Методические указания к решению задач

Гидродинамика (задачи 5, 6)

Задачи решаются с помощью уравнения Бернулли для потока реальной (вязкой) жидкости в общем случае с учетом гидравлических потерь (потерь напора) и неравномерности распределения скоростей по сечению потока (коэффициента Кориолиса).

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \Sigma h, \qquad (3)$$

где Z - вертикальные координаты центров тяжести сечений (геометрическая высота);

p - давление;

ρ - плотность жидкости;

g - ускорение свободного падения;

$\frac{p}{\rho g}$ - пьезометрическая высота;

V - средняя по сечению скорость ($V = Q/S$);

α - коэффициент Кориолиса, учитывающий неравномерность распределения скоростей по сечениям (для ламинарного режима $\alpha = 2$, для турбулентного $\alpha \sim 1$);

$\frac{\alpha V^2}{2g}$ - скоростная высота (скоростной напор):

Σh - суммарные потери полного напора между сечениями 1 и 2.

Различают два вида гидравлических потерь напора: местные потери и потери на трение по длине. Местные потери напора происходят в местных гидравлических сопротивлениях - местах изменения формы и сечения русла (расширение, сужение, поворот, проход через запорную арматуру и т.д.). Местные потери напора подсчитываются по формуле Вейсбаха

$$H_m = \xi \frac{V^2}{2g}, \qquad (4)$$

где V - средняя скорость потока в сечении (при расширении и сужении скорость берется в более узком сечении);

ξ - безразмерный коэффициент местного сопротивления.

Потери напора на трение по длине определяются по формуле Дарси

$$h_l = \lambda \frac{lV^2}{d2g}, \qquad (5)$$

где λ - безразмерный коэффициент сопротивления трения, определяемый в зависимости от режима течения;

l и d - длина и диаметр трубы соответственно.

При ламинарном режиме $\lambda_л$ определяется как

$$\lambda_л = \frac{64}{\mathrm{Re}}, \qquad (6)$$

где Re - число Рейнольдса, которое для труб диаметром d выражается формулой

$$Re = \frac{Vd}{\nu}, \qquad (7)$$

где ν - коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Ламинарным считается режим движения жидкости в трубах при $Re < Re_{кр} \sim 2300$. При $Re > Re_{кр} \sim 10000$ режим течения считается турбулентным.

При турбулентном режиме коэффициент сопротивления трения $\lambda_т$ помимо числа Рейнольдса зависит еще от относительной шероховатости $\frac{\Delta}{d}$, т.е. $\lambda т = \mathrm{f}\,(Re, \Delta/d)$. Для гидравлически гладких труб шероховатость не влияет на сопротивление, поэтому для таких труб $\lambda_т$ определяется по формуле Блазиуса

$$\lambda_т = \frac{0{,}3164}{\mathrm{Re}^{0.25}} \cdot \qquad (8)$$

Для труб гидравлически шероховатых в квадратичной области сопротивления коэффициент λ_m можно определить по формуле Шифринсона

$$\lambda_т = 0.11(\frac{\Delta}{d})^{0.25}\,. \qquad (9)$$

Универсальной формулой, учитывающей одновременно оба фактора, является формула Альтшуля

$$\lambda_т = 0.11(\frac{68}{\mathrm{Re}} + \frac{\Delta}{\mathrm{d}})^{0{,}25}\,. \qquad (10)$$

Учитывая, что средняя скорость по сечению трубы

$$V = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{\pi d^2}, \qquad (11)$$

можно подсчитать потери напора в трубопроводе как сумму потерь на трение по длине и местных потерь:

$$\Sigma h = h_l + h_m = (\lambda\frac{l}{d} + \Sigma\xi)\frac{8Q^2}{g\,\pi^2 d^4}\,. \qquad (12)$$

При выборе двух сечений потока реальной жидкости в задачах рекомендуется брать:

1) свободную поверхность жидкости в резервуаре (баке), где $\nu = 0$:

2) выход в атмосферу, где $\mathrm{p}_{изб}$, $\mathrm{p}_{абс} = p_{атм}$;

3) сечение, где присоединен манометр, пьезометр или вакуумметр.

Уравнение Бернулли сначала записывается в общем виде, а затем переписывается с заменой его членов заданными буквенными величинами, при этом члены, равные нулю, исключаются. Необходимо также учитывать следующее:

1) вертикальная ордината z отсчитывается от произвольной плоскости вверх;

2) давление p, входящее в обе части уравнения Бернулли, задается в

одной системе отсчета (абсолютной или избыточной);

3) суммарные потери напора Σh всегда пишутся в правой части уравнения Бернулли со знаком «+»;

4) величина суммарных потерь напора Σh в общем случае складывается из местных потерь и потерь на трение по длине и определяется по формуле (12).

<u>Пример.</u> Из напорного бака с отметкой 16,6 м по трубопроводу длиной $l = 240$ м и диаметром $d = 100$ мм вода подается на отметку 4,2 м. Определить, при каком значении коэффициента сопротивления задвижки ξ_3 по трубе подается расход $Q = 15$ л/с. Коэффициенты сопротивления на входе в трубу $\xi_{вк} = 0{,}5$ и на выходе $\xi_{вых} = 1$. Шероховатость трубы $\Delta = 0{,}2$ мм.

<u>Решение.</u> Составим уравнение Бернулли для сечений 1 (напорный бак) и 2 (конец трубопровода):

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + \Sigma h.$$

По условию $z_1 = 16{,}6$м, $z_2 = 4{,}2$ м, $p_1 = p_2 = p_{ат}$, $v_1 = v_2 = 0$. Таким образом, после сокращений

$$\Sigma h = z_1 - z_2 = 16{,}6 - 4{,}2 = 12{,}4 \text{ м.}$$

Суммарные потери напора

$$\Sigma h = (\lambda \frac{l}{d} + \Sigma\xi)\frac{8Q^2}{g\pi^2 d^4},$$

Откуда

$$\xi_3 = (\frac{\Sigma h\, g\pi^2 d^4}{8Q^2}) - (\lambda \frac{l}{d}) - \xi_{вх} - \xi_{вых}.$$

Определим режим движения воды в трубопроводе:

$$Re = \frac{Vd}{\nu} = \frac{4Q}{\pi d \nu} = \frac{4*0.015}{3{,}14*0{,}1*10^{-6}} = 19100.$$

Режим течения – турбулентный, в квадратичной области сопротивления, поэтому коэффициент гидравлического сопротивления можно определить по формуле

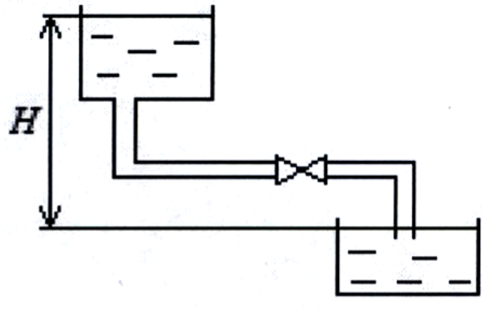
$$\lambda = 0{,}11(\frac{\Delta}{d})^{0{,}25} = 0{,}11(\frac{0{,}2}{100})^{0{,}25} = 0{,}023.$$

Подставим численное значение для определения ξ_3:

$$\xi_3 = \frac{12{,}4 * 9{,}81 * 3{,}14^2 * 0{,}1^4}{8(0{,}015)^2} - 0{,}023 * 2100 - 0{,}5 - 1 = 10.$$

Задача 5

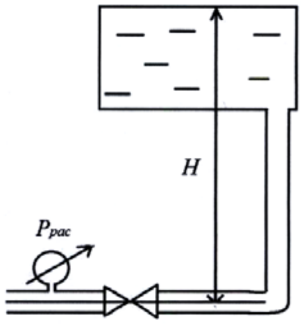
Определить расход воды плотностью ρ = 1000кг/м^3 и вязкостью υ=1*10^{-6} м^2/с, вытекающей из бака через трубу длиной l и диаметром d под напором H. Коэффициенты сопротивления: входа $\xi_{вх} = 0{,}5$, крана $\xi_{пр} = 5{,}5$, колена $\xi_{кол} = 1{,}1$. Трубу считать гидравлически гладкой $\lambda = 0{,}02$.



Исходные данные	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
d, мм	20	22	25	32	40	45	50	70	75	90
l, м	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Н, *м*	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0

Задача 6

Определить расход воды (ρ=1000кг/м^3, υ=1*10^{-6} м^2/с) в трубопроводе длиной l и диаметром d для подачи ее на высоту H. Располагаемое давление p_p. Коэффициенты сопротивления: задвижки $\xi_з$, поворота ξ_n= 1,1, выхода в бак $\xi_{в\ бак}$ = 1. Шероховатость трубы $\Delta\ =\ 0{,}2$ мм.



Исходные данные	Варианты									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
l, м	15	18	20	14	16	19	24	8	12	17
d, мм	75	100	125	75	100	125	150	50	75	100
H, м	4	6	8	3	5	7	9	2	4	5
P_p, МПа	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0,2
$\xi_з$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10