

Примерный план и подготовительные задачи
к семестровой контрольной работе по алгебре и
геометрии (9-й класс, первое полугодие)

Семестровая контрольная работа в 9 классе рассчитана на 4 часа и будет состоять из 2-х частей: лицейской семестровой работы и диагностической работы Статград для классов с углубленным изучением математики.

Темы лицейской семестровой контрольной работы в 9 классе

1. Решение уравнений.
2. Неравенства с модулем.
3. Решение неравенств методом интервалов.
4. Исследование графика кусочно-заданной функции.
5. Координатный метод в геометрии.

Задачи для подготовки к семестровой работе

1. Решение уравнений.

1.1. Решите уравнение $\frac{x+56}{9x^2-16} + \frac{1}{8-6x} = \frac{18}{3x^2+4x}$.

1.2. Решите уравнение $\frac{x^2-x}{x^2-x+1} - \frac{x^2-x+2}{x^2-x-2} = 1$.

1.3. Решите уравнение $12x^4 + 52x^3 - 43x^2 - 13x + 10 = 0$.

1.4. Решите уравнение $\frac{x^3+9x^2+27x+27}{x^2+x-6} + \frac{196-173x}{5x^2-14x+8} = x$.

2. Неравенство с модулем.

2.1. Решите неравенство $\sqrt{1 - 4x + 4x^2} > 3 - x$.

2.2. Решите неравенство $|x^2 + 4x - 5| \leq x^2 + 2x - 3$.

2.3. Решите неравенство $|2x - 1| + \frac{4}{3}x + |2x - 4| \leq 8$

2.4. Решите неравенство. $\sqrt{1 - 2x + x^2} + |2 - x| > 3 + x$.

2.5. Решите неравенство. $|1 - 2x| < \sqrt{1 + 8x + 16x^2}$.

2.6. Решите неравенство $|2x^2 - 3x - 20| < |x^2 - 10x + 10|$.

3. Решение неравенств методом интервалов.

3.1. Решите неравенство $\frac{1}{2x^2 - 5x} - \frac{2}{25 + 10x} + \frac{4}{25 - 4x^2} \geq 0$.

3.2. Решите неравенство $\frac{(x + 3)(x - 4)x}{(x + 1)(x + 2)} \leq 0$.

3.3. Решите неравенство $\frac{2}{x^2 - 3x - 4} \geq \frac{3}{x^2 + x - 6}$.

3.4. Решите неравенство $\frac{3 - x}{(x + 2)(x - 1)} \leq \frac{2(3 - x)}{2x^2 - x - 1}$.

3.5. Решите неравенство $(x^2 - x - 2)(x - 2)(x - 1) \leq 0$.

4. Исследование графика кусочно-заданной функции.

4.1. Постройте график функции $y = \begin{cases} \sqrt{-x - 1} + 3, & \text{если } x \in (-5; -1), \\ \frac{x^3 - 5x^2 + 6x}{x - 3}, & \text{если } x \in (-1; 4], \\ \frac{12}{x - 2} + 2, & \text{если } x \in (4; 8]. \end{cases}$

4.2. Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{24 + 3x}{4 + x}, & \text{если } x \in [-10; -6] \cup [-3; 2), \\ -\sqrt{x - 2} + 5, & \text{если } x \in [2; 6], \\ -x^2 + 14x - 45, & \text{если } x \in (6; 10]. \end{cases}$

4.3. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} \sqrt{-x - 1} + 5, & \text{при } x < -1 \\ -x^2 + 2x + 8, & \text{при } -1 \leq x \leq 4 \\ \frac{x-4}{x-2}, & \text{при } x > 4 \end{cases}$$

4.4. Постройте график функции $y = \begin{cases} \left| \frac{x+8}{x+8} \right| - \sqrt{-x-4}, & x < -4 \\ x^2 + 4x + 1, & -4 \leq x \leq 1 \\ \frac{6}{x+1} + 3, & x > 1 \end{cases}$

4.5 Постройте график функции $y = \begin{cases} \frac{x^2 + 12x + 36}{x + 6}, & -10 \leq x < -4 \\ \left| \frac{6}{x-2} + 3 \right|, & -4 < x \leq 2 \\ \left| \frac{6}{x-2} - 3 \right|, & 2 < x < 8 \end{cases}$

Исследование графика функции:

Найдите область определения и множество значений функции. Определите, при каких значениях t прямая $y = t$ имеет с графиком ровно одну общую точку, ровно 2 общие точки.

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс? При каких значениях y это возможно?

Укажите количество решений уравнения $y = t$ в зависимости от значения параметра t .

При каких значениях аргумента, значение функции отрицательно? При каких значениях аргумента, значение функции не отрицательно?

Определите промежутки возрастания и убывания функции.

5. Координатный метод в геометрии.

5.1 Даны точки $A(2;5)$, $B(4;-3)$ и $C(-6;-1)$. а) Напишите уравнение средней линии треугольника параллельной прямой AC ; б) Составьте уравнение окружности с центром в точке B , радиус которой равен AC ; в) найдите косинус угла A ; г) найдите площадь треугольника ABC .

5.2 В треугольнике CBN точка M является серединой стороны CB , $CN = 3$, $CM = 2$, $MN = \sqrt{7}$. Найдите: а) косинус угла C ; б) длину стороны BN ; в) радиус окружности описанной около треугольника CBN .

5.3 Ромб $ABCD$ задан вершинами: $A(-4; 7)$, $C(8; 9)$, $B(4; -4)$, $D(0; 20)$. Найдите длину высоты ромба, синус угла B , площадь ромба. Напишите уравнение окружности, вписанной в ромб.

5.4 Параллелограмм $ABCD$ задан координатами своих вершин: $A(-1;-2)$; $B(-3;1)$; $C(3;5)$; $D(5;2)$.

А) Докажите, что $ABCD$ –прямоугольник; Б) Напишите уравнение серединного перпендикуляра к стороне AD ; В) Напишите уравнение окружности, построенной на стороне BC как на диаметре; Г) Найдите площадь треугольника BKD , где точка K является серединой стороны CD ; Д) Вычислите синус угла BDC .

5.5 Вершины $\triangle ABC$ имеют координаты $A(-3; 0)$, $B(0; 4)$, $C(3; 0)$. Биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке D . Найдите координаты точки D .

5.6. В треугольнике $\triangle ABC$ $AC = 9$ см, $BC = 12$ см. Медианы AM и BN взаимно перпендикулярны. Найти AB .

5.7. Найдите точки пересечения двух окружностей, заданных уравнениями $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$ и $x^2 + y^2 = 1$ и вычислите длину их общей хорды.

5.8. Стороны треугольника лежат на прямых $x + 5y - 7 = 0$, $3x - 2y - 4 = 0$, $7x + y + 19 = 0$. Вычислить его площадь S .

5.9. Составьте уравнение прямой, которая параллельна прямой $5x - y - 9 = 0$ и проходит через центр окружности $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$.

5.10. Даны точки $A(2; 3)$, $B(-2; 0)$, $C(2; -3)$. Запишите уравнение окружности, описанной около треугольника ABC , запишите уравнение прямой, содержащей медиану CM данного треугольника.