2}}$. (9)

* Вейбулла: $f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} * e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b}$. (10)

* Релея: $f(t) = \frac{t}{\mu^2} e^{-\frac{t^2}{2\mu^2}}$. (11)

В этих формулах: $\lambda(t)$ -интенсивность отказов, T_0 - среднее время безотказной работы, σ - среднеквадратическое отклонение; a , b - константы распределений, μ - мода распределения, т.е. наиболее вероятное значение аргумента.

В таблице 1 даны значения параметров, при которых следует построить графики в соответствие с приведенными выше формулами.

В соответствии с таблицей должно быть построено 12 кривых плотности вероятности и 12 - параметра потока отказов, на каждом графике по две кривых. Вид закона распределения определяется наличием в таблице соответствующих коэффициентов.

Таблица 1.

№№	Форма $\omega(t)$	$\lambda(t)=$	T_0	σ	a	b	μ	t
1	2	0,00255						0..2500
2	2	$2,5 \cdot 10^{-3} + b \cdot t$				$2,5 \cdot 10^{-6}$		0..1500
3	3	$2,5 \cdot 10^{-3} + b \cdot t$				$2,5 \cdot 10^{-6}$		0..1000
4	1		500	50				0..10000
5	2		500	50				0..10000
6	2		200	50				0..1500
7	2		500	10				0..1000
8	3		500	50				0..1000
9	2				500	1.8		0..3000
10	3				500	1.8		0..1500
11	2						1000	0..3000
12	3						1000	0..3000

4. Методика выполнения работы.

Работа выполняется с помощью математической программы Mathcad. При этом здесь не ставится задача полного освоения этой программы. Излагаются лишь минимум сведений, необходимых для самостоятельного построения графиков характеристик надежности по приведенным выше формулам.

В результате вызова Mathcad на экране появляется чистый лист окна, в левом верхнем углу которого расположен красный крестик - метка (визир) ввода данных. Щелчком мыши в любом месте экрана крестик перемещается в это место.

Вверху экрана находится меню и линейки с кнопками инструментов. При щелчке на кнопке соответствующий пункт меню раскрывает содержание управляющих команд, которые может выдать оператор.

Mathcad позволяет записывать на экране формулы в их обычном виде, (как в тетради на уроке математики). Если предварительно значение параметра определено формулой, то автоматически выдается результат вычислений в виде чисел и графиков. В любых местах вокруг формул уравнений и графиков можно размещать текст пояснений, заголовков и т.п.

Необходимо помнить следующие основные правила ввода данных:

* Mathcad считывает данные экрана *слева направо и сверху вниз*.

Поэтому все параметры исследуемой формулы должны располагаться левее и выше самой формулы. Параметр формулы также может быть функцией каких-то данных. Эта функция должна располагаться выше (левее) конечной формулы, а входящие в функцию параметры, в свою очередь, должны быть левее (выше) функции.

* Некоторые операторы, используемые в настоящей работе при написании формул и их параметров, приведены в таблице 2

Таблица 2. Операторы и клавиши их ввода.

Операция	Клавиша	Вид на экране	Пример
Присваивание (определение) значения	: (двоеточие)	:=	i:=0..15 t:=i*Δ
Умножение	*	. (точка)	a · b
Деление	/	—	$\frac{b}{c}$
Сложение	+	+	b+c
Вычитание	-	-	b-c
Возведение в степень	^	b^c	
Квадратный корень	\	\sqrt{x}	
Интеграл	&	$\int_a^b f(x)dx$	
Ввод индекса	[(открывающая скобка)	[f[I f_i

Для ввода многих математических символов, в том числе интеграла, квадратного и других степеней корней, удобно использовать специальные панели инструментов, которые вызываются из меню **Вид → Панели инструментов...**

В процессе исследования формулы возникает необходимость в неоднократном изменении значений каких-то ее параметров. Это можно делать непосредственно с параметрами, которые определены для первого вычисления формулы и соответствующего построения графика. Но в этом случае будут утрачены результаты первых расчетов (если они не были отпечатаны на принтере). С целью сохранения результатов всех расчетов в одном файле, при изменении значений каких-то параметров формулы (или формул), новые значения присваиваются этим параметрам и располагаются в конце последней части файла. После этих новых данных необходимо скопировать уже имеющиеся формулы, которые зависят от измененных параметров. Как отмечалось выше, *входные данные действуют только на их функции (формулы), расположенные ниже и правее этих данных*. Чтобы не повторно не

набирать формулы, можно уже созданные формулы скопировать (в буфер) и затем вставить из в заданное место.

Пример процесса записи программы (функции) для ее решения. (Лица, имеющие опыт работы с Mathcad, текст примера могут не читать и не выполнять). Для сокращения текста пояснений здесь принят следующий алгоритм записи:

- * подаваемые команды управления печатаются жирным шрифтом;
- * команда подается щелчком кнопки мыши при установке ее курсора на выбранном пункте меню, пункте раскрывающегося содержания меню, на кнопке панели инструментов;
- * команды в цепочке их последовательности разделяются знаком стрелки \rightarrow . В качестве примера используется запись в непрерывной и дискретной формах плотности вероятности для нормального закона в виде:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-T)^2}{2\sigma^2}}; \quad (12)$$

$$f_i = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t_i-T)^2}{2\sigma^2}}. \quad (13)$$

Здесь σ - среднеквадратическое отклонение;

T - математическое ожидание – среднее время безотказной работы..

Для последующего написания формул целесообразно раскрыть панели с обозначениями $\alpha\beta$, калькулятор, интеграл. С их помощью записываются необходимые составляющие формул.

Для вычисления непрерывной функции (12) необходимо задать (определить) диапазон времени t , значения σ и T . (Ввод всех символов управления выполняется при английской раскладке клавиатуры).

Для вызова оператора определения следует нажать клавишу **:** (двоеточие) после введения символа, которому надо присвоить значение. При этом на экране (в месте расположения маркера ввода) появится двоеточие и знак равенства в виде **:=**. Сразу за этим печатается значение, или функция, которое надо присвоить (последующие цифры назначаются здесь для примера):

T:=500 (ввод $T \rightarrow : \rightarrow 500$), \rightarrow **$\sigma:=50$** (**View** \rightarrow **Math Pallete** \rightarrow кнопка $\alpha\beta \rightarrow \sigma$ (на месте визира появляется σ , заключенное в рамку, и синий маркер ввода последующих знаков) $\rightarrow :$ (появляется **:=** и правее его - черный квадратик места ввода значения и синий маркер дальнейшего ввода) \rightarrow **50** (вводимое значение). Затем набирается формула (12), используя панели ввода символов.

Для вычисления дискретной формулы (13) также необходимо предварительно определить параметры T , σ , интервал значений i , величину приращения Δ времени, значения времени t_i при каждом значении i .

Желаемый интервал дискретных значений вводится в виде:

i:=0..600 Для ввода двух точек нажимается клавиша ; (т.е. не дважды нажимается клавиша текстовой точки, а один раз точка с запятой).

Примечание. В данном случае в процессе решения задачи значения *i* будут изменяться с шагом 1. Если требуется задать другой шаг, например 10, то определение *i* следует записать с этим шагом в виде: *i*:=0,10..600.

Присваивается значение для Δ, например 5: **Δ:=5 (Math Pallete → αβ → Δ → : → 5)**.

Затем (правее или ниже) присваивается значение дискретному времени:

t_i := i * Δ. В результате получается запись:

T:=500 σ:=50 i:=0..600 Δ:=5 t_i := i*Δ

Теперь следует присвоить значение самой функции (13), куда входят эти параметры:

$$f_i := \frac{1}{\sqrt{2 * \pi * \sigma}} * e^{-\frac{(t_i - T)^2}{2 * \sigma^2}}$$

Алгоритм написания этого выражения:

f → [(клавишей квадратной скобки вводится место для нижнего индекса) → **i** → : → **1** → / (после введения знака деления появляется дробь, в числителе которой единица, а в знаменателе - черный квадратик места ввода значения знаменателя и синий маркер) → панель **Math Pallete** → кнопка «**калькулятор**» → кнопка $\sqrt{\quad}$ (в знаменателе появляется знак корня с черным квадратиком ввода данных); → **2*** → (кнопка **αβ** на панели Math Pallete → кнопка **π** → кнопкой → на клавиатуре переместить синий маркер так, чтобы он своим уголком охватил весь корень → * → кнопка **αβ** на Math Pallete → кнопка **σ** → кнопкой → переместить синий маркер, чтобы он справа охватывал полученную дробь → * → e → ^ (знак степени) → - (минус) → (→ **t** → [→ **i** → - → **T** →) → ^ → **2** → кнопкой → маркер переместить, чтобы он своим углом охватил полученные скобки со степенью → / (появилась дробь, в числителе которой - выражение в скобках, а в знаменателе - черный маркер ввода) → **2** → * → кнопка **αβ** → **σ** → ^ → **2** → клавишей → синим маркером охватить всю полученную формулу → Enter. Ввод формулы закончен.

Если в введенной формуле какие-то символы имеют красный цвет, то следует найти и устранить ошибку в созданных параметрах.

Запись примера для дискретной функции имеет вид:

T:=500 σ=50 i:=0..200 Δ:=10

t: i*Δ

$$f_i := \frac{e^{-\frac{(t-T)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}}.$$

Теперь можно получить таблицу значений функции для последовательности значений i . Или лучше рядом получить три таблицы: для значений i , t_i , f_i . Для получения таблицы надо напечатать (ниже, или правее формулы) соответствующее имя (в данном случае i , t_i , или f_i) и затем - знак $=$. Так, для рассмотренной формулы при $i:=10,15..40$, $\Delta:=20$ таблицы будут иметь вид:

$i =$	$t_i =$	$f_i =$
10	200	$1.215 \cdot 10^{-10}$
15	300	$2.677 \cdot 10^{-6}$
20	400	$1.08 \cdot 10^{-3}$
25	500	$7.979 \cdot 10^{-3}$
30	600	$1.08 \cdot 10^{-3}$
35	700	$2.677 \cdot 10^{-6}$
40	800	$1.215 \cdot 10^{-10}$

(Вопросы форматирования таблиц здесь не рассматриваются. При изменении значений параметров формулы сразу же изменяются и соответствующие значения таблиц. Для удаления таблицы следует щелчком мыши выделить эту таблицу и в меню **Правка** выделить **Вырезать**.) В лабораторной работе таблицы можно не строить ввиду недостатка времени.

Особенности расчета параметра потока отказов по (4):

$$\omega_i := \frac{1}{1 - f_0 \cdot \Delta} \cdot \left(f_i + \sum_{j=0}^{i-1} \omega_j \cdot f_{i-j \cdot \Delta} \right) \quad (*)$$

В эту формулу входят дискретные значения плотности вероятности f_i и параметра ω_i .

Для f_i диапазон изменения значений i задается от $i = 0$, а для ω_i - от $i = 1$. Это вызвано тем, что верхним пределом суммы в формуле для ω_i является значение $i - 1$, которое не может быть отрицательным.

Перед формулой (*) кроме диапазона изменения i также необходимо присвоить значение ω_i при $i = 0$, т.е. $\omega_0 = f_0$.

Построение графиков функций. Для построения графика визир (красный крестик) установить ниже соответствующей формулы. Щелкнуть мышью на кнопке с изображением кривой в декартовых координатах (на панели Math Pallete) - появляется новая панель с кнопками видов графиков → щелкнуть на кнопке графика с кривыми в плоскости декартовых координат - появляется пустой график с полями ввода (черные квадратики) обозначений осей → Мышью установить синий маркер на поле ввода для оси аргумента и напечатать: t для случая непрерывной функции или $t [i$ → синий маркер мышью перевести на поля ввода для вертикальной оси и напечатать f для непрерывных функций и $f [i$ для дискретных → щелкнуть мышью в области вне графика. Программа начинает выполнять расчет формулы, который может занять какое-то время. Величина этого времени зависит от сложности формулы, имеющейся оперативной памяти и от быстродействия машины. По окончании расчета появляется соответствующая кривая функции.

Чтобы разместить на одном графике две функции, например f_i и ω_i , следует при заполнении поля ввода для вертикальной оси записать: $f [i$ → щелчок клавишей → (синий маркер охватит f_i полностью) → , (клавиша "запятая") - под первой переменной появляется поле ввода для второй переменной, куда вводится ω_i .

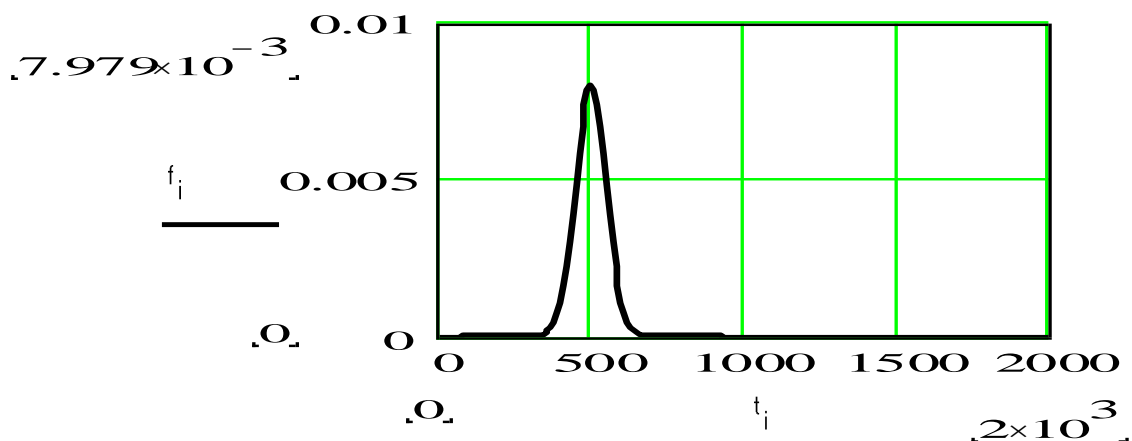


Рис. 1.

5. Задание к работе.

5.1. В директории **Проводник Windows** открыть адрес **KVD** и в появившемся списке файлов открыть файл **lab2**.

5.2. Под названием работы напечатать свои фамилии, и.о., группу

5.3. Под пунктом «1. Интенсивность отказов ...» напечатать определения для ввода параметров экспоненциального распределения из строки № 1 табл. 1 и формулу (7). Ниже присвоить значения для ω_0 и диапазон значений i для ω . Еще ниже – формулу для ω_i .

5.4. В соответствии с изложенной выше методикой построить график ω_i и f_i для случая $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$.

5.5. Аналогично построить графики по параметрам остальных строк табл. № 1.

5.6. Распечатать полученные графики (только графики с названиями, без формул).

5.7. Выполнить сравнительный анализ полученных графиков характеристик надежности: оценить влияние на частоту и длительность колебаний параметра потока отказов (при нормальном распределении) значений **T** и **σ** , пояснить причину выявленной зависимости.

5.8. Пояснить причину различия графиков, соответствующих формам 2 и 3 представления параметра потока отказов.

6. Литература.

6.1. . В.Г. Воробьев, В.Д. Константинов. Надежность и эффективность авиационного оборудования. Учебник. Глава 2. М.: Транспорт, 1995, 248 с.

6.2. Mathad. Руководство пользователя. М.: ИИД.

Оглавление.

Стр.

Лабораторная работа № 1. Обработка статистики и исследование характеристик надежности невосстанавливаемых изделий.3

Лабораторная работа № 2. Исследование характеристик надежности восстанавливаемых изделий.....14