##### Контрольная работа

**по дисциплине «Метрология и сертификация»**

**(***при выполнении контрольной работы использовать результаты лабораторной работы***)**

##### Задание 1. Статистическая обработка результатов измерений

***Условия:*** Выполнить статистическую обработку результатов измерений, приведенных в табл. 1.

При статистической обработке следует использовать результаты измерений при многократных измерениях для вариантов:

1, 2 - ***сопротивления резистора Ri*** одинарным мостом;

3, 4 - ***напряжения Ui*** компенсатором;

5, 6 – ***диаметра di*** микрометром;

7, 8 – ***массы mi*** электронными весами;

9, 10 – ***тока Ii*** амперметром;

11, 12 – ***давления Pi*** манометром;

13, 14 – длины детали, штангенциркулем;

15, 16 – ***диаметра di*** микрометром.

**Доверительная вероятность *Р*, используемая для обработки результатов измерений для каждого варианта приведена в табл. 2**

***Номер варианта для каждого студента определяется его номером в списке группы.***

***Таблица 1***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число  измерений ***n*** | Ri, Ом | Ui, В | di, мм | mi, г | Ii, А | Pi, Па | l, мм | di, мм |
| 1 | 9,762 | 9,79 | 33,32 | 650,64 | 10,26 | 40,92 | 65,0 | 20,02 |
| 2 | 9,763 | 9,81 | 33,72 | 650,65 | 10,25 | 40,94 | 65,3 | 19,95 |
| 3 | 9,764 | 9,85 | 33,72 | 650,62 | 10,23 | 40,91 | 65,0 | 19,99 |
| 4 | 9,764 | 9,87 | 33,74 | 650,68 | 10,15 | 40,98 | 65,0 | 19,99 |
| 5 | 9,764 | 9,83 | 33,76 | 650,89 | 10,24 | 40,96 | 64,9 | 19,94 |
| 6 | 9,765 | 10,87 | 33,76 | 650,61 | 10,28 | 40,37 | 64,9 | 20,05 |
| 7 | 9,765 | 9,86 | 33,79 | 650,68 | 10,96 | 40,97 | 65,1 | 20,03 |
| 8 | 9,765 | 9,83 | 33,79 | 650,67 | 10,38 | 40,93 | 64,5 | 20,01 |
| 9 | 9,766 | 9,84 | 33,8 | 650,63 | 10,32 | 40,95 | 65,3 | 19,99 |
| 10 | 9,767 | 9,94 | 33,71 | 650,66 | 10,19 | 40,92 | 64,8 | 19,97 |
| 11 | 9,767 | 9,81 | 33,72 | 650,62 | 10,22 | 40,99 | 64,6 | 19,97 |
| 12 | 9,768 | 9,84 | 33,83 | 650,69 | 10,15 | 40,96 | 64,8 | 20,00 |
| 13 | 10,031 | 9,91 | 33,76 | 650,68 | 10,38 | 40,85 | 65,3 | 19,97 |
| 14 | 9,771 | 9,87 | 33,74 | 650,76 | 10,29 | 40,92 | 65,4 | 20,01 |
| 15 | 9,761 | 9,84 | 33,83 | 650,68 | 10,32 | 40,94 | 65,0 | 20,04 |
| 16 | 9,761 | 9,82 | 33,81 | 650,59 | 10,25 | 40,90 | 65,0 | 20,02 |

***Таблица 2***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Доверительная вероятность *Р* | Вариант | Доверительная вероятность *Р* |
| 1 | 0,90 | 9 | 0,95 |
| 2 | 0,95 | 10 | 0,98 |
| 3 | 0,98 | 11 | 0,95 |
| 4 | 0,99 | 12 | 0,90 |
| 5 | 0,96 | 13 | 0,99 |
| 6 | 0,99 | 14 | 0,90 |
| 7 | 0,95 | 15 | 0,99 |
| 8 | 0,98 | 16 | 0,98 |

Результаты расчета сводятся в табл. 3.

***Таблица 3***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер  наблюдения | Результаты измерений | |
| первичные | после исключения грубых погрешностей |
| 1  2  3  .  .  n |  |  |
| n = | =  *S* = | *=*  *S* = |

**Порядок выполнения**

1. Значения результатов наблюдения упорядочивают по возрастающим значениям в вариационный ряд *х1, х2, ..., xn*.
2. Определяется среднее арифметическое значение результатов наблюдений как

.

1. Вычисляется оценка среднего квадратичного отклонения результатов наблюдений, то есть

.

Для вычисления  и *S* можно использовать статистические функции Excel: СРЗНАЧ и СТАНДОТКЛОН.В.

1. Если значения *х*i резко отличаются от других членов вариационного ряда (промах, грубая погрешность), то их отбрасывают и в обработке результатов наблюдений не учитывают. Для проверки вида погрешности (грубая или значительная случайная) используются статистические критерии обнаружения грубых погрешностей (ГОСТ 11.002-73).

Суть статистического способа оценки результатов наблюдений заключается в том, что грубыми признают те погрешности, вероятность появления которых не превышает некоторого, заранее выбранного критерия.

Для проверки гипотез используются следующие критерии.

1. Если число единичных измерений *n* < 10, то может быть использован критерий **Шовене**. Результат единичного измерения *Хi* содержит грубую погрешность, если разность |- *Хi*| превышает соответствующие значения *SX* определяемые в зависимости от числа измерений:

1,6*S* при *n* = 3;

1,7*S* при *n* = 6;

|- *Хi*| > 1,9*S* при *n* = 8;

2,0*S* при n = 10,

1. **Критерий Романовского**, используемый при числе единичных измерений 10<*п*<20. При этом вычисляют отношение

= β.

Полученное значение β сравнивают с теоретическим βт при выбираемом уровне значимости *α* (табл. 4). Если β > βт, то результат единичного измерения содержит грубую погрешность и должен быть исключен из числа единичных измерений.

Таблица 4 – Зависимость βт= *f*(п)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Уровень  значимости  *α* | Число единичных измерений, п | | | | | | |
| 4 | 6 | 8 | 10 | 12 | 15 | 20 |
| 0,02 | 1,72 | 2,13 | 2,37 | 2,54 | 2,66 | 2,80 | 2,96 |
| 0,05 | 1,71 | 2,10 | 2,27 | 2,41 | 2,52 | 2,64 | 2,78 |
| 0,10 | 1,69 | 2.00 | 2,17 | 2,29 | 2,39 | 2,49 | 2,62 |

Уровень значимости *α* - это вероятность отвергнуть верную гипотезу при статистической проверке гипотезы. Обычно при обработке результатов измерений ее значение принимают в пределах 0.05... 0,1.

1. Критерий 2σ - наиболее распространенный. Он используется, когда количество единичных измерений *n*>20. Сущность правила трех сигм состоит в том, что если случайные величины распределены нормально, то абсолютные величины их отклонения от математического ожидания не превосходят удвоенного среднего квадратического отклонения доверительной вероятностью 0,954. Сомнительный результат *Xi* - должен быть исключен из единичных измерений, если

|- *Хi*| >2*SX* .

Воспользуемся отбраковкой некоторых результатов измерений по критерию превышения отклонения среднего удвоенного значения среднего квадратичного отклонения результатов наблюдений .

В случае обнаружения грубых погрешностей результаты наблюдений, их содержащие, исключаются, и математическая обработка повторяется.

Внимание. При выполнении контрольной работы применить все 3 критерия.

1. Для оценки формы распределения результатов измерения строится гистограмма:
2. результаты измерений для удобства представляют в виде вариационного ряда - последовательности измеренных значений величины, расположенных в порядке возрастания от наименьшего до наибольшего.
3. Диапазон полученных единичных результатов измерений делят на *m* интервалов (разрядов) шириной ∆*Xi*=(*Xmax-Xmin*)/*m*

Число интервалов *m* можно определить по формуле *m*=3,322\*lg*n*+1, где *п*-число единичных измерений. Согласно рекомендациям ВНИИМ [4] число интервалов в зависимости от числа единичных измерений *п* также можно выбирать: при *n*=15-40 *m*=5-7, при *п*= 40...100 *m* =7...9, при *п*=100...500 *m*=8...12.

1. определяют верхние границы каждого интервала: *Хв*1=*Xmin* + ∆*Xi*; *Хв*2=*Хв*1+∆*Xi*; *Хв*3=*Хв*2+∆*Xi*; ….
2. с помощью функции «Гистограмма» надстройки «Анализ данных» строится гистограмма. Входными данными будут являться столбец с результатами измерений и столбец с верхними значениями интервалов (карманы).
3. по виду гистограммы делается предположение о виде закона распределения результатов измерения (нормальный или какой-то другой).
4. Определяется коэффициент *t* (квантиль нормального распределения) Стьюдента, который в зависимости от вероятности *Р* и числа результатов наблюдений n берется из табл. 4 или определяется с помощью статистических функции Excel =СТЬЮДЕНТ.ОБР.2Х(*α;n*).

***Таблица 4***

**Коэффициенты Стьюдента**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число наблюдений  *n* | Значение коэффициента Стьюдента t при доверительной вероятности Р | | | | | |
| 0,9 | 0.95 | 0,98 | 0,99 | 0,998 | 0,999 |
| 1 | 6,31 | 12,7 | 31,8 | 63,7 | 318,3 | 637,0 |
| 2 | 2,92 | 4,30 | 6,96 | 9,92 | 22,33 | 31,6 |
| 3 | 2,35 | 3,18 | 4,45 | 5,84 | 10,22 | 12,9 |
| 4 | 2,13 | 2,78 | 3,75 | 4,60 | 7,17 | 8,61 |
| 5 | 2,02 | 2,57 | 3,36 | 4,03 | 5,89 | 6,86 |
| 6 | 1,94 | 2,45 | 3,14 | 3,71 | 5,21 | 5,96 |
| 7 | 1,89 | 2,36 | 3.00 | 3,50 | 4,79 | 5,41 |
| 8 | 1,86 | 2,31 | 2,90 | 3,36 | 4,50 | 5,04 |
| 9 | 1,83 | 2,26 | 2,82 | 3,25 | 4,30 | 4,78 |
| 10 | 1,81 | 2,23 | 2,76 | 3,17 | 4,14 | 4,59 |
| 11 | 1,80 | 2,20 | 2,72 | 3,11 | 4,03 | 4,44 |
| 12 | 1,78 | 2,18 | 2,68 | 3,05 | 3,93 | 4,32 |
| 13 | 1,77 | 2,16 | 2,65 | 3,01 | 3,85 | 4,22 |
| 14 | 1,76 | 2,14 | 2,62 | 2,98 | 3,79 | 4,14 |
| 15 | 1,75 | 2,13 | 2,60 | 2,95 | 3,73 | 4,07 |

1. Если закон распределения не является нормальным, то доверительная вероятность Р полагается равной 0,9, а коэффициент *t* будет равен 1,6.
2. Доверительный интервал ∆, в котором с заданной доверительной вероятностью находится действительное значение измеряемой величины определяется по формуле

∆= *t* ,

где - среднее квадратичное отклонение действительного значения (среднего арифметического) результатов измерений.

1. Запись результата измерений в виде *Х=* ± ∆ при доверительной вероятности *Р* = … . Выводы.

**Пример.**

1. Значения результатов наблюдения упорядочивают по возрастающим значениям в вариационный ряд х1, х2*, ...,* xn.

Вариационный ряд результатов наблюдений при измерении сопротивления **R** (число наблюдений *n =* 10):

9,992; 9,995; 9,997; 9,999; 10,000; 10,001; 10,003; 10,005; 10,007; 10,121 Ом.

2*.* Определяется среднее арифметическое значение результатов наблюдений как

.

3. Вычисляется оценка среднего квадратичного отклонения результатов наблюдений, то есть



4. Если значения Ri резко отличаются от других членов вариационного ряда (промах, грубая погрешность), то их отбрасывают и в обработке результатов наблюдений не учитывают. Для проверки вида погрешности (грубая или значительная случайная) используется статистический критерий обнаружения грубых погрешностей (ГОСТ 11.002-73).

Суть статистического способа оценки результатов наблюдений заключается в том, что грубыми признают те погрешности, вероятность появления которых не превышает некоторого, заранее выбранного критерия.

Воспользуемся отбраковкой некоторых результатов измерений по критерию превышения отклонения среднего удвоенного значения среднего квадратичного отклонения результатов наблюдений .

В случае обнаружения грубых погрешностей результаты наблюдений, их содержащие, исключаются, и математическая обработка повторяется. Для данного ряда проверим значение R10 = 10,121 Ом*.*

ΔRi = 10,121 -10,012=0,109 Ом; ΔRi = 0,109>2⋅0,04.

Отбрасываем R10 , принимаем n = 9 и повторяем пп.2 и 3:

; .

5. При числе измерений n <15 их принадлежность нормальному закону не проверяют.

6. Определяется коэффициент *t* (квантиль нормального распределения) Стьюдента в зависимости от вероятности *Р* и числа результатов наблюдений *n*. Для n = 10 и P= 0,95 в соответствии с табл. 4 коэффициент *t =* 2,23.

7. Доверительный интервал ∆, в котором с заданной доверительной вероятностью находится действительное значение измеряемой величины определяется по формуле

∆= *t* ,

где = - среднее квадратичное отклонение действительного значения (среднего арифметического) результатов измерений.

Следовательно, доверительный интервал ∆ = 2,23\*0,00159 = 0,00355 Ом.

Таким образом, c учетом округления при *Р*=0,95 R = (10±0,004) Ом.

**Задание 2. Определение погрешностей косвенных измерений**

***Условия:***Определить суммарную абсолютную и относительную погрешности косвенного измерения, если известны расчетная формула, значения величин, входящих в формулу, и погрешности прямых измерений этих величин. Данные, необходимые для расчета, приведены в табл. 1 и табл. 2.

**Указания к решению**

Из математического анализа известно, что если величина является функцией нескольких переменных

Y = *f*(*x1, x2,* …), (1)

то абсолютная погрешность величины «Y» приблизительно определяется по формуле

 (2)

где Δ*x*1, Δ*x*2 - абсолютные погрешности прямых измерений;

- значения частных производных от функции по соответствующему

аргументу.

После нахождения абсолютной погрешности косвенного измерения можно вычислить относительную погрешность косвенного измерения по формуле  (3)

где у - искомая величина, определяемая по расчетной формуле.

В соответствии со своим вариантом (см. табл. 1) выполнить:

1. Определить оценку результата косвенных измерений *y* путем подстановки результатов измерения аргументов *xi* в зависимость (1) и вычисления числового значения функции.
2. Получить функциональные зависимости для вычисления частных производных от исходной функции по каждому аргументу – ().
3. Вычислить числовое значение частных производных путем подстановки в функциональные зависимости для них результатов измерения аргументов *xi*.
4. Пользуясь формулой (2), вычислить оценку абсолютной погрешности результата косвенного измерения.
5. Вычислить относительную погрешность косвенного измерения по формуле (3).

##### Вопросы для самоконтроля

1. Что такое погрешность измерений и ее виды?
2. Систематические и случайные погрешности.
3. Предельные погрешности и их определение.
4. В чем заключаетсяопределение систематической погрешностей косвенных измерений?
5. В чем заключаетсяопределение случайной погрешности косвенных измерений?

***Таблица 5***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | Расчетная формула | U, B | I, A | R, Ом | P, Вт | Q, кг/с | ρ,  кг/м3 | V, м/с | S, м2 | ΔU, В | ΔI, А | ΔR, Ом | ΔP, Вт | ΔQ, кг/с | Δρ, кг/м3 | ΔV, м/с | Δ S, м2 |
| 1 | Q=ρ⋅V⋅S |  |  |  |  |  | 800 | 1,5 | 12⋅10-4 |  |  |  |  |  | +10 | +0,05 | +0,2⋅10-4 |
| 2 | R=U/I | 220 | 2 |  |  |  |  |  |  | +5 | +0,01 |  |  |  |  |  |  |
| 3 | V=Q/ρ⋅S |  |  |  |  | 1,2 | 800 |  | 12⋅10-4 |  |  |  |  | +0,02 | -10 |  | -0,1⋅10-4 |
| 4 | P=U⋅I | 220 | 8 |  |  |  |  |  |  | +5 | -0,01 |  |  |  |  |  |  |
| 5 | ρ=Q/V⋅S |  |  |  |  | 1 |  | 1,2 | 10⋅10-4 |  |  |  |  | +0,02 |  | -0,04 | +0,2⋅10-4 |
| 6 | U=P/I |  | 1,2 |  | 1500 |  |  |  |  |  | -0,02 |  | +20 |  |  |  |  |
| 7 | S=Q/V⋅ρ |  |  |  |  | 0,8 | 800 | 1,2 |  |  |  |  |  | +0,02 | -12 | -0,04 |  |
| 8 | I=U/R | 220 |  | 1000 |  |  |  |  |  | -3 |  | +10 |  |  |  |  |  |
| 9 | I=P/U | 220 |  |  | 1500 |  |  |  |  | +5 |  |  | -20 |  |  |  |  |
| 10 | U=I⋅R |  | 4,5 | 120 |  |  |  |  |  |  | -0,1 | -1,8 |  |  |  |  |  |
| 11 | Q=ρ⋅V⋅S |  |  |  |  |  | 800 | 2,5 | 8⋅10-4 |  |  |  |  |  | -15 | +0,05 | +0,2⋅10-4 |
| 12 | ρ=Q/V⋅S |  |  |  |  | 1 |  | 0,8 | 16⋅10-4 |  |  |  |  | +0,01 |  | +0,02 | -0,1⋅10-4 |
| 13 | U=I⋅R |  | 3 | 120 |  |  |  |  |  |  | +0,08 | -1,2 |  |  |  |  |  |
| 14 | I=P/U | 360 |  |  | 1200 |  |  |  |  | +2 |  |  | +15 |  |  |  |  |
| 15 | S=Q/V⋅ρ |  |  |  |  | 1,5 | 600 | 1,0 |  |  |  |  |  | +0,02 | +15 | +0,04 |  |
| 16 | R=U/I | 360 | 4 |  |  |  |  |  |  | -5 | -0,1 |  |  |  |  |  |  |
| 17 | U=P/I |  | 10 |  | 1200 |  |  |  |  |  | -0,05 |  | +12 |  |  |  |  |
| 18 | V=Q/ρ⋅S |  |  |  |  | 0,85 | 800 |  | 10⋅10-4 |  |  |  |  | +0,01 | +12 |  | -0,2⋅10-4 |
| 19 | I=U/R | 360 |  | 600 |  |  |  |  |  | +3 |  | -10 |  |  |  |  |  |
| 20 | P=U⋅I | 220 | 6,5 |  |  |  |  |  |  | -2 | +0,02 |  |  |  |  |  |  |

***Примечание.*** В формулах приняты обозначения: U - напряжение; I - ток; R - сопротивление; P - мощность;

Q - расход топлива; ρ - плотность топлива; V - скорость потока топлива; S - площадь сечения трубопровода.