

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

ИРКУТСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ф И З И К А

Методические указания и контрольные задания для студентов второго
курса заочной формы обучения инженерно-технических специальностей

Иркутск – 2020

УДК (075.8)
ББК 73

Физика: Методические указания и контрольные задания. –
Сост. Щепин В.И., Рыбарчук О. В. Иркутск: ИрННТУ, 2020. – 59 с.

Составители:

канд. тех. наук, доцент кафедры физики В. И. Щепин,
канд. тех. наук, доцент кафедры физики О. В. Рыбарчук

Соответствует требованиям ФГОС ВО по направлениям подготовки инженерно-технических специальностей заочной формы обучения. Содержат методические указания и контрольные задания по разделам: электромагнетизм, волновая, квантовая и атомная физика. Приведены основные формулы и примеры решения задач. Предназначено для студентов второго курса, изучающих дисциплину «Физика».

Оглавление

1. Методические указания к решению задач.....	4
2. Требования к выполнению оформлению контрольных работ.....	6
3. Электромагнетизм.....	7
3.1. Основные формулы.....	7
3.2. Примеры решения задач.....	10
3.3. Контрольная работа № 3. Электромагнетизм	18
4. Волновая оптика.	25
4.1. Основные формулы.....	25
4.2. Примеры решения задач	27
4.3. Контрольная работа № 3. Волновая оптика.....	33
5. Квантовая оптика. Элементы квантовой механики и атомной физики	37
5.1. Основные формулы.....	37
5.2. Примеры решения задач	40
5.3. Контрольная работа № 4. Квантовая оптика. Элементы квантовой механики и атомной физики.....	51

1. Методические указания к решению задач

Систематическое решение задач - необходимое условие успешного изучения курса физики. Решение задач помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задачи необходимо выполнить следующее:

1. Указать основные законы и формулы, которые будете использовать для решения, дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения формул. Если при решении задач применяется формула, полученная для частого случая, не выражающая какой-нибудь физический закон, или не являющаяся определением какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2. Выполнить чертеж, поясняющий содержание задачи в тех случаях, когда это необходимо (при помощи чертежных принадлежностей).

3. Решение задачи сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Решить задачу в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи и взятых из таблицы. Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый алгоритм их решения невозможно. Однако, как правило, их следует решать в общем виде. При этом способе не производятся вычисления промежуточных величин; числовые значения подставляются только в окончательную формулу, выражающую искомую величину.

5. Подставить в рабочую формулу размерности или обозначения единиц и убедиться в их правильности.

6. Выразить все величины, входящие в рабочую формулу, в единицах СИ.

7. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, числовые значения, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы одинаковыми показателями степени. Такие величины необязательно выражать в единицах той системы, в которой ведется решение задачи. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

8. Произвести вычисление величин, подставленных в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины.

9. При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа числовые значения величин записать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень десяти. Например, вместо 3520 надо записать $3,52 \cdot 10^3$, вместо 0,00129 записать $1,29 \cdot 10^{-3}$ и т. д.

10. Оценить, где это является целесообразным, правдоподобность численного ответа. В ряде случаев такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не может быть меньше элементарного заряда $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл, скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме. Умение решать задачи приобретаетсЯ длительными и систематическими упражнениями.

Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после изучения очередного раздела учебника внимательно разобрать примеры решения типовых задач из задачникoв по физике и пособия.

Задачи для самостоятельного решения подобраны так, что содержат элементы задач, предлагаемых для контрольных работ. Поэтому решение задач из раздела «Примеры решения задач» подготавливают студента к выполнению контрольной работы.

2. Требования к выполнению оформлению контрольных работ

При выполнении и оформлении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы выполняются самостоятельно. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, или замена варианта не допускается.

2. Номера задач, которые студент должен выполнить самостоятельно, определяет ведущий преподаватель. Ведущий преподаватель может дать студенту индивидуальное задание.

3. Контрольные работы выполняются разборчивым почерком в обычной школьной тетради. Работу переводят в формат PDF и отправляют на рецензию. Одна страница текста – один слайд. Масштаб страницы должен быть 1:1.

4. Условия задач переписываются полностью без сокращений. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы.

5. В конце контрольной работы необходимо указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания).

6. Контрольная работа отправляется на проверку ведущему преподавателю (экзаменатору) в соответствии с графиком учебного процесса до начала экзаменационной сессии. Студент должен быть готов дать пояснения по существу решения задач, входящих в его контрольную работу и ответить на дополнительные вопросы.

7. На лицевой стороне тетради (титульный лист) приводятся сведения по образцу, приведённому в установочной лекции.

8. Если контрольная работа при рецензировании не получила положительную оценку, необходимо внести исправления в соответствии с замечаниями преподавателя и отправить повторно на рецензию.

9. Контрольные работы, отправленные на проверку повторно без учёта замечаний преподавателя, получают оценку неудовлетворительно.

3. ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ.

3.1. Основные формулы

Закон Био–Савара–Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} [d\vec{l} \cdot \vec{r}] \cdot \frac{1}{r^3} \quad \text{или} \quad dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{l \cdot \sin \alpha}{r^2} \cdot dl,$$

где dB – магнитная индукция поля, создаваемого элементом провода длиной dl с током I ; $\vec{r}$ – радиус-вектор, направленный от элемента проводника к точке, в которой определяется магнитная индукция; α – угол между радиус-вектором и направлением тока в элементе провода.

Связь магнитной индукции $\vec{B}$ с напряженностью $\vec{H}$ магнитного поля

$$\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H},$$

где μ – магнитная проницаемость изотропной среды; μ_0 – магнитная постоянная.

В вакууме $\mu = 1$, и тогда магнитная индукция в вакууме

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H}.$$

Магнитная индукция поля прямого бесконечного тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r},$$

где r – расстояние от оси провода до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля, создаваемого отрезком провода с током

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r_0} \cdot (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

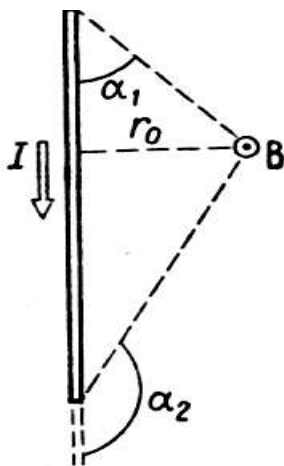


Рис. 1.

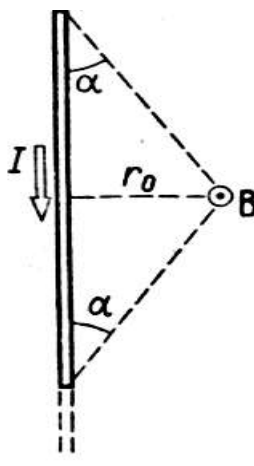


Рис. 2.

Обозначения показаны на рис.1. Направление вектора магнитной индукции $\vec{B}$ обозначено точкой – это значит, что вектор $\vec{B}$ направлен перпендикулярно плоскости чертежа к нам.

При симметричном расположении концов провода относительно точки, в которой определяется магнитная индукция (см. рис. 2), $-\cos \alpha_2 = \cos \alpha_1 = \cos \alpha$,

тогда

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r_0} \cdot \cos \alpha.$$

Магнитная индукция в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус витка.

Магнитная индукция на оси кругового тока

$$B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2\pi R^2 I}{(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где h – расстояние от центра витка до точки, в которой определяется магнитная индукция.

Магнитная индукция поля соленоида

$$B = \mu\mu_0 nI,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – отношение числа витков соленоида к его длине.

Сила, действующая на провод с током в магнитном поле, закон Ампера,

$$\vec{F} = I[\vec{l} \vec{B}], \quad \text{или} \quad F = I \cdot B \cdot l \cdot \sin \alpha,$$

где l – длина провода; α – угол между направлением тока в проводе и вектором магнитной индукции B .

Это выражение справедливо для однородного магнитного поля и прямого отрезка провода. Если поле неоднородно и провод не является прямым, то закон Ампера можно применять к любому элементу провода в отдельности:

$$d\vec{F} = I[d\vec{l} \cdot \vec{B}].$$

Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = \vec{n} \cdot I \cdot S,$$

где $\vec{n}$ – единичный вектор нормали (положительной) к плоскости контура; I – сила тока, протекающего по контуру; S – площадь контура.

Механический (вращательный) момент, действующий на контур с током, помещенный в однородное магнитное поле

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad \text{или} \quad M = p_m B \cdot \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами $\vec{p}_m$ и $\vec{B}$

Сила Лоренца – сила, с которой магнитное поле действует на движущуюся частицу зарядом q

$$\vec{F} = q[\vec{v} \vec{B}], \quad \text{или} \quad F = q \cdot v \cdot B \sin \alpha,$$

где $\vec{v}$ – скорость заряженной частицы; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Если частица находится одновременно в электрическом и магнитном полях, то под силой Лоренца понимают выражение

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \vec{B}].$$

Магнитный поток:

а) в случае однородного магнитного поля и плоской поверхности

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad \text{или} \quad \Phi = B_n S,$$

где S – площадь контура; α – угол между нормалью к плоскости контура и вектором магнитной индукции;

б) в случае неоднородного поля и произвольной поверхности

$$\Phi = \int_S B_n dS$$

(интегрирование ведется по всей поверхности).

Потокосцепление (полный поток)

$$\Psi = N\Phi.$$

Эта формула верна для соленоида и тороида с равномерной намоткой плотно прилегающих друг к другу N витков.

Работа по перемещению замкнутого контура в магнитном поле

$$A = I\Delta\Phi.$$

ЭДС индукции

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

Разность потенциалов на концах провода, движущегося со скоростью v в магнитном поле,

$$U = B \cdot l \cdot v \cdot \sin \alpha,$$

где l – длина провода; α – угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Заряд, протекающий по замкнутому контуру при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R}, \quad \text{или} \quad q = \frac{N\Delta\Phi}{R} = \frac{\Delta\Psi}{R},$$

где R — сопротивление контура.

Индуктивность контура

$$L = \frac{\Phi}{I}.$$

ЭДС самоиндукции

$$\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}.$$

Индуктивность соленоида

$$L = \mu\mu_0 n^2 V,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – отношение числа витков соленоида к его длине;

V – объем соленоида.

Энергия магнитного поля

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии магнитного поля (отношение энергии магнитного поля соленоида к его объему)

$$\omega = \frac{BH}{2} \quad \text{или} \quad \omega = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} \quad \text{или} \quad \omega = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2},$$

где B – магнитная индукция; H – напряженность магнитного поля.

Закон Ома для цепи переменного тока с последовательным соединением активного R , индуктивного X_L и емкостного X_C сопротивлений

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

где R – активное сопротивление, $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление, $X_C = \frac{1}{\omega C}$ – емкостное сопротивление.

3.2. Примеры решения задач

Задача 3.2.1. Два параллельных бесконечно длинных провода D и C , по которым текут в одном направлении электрические токи силой $I = 60$ А, расположены на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого проводниками с током в точке A , отстоящей от оси одного проводника на расстоянии $r_1 = 5$ см, от другого – $r_2 = 12$ см.

Решение. Для нахождения магнитной индукции $\vec{B}$ в точке A воспользуемся принципом суперпозиции магнитных полей. Для этого определим направления магнитных индукций $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ полей, создаваемых каждым проводником с током в отдельности, и сложим их геометрически:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2.$$

Модуль вектора B может быть найден по теореме косинусов:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 + 2B_1B_2\cos\alpha}, \quad (1)$$

где α – угол между векторами $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$.

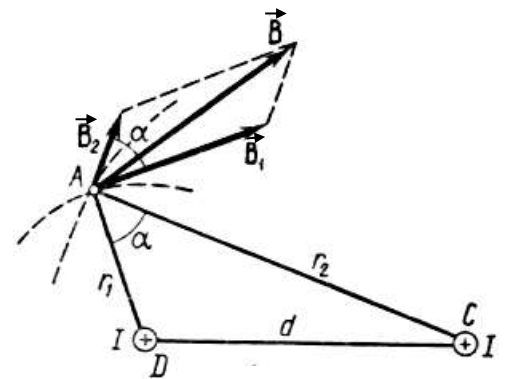


Рис. 3

Магнитные индукции B_1 и B_2 выражаются соответственно через силу тока I и расстояния r_1 и r_2 от проводов до точки A :

$$B_1 = \mu_0 I / (2\pi r_1), \quad B_2 = \mu_0 I / (2\pi r_2).$$

Подставляя выражения B_1 и B_2 в формулу (1) и вынося $\mu_0 I / (2\pi)$ за знак корня, получаем

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{r_1^2} + \frac{1}{r_2^2} + \frac{2}{r_1 r_2} \cos \alpha}. \quad (2)$$

Вычислим $\cos \alpha$. Заметив, что $\alpha = \angle DAC$ (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), по теореме косинусов запишем

$$d^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos \alpha,$$

где d — расстояние между проводами. Отсюда

$$\cos \alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2};$$

$$\cos \alpha = \frac{5^2 + 12^2 - 10^2}{2 \cdot 5 \cdot 12} = \frac{23}{40}.$$

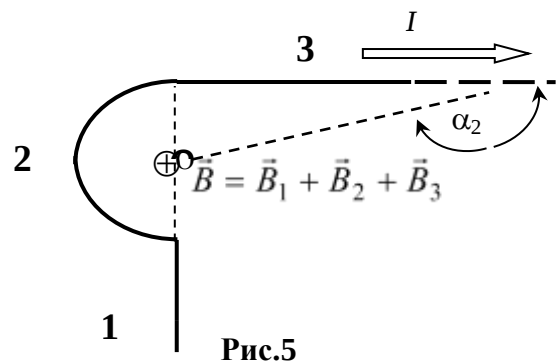
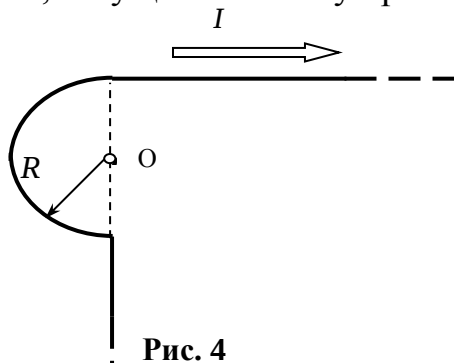
Подставим в формулу (2) числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 60}{2 \cdot 3,14} \sqrt{\frac{1}{(0,05)^2} + \frac{1}{(0,12)^2} + \frac{2}{0,05 \cdot 0,12} \cdot \frac{23}{40}} \text{ Тл} = 3,08 \cdot 10^{-4} \text{ Тл} = 308 \text{ мкТл}.$$

$$B = 308 \text{ мкТл}.$$

Задача 3.2.2. Бесконечно длинный провод изогнут так, как это изображено на рис. 4. Радиус R дуги окружности равен 10 см.

Определить магнитную индукцию $\vec{B}$ поля, создаваемого в точке O током $I = 80$ А, текущим по этому проводу.



Решение. Магнитную индукцию $\vec{B}$ в точке O найдем, используя принцип суперпозиции магнитных полей: $\vec{B} = \sum \vec{B}_i$. В нашем случае провод можно разбить на три части (рис. 5): два прямолинейных провода (1 и 3), одним концом уходящие в бесконечность, и дугу полуокружности (2) радиуса R , то есть

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3,$$

где $\vec{B}_1, \vec{B}_2, \vec{B}_3$ – магнитные индукции в точке О, создаваемые током, текущим соответственно на первом, втором и третьем участках провода.

Так как точка О лежит на оси провода 1, то $\vec{B}_1 = 0$ и тогда

$$\vec{B} = \vec{B}_2 + \vec{B}_3.$$

Учитывая, что векторы $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ направлены по одной прямой, в соответствии с правилом буравчика, перпендикулярно плоскости чертежа от нас, то геометрическое суммирование можно заменить алгебраическим:

$$B = B_2 + B_3.$$

Магнитную индукцию B_2 найдем, воспользовавшись выражением для магнитной индукции в центре кругового тока:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

В нашем случае магнитное поле в точке О создается лишь половиной такого кругового тока, поэтому

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{4R}.$$

Магнитную индукцию B_3 найдем, воспользовавшись соотношением

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2).$$

В нашем случае $r = R$, $\alpha_1 = \pi/2$ ($\cos \alpha_1 = 0$), $\alpha_2 \rightarrow \pi$ ($\cos \alpha_2 = -1$),

тогда

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r}.$$

Используя найденные выражения для B_2 и B_3 , получим

$$B = B_2 + B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R} + \frac{\mu_0 I}{4\pi R},$$

или

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi r} (\pi + 1).$$

Произведем вычисления

$$B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 80}{4\pi \cdot 0,1} (\pi + 1) \text{ Тл} = 3,31 \cdot 10^{-4} \text{ Тл},$$

$$B = 331 \text{ мкТл}.$$

Задача 3.2.3. Прямой бесконечный ток $I_1 = 5 \text{ А}$ и прямоугольная рамка с током $I_2 = 3 \text{ А}$ расположены в одной плоскости так, что сторона рамки $l = 1 \text{ м}$ параллельна прямому току и стоит от него на расстоянии $r = 0,1b$, где b – длина другой стороны рамки (см. рис. 6). Определить, какую работу необходимо совершить для того, чтобы повернуть рамку на угол $\alpha = 90^\circ$

относительно оси OO_1 , параллельной прямому току и проходящей через середины противоположных сторон рамки b .

Решение. Из условия задачи понятно, что во втором положении магнитный поток через рамку равен нулю $\Phi_2 = 0$. Остается рассчитать магнитный поток Φ_1 через рамку в первом положении. Так как поле прямого бесконечного тока I_1

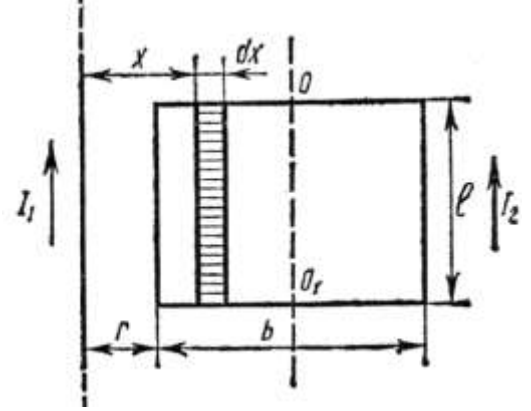


Рис. 6

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$$

является неоднородным, то решение $\Phi_1 = B_1 S$ (где $S = l b$ – площадь рамки) неверно.

Применим дифференциально-интегральный метод. Разделим площадь рамки на столь узкие полосы, чтобы в пределах каждой такой полосы магнитное поле можно было бы считать однородным. Рассмотрим одну такую полосу шириной dx , находящуюся на расстоянии x от прямого тока I_1 . Элементарный магнитный поток через эту полосу

$$d\Phi = B dS = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi x} dx.$$

Отсюда после интегрирования по x находим магнитный поток

$$\Phi_1 = \int_{0,1b}^{0,1b+b} \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi x} dx = \frac{\mu_0 I_1 l}{2\pi} \ln \frac{0,1b+b}{0,1b}.$$

Таким образом,

$$A = I_2 \Delta\Phi = I_2 \Phi_1 = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi} \ln \frac{0,1b+b}{0,1b}.$$

После подстановки числовых значений получаем

$$A = 7,1 \cdot 10^{-6} \text{ Дж.}$$

Задача 3.2.4. Определить ускоряющую разность потенциалов U , которую должен пройти в электрическом поле электрон, обладающий скоростью $v_1 = 10^6$ м/с, чтобы скорость его возросла в $n = 2$ раза.

Решение. Ускоряющую разность потенциалов можно найти, вычислив работу A сил электростатического поля. Эта работа определяется произведением элементарного заряда e на разность потенциалов U :

$$A = eU. \quad (1)$$

Работа сил электростатического поля в данном случае равна изменению кинетической энергии электрона:

$$A = W_{K1} - W_{K2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \quad (2)$$

где W_{K1} и W_{K2} – кинетическая энергия электрона до и после прохождения ускоряющего поля; m – масса электрона; v_1 и v_2 – начальная и конечная его скорости.

Приравняв правые части равенств (1) и (2), получим

$$eU = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{mn^2v_1^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2},$$

где $n = v_2 / v_1$.

Отсюда искомая разность потенциалов

$$U = \frac{mv_1^2(n^2 - 1)}{2e}.$$

Произведем вычисления:

$$U = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} (2^2 - 1) \text{ В} = 8,53 \text{ В}.$$

Задача 3.2.5. Электрон движется в однородном магнитном поле ($B = 10$ мТл) по винтовой линии, радиус R которой равен 1 см и шаг $h = 6$ см. Определить период T обращения электрона и его скорость v .

Решение. Электрон будет двигаться по винтовой линии, если он влетает в однородное магнитное поле под некоторым углом ($\alpha \neq \pi/2$ и $\alpha \neq 0$) к линиям магнитной индукции. Разложим, как это показано на рисунке 7, скорость v

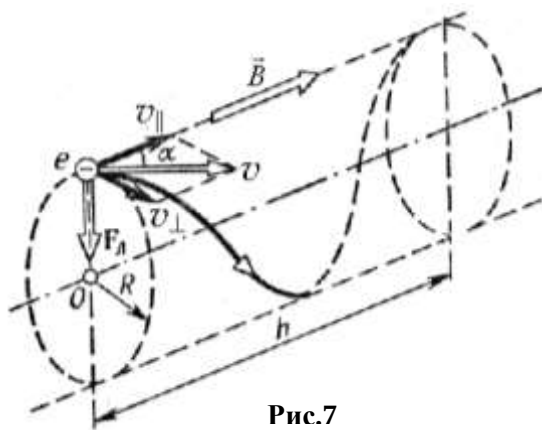


Рис.7

электрона на две составляющие: параллельную вектору $\vec{B}$ ($v_{\parallel}$) и перпендикулярную ему ($v_{\perp}$). Скорость $v_{\parallel}$ в магнитном поле не изменяется и обеспечивает перемещение электрона вдоль силовой линии. Скорость $v_{\perp}$ в результате действия силы Лоренца будет изменяться только по направлению $\vec{F}_L \perp \vec{v}_{\perp}$ (в отсутствие параллельной составляющей ($v_{\parallel} = 0$) движение

электрона происходило бы по окружности в плоскости, перпендикулярной магнитным силовым линиям). Таким образом, электрон будет участвовать одновременно в двух движениях: равномерном перемещении со скоростью $v_{\parallel}$ и равномерном движении по окружности со скоростью $v_{\perp}$.

Период обращения электрона связан с перпендикулярной составляющей скорости соотношением

$$T = 2\pi R / v_{\perp}. \quad (1)$$

Найдем отношение $R/v_{\perp}$. Для этого воспользуемся тем, что сила Лоренца сообщает электрону нормальное ускорение $a_n = v_{\perp}^2 / R$. Согласно второму закону Ньютона можно написать

$$F_L = ma_n,$$

или

$$|e|v_{\perp}B = mv_{\perp}^2 / R, \quad (2)$$

где $v_{\perp} = v \sin \alpha$.

Сократив (2) на $v_{\perp}$, выразим соотношение $R/v_{\perp}$ ($R/v_{\perp} = m/|e|B$) и подставим его в формулу (1):

$$T = 2\pi \frac{m}{|e|B}.$$

Убедимся в том, что правая часть равенства дает единицу времени (с):

$$\left[\frac{[m]}{[e][B]} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{Кл} \cdot \text{Тл}} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{А} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{с} \cdot \text{Н} \cdot \text{м}} \right] = \left[\frac{\text{кг} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}^2}{\text{с} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}^2} \right] = [\text{с}]$$

Произведем вычисления:

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}} \text{ с} = 3,57 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 3,57 \text{ нс}.$$

Модуль скорости v , как это видно из рисунка, можно выразить через $v_{\perp}$ и $v_{\parallel}$:

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2}.$$

Из формулы (2) выразим перпендикулярную составляющую скорости:

$$v_{\perp} = \frac{|e|BR}{m}.$$

Параллельную составляющую скорости $v_{\parallel}$ найдем из следующих соображений. За время, равное периоду обращения T , электрон пройдет вдоль силовой линии расстояние, равное шагу винтовой линии, т. е. $h = T v_{\parallel}$, откуда

$$v_{\parallel} = h/T.$$

Подставив вместо T правую часть выражения (2), получим

$$v_{\parallel} = \frac{|e|Bh}{2\pi m}.$$

Таким образом, модуль скорости электрона

$$v = \sqrt{v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2} = \frac{|e|B}{m} \sqrt{R^2 + \left(\frac{h}{2\pi} \right)^2}.$$

Произведем вычисления:

$$v = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} \left[(0,01)^2 + \left(\frac{0,06}{2\pi} \right)^2 \right]^{1/2} \text{ м/с} =$$

$$2,46 \cdot 10^7 \text{ м/с},$$

или $v = 24,6 \text{ Мм/с}.$

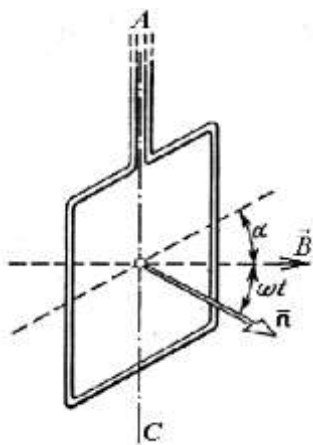


Рис. 8

Задача 3.2.6. Короткая катушка, содержащая $N = 10^3$ витков, равномерно вращается с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ относительно оси AC , лежащей в плоскости катушки и перпендикулярной линиям однородного магнитного поля ($B = 0,04 \text{ Тл}$). Определить мгновенное значение ЭДС индукции для тех моментов времени, когда плоскость катушки составляет угол $\alpha = 60^\circ$ с линиями поля. Площадь S катушки равна 100 см^2 .

Решение. Мгновенное значение ЭДС индукции ε_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея – Максвелла:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\psi}{dt}. \quad (1)$$

Потокоцепление $\Psi = N\Phi$, где N – число витков катушки, пронизываемых магнитным потоком Φ . Подставив выражение Ψ в формулу (1), получим

$$\varepsilon_i = -N \frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении катушки магнитный поток Φ , пронизывающий катушку в момент времени t , изменяется по закону:

$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

где B – магнитная индукция; S – площадь катушки; ω – угловая скорость катушки.

Подставив в формулу (2) выражение магнитного потока Φ и продифференцировав по времени, найдем мгновенное значение ЭДС индукции:

$$\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t,$$

где ωt – угол между нормалью $\vec{n}$ и вектором $\vec{B}$.

Из рисунка видно, что $\omega t = \pi/2 - \alpha$, тогда $\sin \omega t = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$.

Заметив, что угловая скорость ω связана с частотой вращения n катушки соотношением $\omega = 2\pi n$, получим $\varepsilon_i = 2\pi n NBS \cos \alpha$.

Убедимся в том, что правая часть этого равенства дает единицу ЭДС – Вольт:

$$[nBS] = \left[\frac{\text{Тл} \cdot \text{м}^2}{\text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{А} \cdot \text{м} \cdot \text{с}} \right] = \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}} \right] = [\text{В}].$$

Произведем вычисления:

$$\varepsilon_i = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \cdot 0,5 \text{ В} = 25,1 \text{ В}.$$

Задача 3.2.7. Индуктивность $L = 2,26 \cdot 10^2 \text{ Гн}$ и активное сопротивление включены параллельно в цепи переменного тока с частотой $\nu = 50 \text{ Гц}$. Найти активное сопротивление R , если известно, что сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^\circ$.

Решение. Для решения задачи при параллельном соединении элементов цепи переменного тока необходимо построить векторную диаграмму токов.

Основная ось диаграммы – ось напряжения.

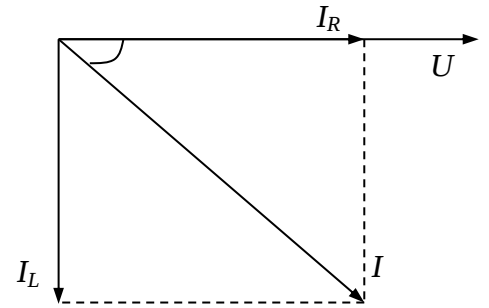


Рис. 9

Направление тока на активном сопротивлении I_R совпадает с вектором напряжения U . Так как индуктивность L меняет фазу на $\pi/2$, то вектор тока перпендикулярен оси напряжения. Угол между векторами $I_m(U_m)$ и I_L – сдвиг фазы.

Таким образом, по диаграмме

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_L}{I_R}, \quad (1)$$

где $I_L = \frac{U_m}{X_L}$; $I_R = \frac{U_m}{R}$; $X_L = \omega L = 2\pi\nu L$.

Подставим в выражение (1) последние соотношения и получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_m \cdot R}{R_L \cdot U_m} = \frac{R}{R_L} = \frac{R}{2\pi\nu L}.$$

Ответ получим после подстановки численных значений

$$R = 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 2,26 \cdot 10^{-2} \cdot 1,73 = 12,3 \text{ Ом.}$$

Задача 3.2.8. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ и реостат, активное сопротивление которого $R = 150$ Ом, включены последовательно в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Какую часть напряжения, приложенного к этой цепи, составляет падение напряжения: 1) на конденсаторе η_C ; 2) на реостате η_R ?

Решение. Для решения используем закон Ома для цепи переменного тока, который выводится из векторной диаграммы.

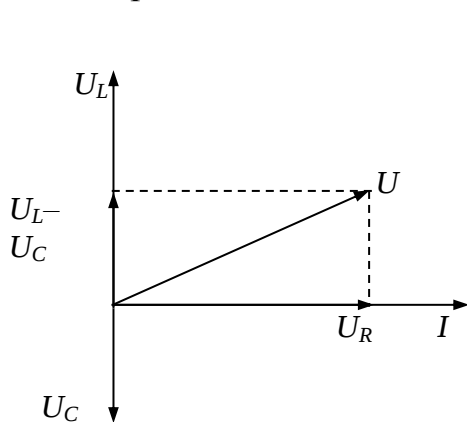


Рис. 10

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}},$$

где I_m и U_m – амплитудные (максимальные) значения тока и напряжения; R – активное сопротивление цепи; $X_L = \omega L$ – индуктивное сопротивление цепи переменного тока; $X_C = \frac{1}{C\omega}$ – емкостное напряжение в цепи; $\omega = 2\pi\nu$ – циклическая частота.

По условию задачи в цепи нет индуктивного сопротивления, т. е. $X_L = 0$ и тогда выражение закона Ома преобразуется:

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + X_C^2}}.$$

Соответственно падения напряжения на элементах цепи

$$U_C = I_m \cdot X_C = I_m \cdot \frac{1}{C\omega};$$

$$U_R = I_m \cdot R.$$

Найдем

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} = \frac{U_m}{\sqrt{150^2 + \frac{1}{4\pi^2 \cdot 50^2 \cdot 4 \cdot 10^{-10}}}} = 4,5 \cdot 10^{-3} U_m \text{ A};$$

$$I_m = 4,5 \cdot 10^{-3} U_m \text{ A}.$$

Подставляя максимальное значение тока, получим соответственно доли падения напряжения на элементах цепи:

$$\eta_C = \frac{U_C}{U_m} = \frac{I_m \cdot X_C}{U_m} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} \cdot U_m}{U_m \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 10^{-3}} \cdot 100\% = \frac{4,5}{6,28} \cdot 100\% = 72\%;$$

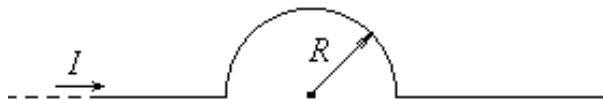
$$\eta_R = \frac{U_R}{U_m} = \frac{I_m \cdot R}{U_m} = \frac{4,5 \cdot 10^{-3} U_m \cdot 150}{U_m} \cdot 100\% = 67,5\%.$$

Полученный результат еще раз подтверждает то, что при последовательном соединении элементов цепи переменного тока напряжения на элементах цепи складывается не алгебраически, а геометрически, согласно векторной диаграмме.

3.3. Контрольная работа № 3. Электромагнетизм.

Для получения варианта задания, номеров задач по контрольной работе № 3 необходимо обратиться к ведущему преподавателю.

1. Магнитный поток через катушку, содержащую 200 витков и имеющую сопротивление 0,5 Ом, изменяется от 10 мВб до 25 мВб за 0,1 с. Определите силу тока короткого замыкания через катушку.
2. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами $a = 6 \text{ см}$ и $b = 10 \text{ см}$, течет ток силой $I = 20 \text{ А}$. Определить напряженность $\mathbf{H}$ и индукцию $\mathbf{B}$ магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.
3. Бесконечно длинный тонкий проводник с током $I = 50 \text{ А}$ имеет изгиб (плоскую петлю) радиусом $R = 10 \text{ см}$. Определить в



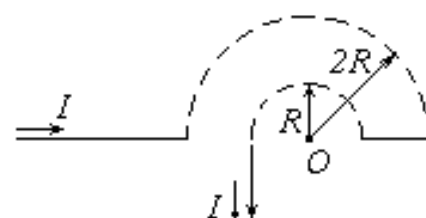
создаваемого этим током.

4. По двум длинным параллельным проводам текут в одинаковом направлении токи $I_1 = 10 \text{ А}$ и $I_2 = 15 \text{ А}$. Расстояние между проводами $d = 10 \text{ см}$.

Определить индукцию магнитного поля в точке, удаленной от первого провода на $r_1 = 8 \text{ см}$ и от второго на $r_2 = 6 \text{ см}$.

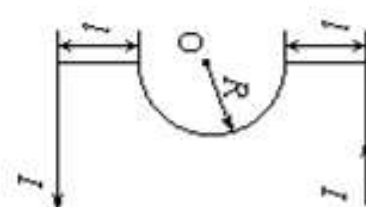
5. По тонкому проводнику, изогнутому в виде правильного шестиугольника со стороной $a = 10 \text{ см}$, идет ток $I = 20 \text{ А}$. Определить магнитную индукцию B в центре шестиугольника.

6. Бесконечно длинный провод с током $I = 100 \text{ А}$ изогнут так, как это показано на рис. Определить направление и величину магнитной индукции B в точке O . Радиус дуги $R = 10 \text{ см}$.



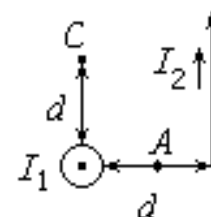
7. Найдите ЭДС индукции в проводнике с длиной активной части 60 см , который перемещается в однородном магнитном поле с индукцией 500 мТл со скоростью 12 м/с под углом 30° к направлению поля.

8. Ток $I = 20 \text{ А}$ идет по длинному проводнику, согнутому под прямым углом. Определить напряженность H магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстоянии, $a = 10 \text{ см}$.



9. По тонкому длинному проводу течет ток силой $I = 10 \text{ А}$. Определить направление и величину магнитной индукции B в центре полукруга ($R = \pi \text{ см}$, $l = 10 \text{ см}$).

10. По двум бесконечно длинным проводникам проходят токи $I_1 = 30 \text{ А}$ и $I_2 = 40 \text{ А}$. Расстояние между проводами $d = 20 \text{ см}$. Определить магнитную индукцию B в точках: а) C , одинаково удаленной от обоих проводников на расстояние, равное d ; б) A , одинаково удаленной от обоих проводников на расстояние, равное $d/2$.



11. Два параллельных бесконечно длинных провода с токами $I_1 = I_2 = 60 \text{ А}$ расположены на расстоянии $d = 10 \text{ см}$ друг от друга. Определить магнитную индукцию B в точке, отстоящей на $a = 5 \text{ см}$ от одного

проводника и на $b = 12$ см от другого. Рассмотреть случай, когда токи параллельны и антипараллельны.

12. Магнитный поток через катушку, содержащую 100 витков и имеющую сопротивление $0,1$ Ом, изменяется от 30 мВб до 50 мВб за $0,2$ с. Определите силу тока короткого замыкания через катушку.
13. Два прямолинейных бесконечно длинных проводника расположены перпендикулярно друг к другу и находятся в одной плоскости. Определить индукцию магнитного поля в точках N и M, расположенных на расстоянии 5 см от проводников с токами I_1 и I_2 , если $I_1 = 2$ А и $I_2 = 3$ А.
14. Найдите ЭДС индукции в проводнике с длиной активной части 60 см, который перемещается в однородном магнитном поле с индукцией 500 мТл со скоростью 12 м/с под углом 30° к направлению поля.
15. Какова ЭДС самоиндукции в катушке с индуктивностью 100 мГн, если ток в ней за 4 с изменяется на 40 А?
16. Квадратная проволочная рамка расположена в одной плоскости с длинным прямым проводом так, что две ее стороны параллельны проводу. По рамке и проводу текут одинаковые токи $I = 20$ А. Определить силу F , действующую на рамку, если ближайшая к проводу сторона рамки находится от него на расстоянии равным ее длине.
17. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d = 10$ см друг от друга. По проводникам в одном направлении текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А. Определить работу A , которую необходимо совершить (на единицу длины проводника), чтобы раздвинуть эти проводники до расстояния $d = 20$ см.
18. Рядом с длинным прямым проводом, по которому идет ток $I_1 = 30$ А, расположена квадратная рамка с током $I_2 = 2$ А. Рамка и провод лежат в одной плоскости. Проходящая через середины противоположных сторон ось рамки параллельна проводу и находится от него на $l = 3$ см. Сторона рамки $a = 2$ см. Определить силу, действующую на рамку, и работу, которую необходимо совершить, чтобы повернуть рамку вокруг ее оси на 180° .
19. В одной плоскости с бесконечно длинным прямым током $I_1 = 5$ А расположена прямоугольная рамка, обтекаемая током $I_2 = 1$ А. Длинная сторона рамки $b = 20$ см параллельна току и находится от него на расстоянии $r = 5$ см, меньшая сторона $a = 10$ см. Определить работу, которую необходимо совершить, чтобы перенести рамку параллельно самой себе вправо на расстояние a .

20. Чему равен магнитный поток через контур индуктивностью 4 Гн при силе тока в нём 4 А ?
21. По трем параллельным прямым проводам, находящимися на одинаковом расстоянии, $a = 10 \text{ см}$ друг от друга, текут одинаковые токи силой $I = 100 \text{ А}$. В двух проводах направления токов совпадают. Определить силу F_1 , действующую на отрезок длиной $l = 1 \text{ см}$ каждого проводника.
22. Два параллельных проводника с одинаковыми по силе токами находятся на расстоянии $a = 10 \text{ см}$ и притягиваются с силой $F = 0,025 \text{ Н}$. Определить силу тока в проводниках.
23. Из проволоки длиной $l = 20 \text{ см}$ сделаны квадратный и круговой контуры. Определить вращающие моменты сил M_1 и M_2 , действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1 \text{ Тл}$. По контурам течет ток силой $I = 2 \text{ А}$. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с направлением поля.
24. Два прямолинейных длинных параллельных проводника находятся на расстоянии $d_1 = 15 \text{ см}$ друг от друга. По проводникам в разных направлениях текут токи $I_1 = 25 \text{ А}$ и $I_2 = 35 \text{ А}$. Какую работу надо совершить на единицу длины проводников, чтобы сдвинуть эти проводники до расстояния $d_2 = 10 \text{ см}$?
25. Из медной проволоки сечением $S_1 = 0,5 \text{ мм}^2$ сделали круговой контур сопротивлением $0,1 \text{ Ом}$ и поместили в однородное магнитное поле напряженностью $H = 150 \text{ кА/м}$ так, что плоскость контура перпендикулярна к направлению магнитного поля. По контуру пропустили ток $I = 2 \text{ А}$. Какую работу надо совершить, чтобы повернуть контур на угол $\varphi = 90^\circ$ вокруг оси, совпадающей с диаметром контура?
26. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,02 \text{ Тл}$ поместили квадратный проволочный контур. Сторона квадрата $a = 20,0 \text{ см}$. Плоскость контура перпендикулярна направлению вектора магнитной индукции. Контур присоединили к цепи постоянного тока $I = 2,5 \text{ А}$. Определить силу, действующей на каждую сторону контура со стороны магнитного поля. Направление силы показать на рис.
27. Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость $v = 105 \text{ м/с}$. Расстояние между пластинами $d = 8 \text{ мм}$. Определить а) разность потенциалов U между пластинами; б) поверхностную плотность заряда σ на пластинах.
28. Электрон движется вдоль силовой линии однородного электрического поля. В некоторой точке поля с потенциалом $\varphi_1 = 100 \text{ В}$ электрон имел

скорость $v_1 = 6 \text{ Мм/с}$. Определить потенциал φ_2 точки поля, дойдя до которой электрон потеряет половину своей скорости.

29. Альфа-частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 300 \text{ В}$ и, попав в однородное магнитное поле, стала двигаться по винтовой линии радиусом $R = 1 \text{ см}$ и шагом $h = 4 \text{ см}$. Определить индукцию B магнитного поля.
30. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов $U = 104 \text{ В}$ и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое $E = 100 \text{ В/м}$ и магнитное $B = 0,1 \text{ Тл}$ поля. Определить отношение заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.
31. Заряженная частица, пройдя ускоряющую разность потенциалов $U = 600 \text{ кВ}$, приобрела скорость $v = 5,4 \text{ Мм/с}$. Определить удельный заряд частицы q/m .
32. Протон и электрон, двигаясь с одинаковой скоростью, влетают в однородное магнитное поле, перпендикулярное к скорости. Определить во сколько раз радиус кривизны R_1 траектории протона больше радиуса кривизны R_2 траектории электрона.
33. Протон, начальная скорость v_0 которого равна 100 км/с , влетел в однородное электрическое поле так, что вектор скорости совпал с направлением линий напряженности. Напряженность поля $E = 300 \text{ В/см}$. Определить путь l пройденный протоном в направлении линий поля, за время, в которое его скорость удвоилась.
34. Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией $B = 10^{-4} \text{ Тл}$ по винтовой линии. Определить скорость электрона, если шаг винтовой линии $h = 20 \text{ см}$, а радиус $R = 5 \text{ см}$.
35. Бесконечная плоскость заряжена отрицательно с поверхностной плотностью $\sigma = -35,4 \text{ нКл/м}^2$. По направлению силовой линии летит электрон. Определить минимальное расстояние $l_{\text{мин}}$, на которое может подойти к плоскости электрон, если на расстоянии $l_0 = 5 \text{ см}$ он имел кинетическую энергию $T = 80 \text{ эВ}$.
36. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300 \text{ В}$, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 5 \text{ мм}$

от него. Определить силу F , действующую на электрон, если по проводнику пустить ток $I = 5$ А.

37. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл движется проводник длиной $l = 10$ см. Скорость движения проводника $v = 15$ м/с и направлена перпендикулярно к магнитному полю. Определить индуцированную в проводнике ЭДС.
38. Проволочный виток диаметром $D = 5$ см и сопротивлением $R = 0,02$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,3$ Тл. Плоскость витка составляет угол $\varphi = 40^\circ$ с линиями индукции. Какой заряд протечет по витку при выключении магнитного поля?
39. Между полюсами электромагнита помещена катушка, соединенная с баллистическим гальванометром. Ось катушки параллельна линиям индукции. Катушка имеет $N = 15$ витков площадью $S = 2$ см². Сопротивление катушки $R_1 = 4$ Ом, сопротивление гальванометра $R_2 = 46$ Ом. Когда ток в обмотке электромагнита выключили, по цепи гальванометра протекло количество электричества $q = 9 \cdot 10^{-5}$ Кл. Определить магнитную индукцию B поля электромагнита.
40. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,35$ Тл равномерно с частотой $n = 480$ мин⁻¹ вращается рамка, содержащая $N = 1500$ витков площадью $S = 50$ см². Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям индукции. Определить максимальную ЭДС индукции, возникающую в рамке.
41. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = 0,1 \cos 4t$ (Тл), помещена квадратная рамка со стороной $a = 50$ см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha = 45^\circ$. Определить э.д.с. индукции, возникающую в рамке в момент времени $t = 5$ с.
42. В однородном магнитном поле, индукция которого $B = 0,1$ Тл, вращается катушка, состоящая из $N = 200$ витков. Ось вращения катушки перпендикулярна к ее оси и к направлению магнитного поля. Период обращения катушки $T = 0,2$ с, площадь поперечного сечения витка $S = 4$ см². Определить максимальную ЭДС индукции во вращающейся катушке.
43. Проволочный виток диаметром $D = 5$ см и сопротивлением $R = 0,02$ Ом находится в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,3$ Тл. Плоскость витка составляет угол $\alpha = 40^\circ$ с линиями индукции. Определить заряд, который протечет по витку при выключении магнитного поля.

44. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл равномерно с частотой $n = 10 \text{ с}^{-1}$ вращается рамка, содержащая $N = 1000$ витков. Площадь рамки $S = 150 \text{ см}^2$. Определить мгновенное значение ЭДС, соответствующее углу поворота рамки 30° .
45. Проволочный контур площадью $S = 500 \text{ см}^2$ и сопротивлением $R = 0,10$ Ом равномерно вращается в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,5$ Тл. Ось вращения лежит в плоскости кольца и перпендикулярна линиям магнитной индукции. Определить максимальную мощность P_{max} , необходимую для вращения контура с угловой скоростью $\omega = 50 \text{ рад/с}$.
46. В однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,4$ Тл вращается стержень длиной $l = 10$ см. Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через один из концов стержня перпендикулярно к его длине. Определить разность потенциалов на концах стержня, если он делает 16 оборотов в секунду.
47. В сеть с напряжением $U = 120$ В включены последовательно катушка индуктивности с активным сопротивлением $R = 10$ Ом и конденсатор. При частоте 50 Гц индуктивное сопротивление равно $X_L = 2$ Ом, емкостное $X_C = 500$ Ом. Определите ток в цепи и напряжение на ее участках при резонансе, который получают, изменяя частоту.
48. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ и резистор, сопротивление которого $R = 150$ Ом включены в цепь переменного тока частотой 50 Гц. Определить какую часть напряжения U , приложенного к этой цепи, составляют падения напряжения на конденсаторе U_C и на резисторе U_R .
49. В сеть переменного тока частотой 50 Гц включены последовательно два дросселя: один с активным сопротивлением $R_1 = 12$ Ом и индуктивностью $L_1 = 22$ мГн, другой с активным сопротивлением $R_2 = 8$ Ом и индуктивностью $L_2 = 9,6$ мГн. Ток в цепи $I = 5,7$ А. Определить мощность, развиваемую каждым дросселем и напряжение на зажимах цепи.
50. Участок цепи состоит из параллельно соединенных катушки с индуктивностью $L = 1,0$ Гн и активным сопротивлением $R = 100$ Ом и конденсатора емкостью $C = 4$ мкФ. Определить эквивалентное сопротивление участка. Частота подаваемого на участок напряжения равна 50 Гц.
51. Два конденсатора с емкостями $C_1 = 0,2$ мкФ и $C_2 = 0,1$ мкФ включены последовательно с сопротивлением $R = 20$ Ом в цепь переменного тока напряжением $U = 220$ В и частотой 50 Гц. Определить ток в цепи и падения напряжения на первом и втором конденсаторах.

52. На последовательно соединенные реостат и катушку с индуктивностью $L = 1,0$ Гн подано напряжение частотой 50 Гц. Между током и напряжением наблюдается сдвиг фаз $\varphi = 30^\circ$. Определить сопротивление реостата.
53. В цепи с амплитудой напряжения 440 В и частотой 50 Гц включены последовательно нормально горящая лампочка накаливания и конденсатор. Определить емкость конденсатора, если на лампочке написано «55 Вт, 110 В» и разность фаз между током и напряжением в сети.
54. В сеть с напряжением 127 В и частотой 50 Гц параллельно включены катушка с активным сопротивлением $R = 10$ Ом и индуктивностью $L = 1$ Гн и конденсатор. Определить емкость конденсатора при резонансе, общий ток и токи через конденсатор и катушку.
55. Конденсатор и электрическая лампочка соединены последовательно и включены в цепь переменного тока напряжением $U = 440$ В и частотой 50 Гц. Определить какую емкость должен иметь конденсатор для того, чтобы через лампочку протекал ток $I = 0,5$ А и падение напряжения на ней было равным $U_{\text{л}} = 110$ В.
56. Катушка длиной $l = 50$ см и площадью поперечного сечения $S = 10$ см² включена в цепь переменного тока частотой $\nu = 50$ Гц. Число витков катушки $N = 3000$. Определить сопротивление R катушки, если сдвиг фаз между напряжением и током $\varphi = 60^\circ$.

4. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

4.1. Основные формулы

Скорость света в среде
$$v = \frac{c}{n},$$

где c – скорость света в вакууме, n — показатель преломления среды.

Оптическая длина пути световой волны

$$L = nl,$$

где l – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\Delta = L_1 - L_2.$$

Зависимость разности фаз $\Delta\varphi$ от оптической разности хода Δ световых волн

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta,$$

где λ – длина световой волны.

Условие максимального усиления света при интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Условие максимального ослабления света

$$\Delta = \pm(2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots).$$

Оптическая разность хода световых волн, возникающая при отражении монохроматического света от тонкой пленки,

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_1} \pm \frac{\lambda}{2},$$

или

$$\Delta = 2dn \cdot \cos i_2 \pm \frac{\lambda}{2},$$

где d – толщина пленки; n – показатель преломления пленки; i_1 – угол падения; i_2 – угол преломления света в пленке.

Радиус светлых колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{(2k - 1) \cdot R\lambda/2}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots),$$

где k – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Радиус темных колец Ньютона в отраженном свете

$$r_k = \sqrt{kR\lambda}.$$

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции на одной щели, определяется из условия

$$\alpha \sin \varphi = \pm(2k + 1)\lambda/2, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где α – ширина щели; k – порядковый номер максимума.

Угол φ отклонения лучей, соответствующий максимуму (светлая полоса) при дифракции света на дифракционной решетке, определяется из условия

$$d \cdot \sin \varphi = \pm k\lambda, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots),$$

где d – период дифракционной решетки.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = kN,$$

где $\Delta\lambda$ – наименьшая разность длин волн двух соседних спектральных линий (λ и $\lambda + \Delta\lambda$), при которой эти линии могут быть видны отдельно в спектре, полученном посредством данной решетки; N – полное число щелей решетки.

Формула Вульфа — Брэггов

$$2d \cdot \sin \theta = k\lambda,$$

где θ — угол скольжения (угол между направлением параллельного пучка рентгеновского излучения, падающего на кристалл, и атомной плоскостью в кристалле); d — расстояние между атомными плоскостями кристалла.

Закон Брюстера

$$\tan i_B = n_{21},$$

где i_B — угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; n_{21} — относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha,$$

где I_0 — интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I — интенсивность этого света после анализатора; α — угол между направлением колебаний электрического вектора света, падающего на анализатор, и плоскостью пропускания анализатора (если колебания электрического вектора падающего света совпадают с этой плоскостью, то анализатор пропускает данный свет без ослабления).

Угол поворота плоскости поляризации монохроматического света при прохождении через оптически активное вещество:

а) в твердых телах — $\varphi = \alpha d$,

где α — постоянная вращения; d — длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;

б) в растворах — $\varphi = [\alpha] \rho d$,

где $[\alpha]$ — удельное вращение; ρ — массовая концентрация оптически активного вещества в растворе.

4.2. Примеры решения задач.

Задача 4.2.1. На стеклянный клин с малым углом нормально к его грани падает параллельный пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Число m возникающих при этом интерференционных полос, приходящихся на отрезок клина длиной l , равно 10. Определить угол α клина.

Решение. Параллельный пучок света, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти отраженные пучки света когерентны. Поэтому на поверхности клина будут наблюдаться интерференционные полосы. Так как угол клина мал, то отраженные пучки 1 и 2 света будут практически параллельны, как видно из рис. Тёмные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей равна нечетному числу половин длин волн:

$$\Delta = (2k + 1)\lambda/2 \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (1)$$

Разность хода Δ двух волн складывается из разности оптических длин путей этих волн ($2dn\cos\beta$) и половины длины волны ($\lambda/2$). Величина $\lambda/2$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении

световой волны 1 от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) разность хода Δ световых волн, получаем

$$2d_k n \cos \beta + \lambda/2 = (2k + 1) \lambda/2, \quad (2)$$

где n – показатель преломления стекла ($n = 1,5$);

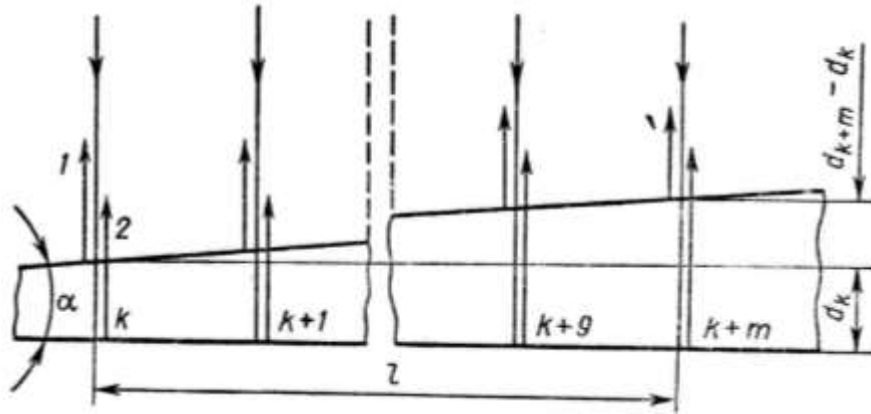


Рис.11

d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается темная полоса, соответствующая номеру k ;

β – угол преломления.

Согласно условию, угол падения равен нулю; следовательно, и угол преломления β равен нулю, а $\cos \beta = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \quad (3)$$

Пусть произвольной темной полосе k -го номера соответствует толщина d_k клина, а темной полосе $(k + m)$ -го номера – толщина d_{k+m} клина. Тогда (см. рисунок), учитывая, что m полос укладывается на расстоянии l , найдем:

$$\sin \alpha = (d_{k+m} - d_k)/l. \quad (4)$$

Выразим из (3) d_k и d_{k+m} и подставим их в формулу (4). Затем, учитывая, что $\sin \alpha = \alpha$ (из-за малости угла α), получим

$$\alpha = \frac{(k+m)\lambda - k\lambda}{2nl} = \frac{m\lambda}{2nl}.$$

Подставляя значения физических величин, найдем

$$\alpha = \frac{10 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 1,5 \cdot 1} \text{ рад} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад}.$$

Выразим α в секундах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой: $1 \text{ рад} = 206\,265'' = 2,06 \cdot 10^5''$.

Тогда $\alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,06 \cdot 10^5'' = 41,2''$.

Задача 4.2.2. Сферическая поверхность плосковыпуклой линзы ($n_1 = 1,52$) соприкасается со стеклянной пластинкой ($n_2 = 1,70$). Пространство между линзой, радиус кривизны которой $R = 1,00$ м, и пластинкой заполнено жидкостью. Наблюдая кольца Ньютона в отраженном свете ($\lambda_0 = 0,589$ мкм),

измерили радиус r_{10} десятого темного кольца. Определить показатель преломления жидкости $n_{\text{ж}}$ в двух случаях: 1) $r = 2,05$ мм; 2) $r = 1,90$ мм.

Решение. Искомый показатель преломления $n_{\text{ж}}$ не входит в явном виде в формулы:

$$r_k = \sqrt{kR\lambda} \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (1)$$

$$r_k = \sqrt{(2k-1)R\lambda/2} \quad (k = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

для колец Ньютона. Его можно ввести в эти формулы, если воспользоваться соотношением между длиной волны λ , скоростью света c и частотой колебаний ν , а также зависимостью скорости c от показателя преломления среды:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{c_0}{n_{\text{ж}} \nu} = \frac{\lambda_0}{n_{\text{ж}}}, \quad (3)$$

где c_0 – скорость света в вакууме.

Прежде чем подставить значение λ из (3) в формулу (1) для темных колец, обратим внимание на то, что эта формула выведена для случая, когда показатели преломления линзы и пластинки одинаковы. В данной задаче это условие не соблюдено. Так как неизвестен показатель преломления жидкости, мы не можем сейчас решить вопрос о том, какая из формул (1), (2) относится к темным кольцам.

Предположим, что показатель преломления жидкости $n_{\text{ж}}$ удовлетворяет одному из двух неравенств:

$$n_{\text{ж}} < n_1 < n_2; \quad n_1 < n_2 < n_{\text{ж}}. \quad (4)$$

Тогда для темных колец будет верна формула (1). и, учитывая соотношение (3), получим

$$N_{\text{ж}} = KR\lambda_0/r_k^2. \quad (5)$$

Выполнив вычисления, найдем:

$$1) n_{\text{ж}^1} = 1,41; \quad 2) n_{\text{ж}^2} = 1,63.$$

Теперь сделаем единственно возможное другое предположение относительно величины $n_{\text{ж}}$: пусть¹

$$n_1 < n_{\text{ж}} < n_2. \quad (6)$$

В этом случае для темных колец верна формула (2). Вместе с соотношением (3) она дает

$$n_{\text{ж}} = \frac{(2k-1)R\lambda_0}{2r_k^2}. \quad (7)$$

Выполним вычисления по формуле (7) и получим:

$$1) n_{\text{ж}^1} = 1,34; \quad 2) n_{\text{ж}^2} = 1,55.$$

Сравнив результаты вычислений по формулам (5), (7) для обоих случаев (очевидно, соответствующих двум разным жидкостям), видим, что в первом случае ($n_{\text{ж}^1} = 1,41$; $n_{\text{ж}^1} = 1,34$) значения показателя преломления жидкости

Нельзя предположить, что $n = n_1$ или $n = n_2$, так как в этих случаях свет будет отражаться лишь от одной поверхности слоя жидкости и колец Ньютона не будет.

удовлетворяют одному из неравенств (4), но не удовлетворяют неравенству (6). Следовательно, из двух формул (5), (7) правильный ответ дает формула (5), т. е. для первой жидкости $n_{ж^1} = 1,41$. Во втором случае ($n_{ж^2} = 1,63$; $n_{ж^2} = 1,55$) выполняется только неравенство (6). Следовательно, теперь правильный ответ дает формула (7), т. е. для второй жидкости $n_{ж^2} = 1,55$.

Задача 4.2.3. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает параллельный пучок света с длиной волны $\lambda = 0,5$ мкм. Помещенная

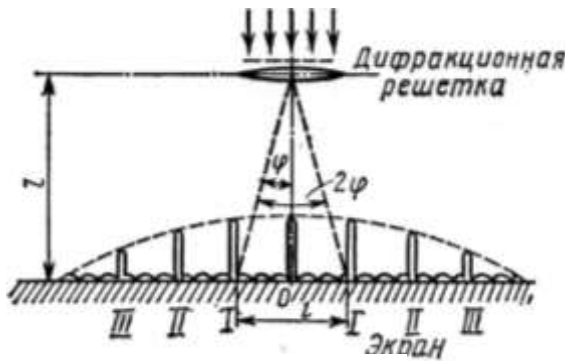


Рис. 12

вблизи решетки линза проецирует дифракционную картину на плоский экран, удаленный от линзы на $L = 1$ м. Расстояние l между двумя максимумами интенсивности первого порядка, наблюдаемыми на экране, равно 20,2 см (см. рис. 12). Определить: 1) постоянную d дифракционной решетки; 2) число n штрихов на 1 см; 3) число максимумов, которое при этом дает

дифракционная решетка; 4) максимальный угол $\varphi_{\max}$ отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

Решение. 1. Постоянная d дифракционной решетки, длина волны λ и угол φ отклонения лучей, соответствующий k -му дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$d \sin \varphi = \pm k \lambda, \quad (1)$$

где k – порядок спектра, или в случае монохроматического света порядок максимума.

В данном случае $k = 1$, $\sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi$ (ввиду того, что $l/2 \ll L$), $\operatorname{tg} \varphi = (l/2)L$ (следует из рис.), с учетом последних трех равенств соотношение (1) примет вид

$$d \frac{l}{2L} = \lambda,$$

откуда постоянная дифракционной решетки $d = 2 L \lambda / l$.

Подставляя данные, получим $d = 4,95$ мкм.

2. Число штрихов на 1 см найдем из формулы $n = 1/d$.

После подстановки числовых значений получим $n = 2,02 \cdot 10^3 \text{ см}^{-1}$.

3. Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решеткой, вычислим сначала максимальное значение $k_{\max}$ исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей решеткой не может превышать 90° .

$$\text{Из формулы (1) запишем } k_{\max} = \frac{d}{\lambda} \sin \varphi \quad (2)$$

Подставляя значения величин, получим $k_{\max} = 9,9$.

Число k обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 10, так как в этом случае $\sin \varphi$ будет больше единицы, что невозможно. Следовательно $k_{\max} = 9$.

Определим общее число максимумов дифракционной картины, полученной посредством дифракционной решетки. Влево и вправо от

центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному $k_{\max}$, т.е. всего $2k_{\max}$. С учетом центрального нулевого максимума общее число максимумов равно $N = 2k_{\max} + 1$.

Подставляя значение $k_{\max}$, найдем $N = 18 + 1 = 19$.

4. Для определения максимального угла отклонения лучей, соответствующего последнему дифракционному максимуму, выразим из соотношения (2) синус этого угла: $\sin \varphi_{\max} = k_{\max} \lambda / d$.

Отсюда $\varphi_{\max} = \arcsin (k_{\max} \lambda / d)$.

Подставив значения величин λ , d , $k_{\max}$ и произведя вычисления, получим $\varphi_{\max} = 65,4^\circ$.

Задача 4.2.4. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины пучок света образует угол $\varphi = 2i = 97^\circ$ с падающим пучком (см. рис.13).

Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

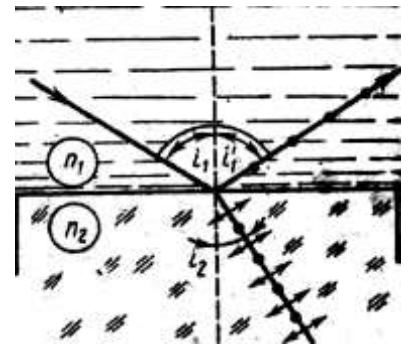


Рис.13

Решение. Согласно закону Брюстера, пучок света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $\operatorname{tg} i_B = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления.

Следовательно, $\operatorname{tg} i_B = n_2 / n_1$.

Так как угол падения равен углу отражения, то $i_B = \varphi / 2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi / 2) = n_2 / n_1$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi / 2)}.$$

Произведем вычисления:

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg}(97^\circ / 2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

Задача 4.2.5. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их оптическими осями составляет угол $\alpha = 60^\circ$. Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света:

Решение 1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя, расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный (см. рис.14). Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы.

Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа.

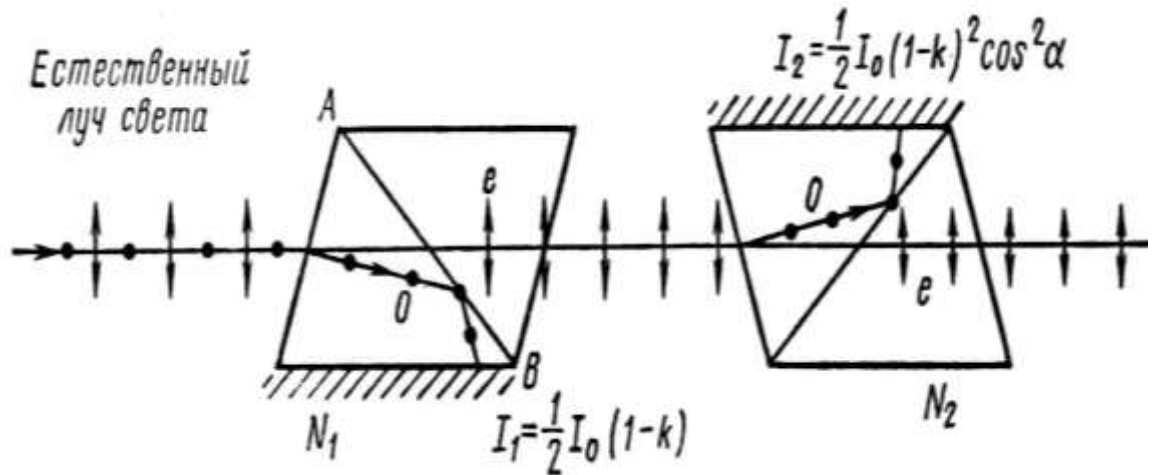


Рис.14

Обыкновенный пучок света (o) вследствие полного отражения от границы AB отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею. Необыкновенный пучок (e) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = 1/2 I_0 (1 - k).$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_i} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \quad (1)$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_i} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Интенсивность света при прохождении через николю N_1 уменьшается в 2,1 раза.

1. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на второй николю N_2 и также расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный.

Обыкновенный пучок полностью поглощается призмой, поэтому его интенсивность нас не интересует. Интенсивность I_2 необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2 , определяется законом Малюса (без учета поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha,$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2 .

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получим:

$$I_2 = I_1(1 - k)\cos^2\alpha.$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдем, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1 - k)\cos^2\alpha}.$$

Заменяя отношение I_0/I_1 его выражением по формуле (1), получаем:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - k)^2 \cos^2\alpha}.$$

Произведем вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1 - 0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

4.3. Контрольная работа № 3. Волновая оптика

Для получения варианта задания, номеров задач по контрольной работе № 3 необходимо обратиться к ведущему преподавателю.

1. На мыльную пленку падает белый свет под углом $i = 45^\circ$ к поверхности пленки. Определить, при какой минимальной толщине h пленки отраженные лучи будут окрашены в желтый цвет с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Показатель преломления мыльной воды $n = 1,33$.
2. На установке для наблюдения колец Ньютона был измерен в отраженном свете радиус третьего темного кольца. Когда пространство между плоскопараллельной пластиной и линзой заполнили жидкостью, то тот же радиус стал иметь кольцо с номером, на единицу большим. Определить показатель преломления n жидкости.
3. На тонкий стеклянный клин, с показателем преломления $n = 1,55$, падает нормально монохроматический свет. Двугранный угол α между поверхностями клина равен $2'$. Определить длину световой волны λ , если расстояние l между смежными интерференционными максимумами в отраженном свете равно 0,3 мм.
4. Установка для получения колец Ньютона освещается монохроматическим светом, падающим по нормали к поверхности пластинки. Радиус кривизны линзы $R = 15$ м. Расстояние между пятым и двадцать пятым

светлыми кольцами Ньютона, наблюдаемыми в отраженном свете, равно $\Delta r_{25,5} = 9$ мм. Определить длину волны λ монохроматического света.

5. На тонкий стеклянный клин перпендикулярно к его поверхности падает пучок лучей монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм. Определить угол β между поверхностями клина, если расстояние l между смежными интерференционными минимумами в отраженном свете равно 4 мм.
6. Расстояние $\Delta r_{2,1}$ между вторым и первым темными кольцами Ньютона в отраженном свете равно 1 мм. Определить расстояние $\Delta r_{10,9}$ между десятым и девятым кольцами.
7. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещается монохроматическим светом длиной волны $\lambda = 600$ нм. Найти радиус R линзы, если радиус восьмого темного кольца Ньютона в отраженном свете $r_3 = 2,4$ мм.
8. Установка для наблюдения колец Ньютона освещается нормально падающим монохроматическим светом с длиной волны $\lambda = 590$ нм. Радиус кривизны линзы равен $R = 5$ м. Определить ширину воздушного промежутка в том месте, где наблюдается третье светлое кольцо в отраженном свете.
9. На тонкую глицериновую пленку толщиной $h = 1,5$ мкм нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн лучей видимого участка спектра ($0,75 \geq \lambda \geq 0,4$) мкм, которые будут ослаблены в результате интерференции.
10. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Определить показатель преломления жидкости, если радиус r_3 третьего темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм равен 0,82 мм. Радиус кривизны линзы $R = 0,5$ м.
11. Дифракционная решетка освещена нормально падающим монохроматическим светом. В дифракционной картине максимум второго порядка отклонен на угол $\varphi_1 = 14^\circ$. Определить, на какой угол φ_2 отклонен максимум третьего порядка.
12. Дифракционная решетка содержит $n = 200$ штрихов на 1 мм. На решетку падает нормально монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка.

13. При освещении дифракционной решетки белым светом спектры второго и третьего порядков отчасти перекрывают друг друга. Определить на какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница $\lambda = 0,4$ мкм спектра третьего порядка.
14. На дифракционную решетку, содержащую $n = 500$ штрихов на 1 мм, падает в направлении нормали к ее поверхности белый свет. Спектр проецируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить ширину b спектра первого порядка на экране, если расстояние L линзы до экрана равно 3 м. Границы видимости спектра $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.
15. С помощью дифракционной решетки с периодом $d = 20$ мм требуется разрешить дублет натрия с длинами волн $\lambda_1 = 589,0$ нм и $\lambda_2 = 589,6$ нм в спектре второго порядка. Определить при какой наименьшей длине в решетке это возможно.
16. Длина волны оранжевой линии линейчатого спектра равна 650 нм. Каков наибольший порядок этой линии в дифракционном спектре, если период дифракционной решетки равен 7 мкм?
17. На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает пучок света от разрядной трубки. Определить постоянную d дифракционной решетки при которой совпадут максимумы линий $\lambda_1 = 656,3$ нм и $\lambda_2 = 410,2$ нм в направлении $\varphi = 41^\circ$.
18. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки d в 4,6 раза больше длины световой волны λ . Определить общее число N дифракционных максимумов, которые теоретически можно наблюдать в данном случае.
19. На дифракционную решетку, содержащую $n = 500$ штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проектируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину l спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана $L = 1$ м. Границы видимого спектра: $\lambda_{кр} = 780$ нм, $\lambda_{ф} = 400$ нм.
20. На дифракционную решетку, содержащую $n = 400$ штрихов на 1 мм, падает нормально монохроматический свет длиной волны $\lambda = 0,6$ мкм. Определить общее число дифракционных максимумов, которые дает эта решетка и угол дифракции, соответствующий последнему максимуму.

21. Постоянная дифракционной решетки $d = 2$ мкм. Определить, какую разность длин волн $\Delta\lambda$ может разрешить эта решетка в области желтых лучей с длиной волны $\lambda = 600$ нм в спектре второго порядка. Ширина решетки $l = 2,5$ см.
22. Луч света проходит через жидкость, налитую в стеклянный сосуд, и отражается от дна. Отраженный луч полностью поляризован при падении его на дно сосуда под углом $i_B = 42^\circ 37'$. Определить показатель преломления жидкости, если показатель преломления стекла равен $n = 1,5$.
23. Естественный свет проходит через поляризатор и анализатор, поставленные так, что угол между их главными плоскостями равен φ . Как поляризатор, так и анализатор поглощают и отражают 8 % падающего на них света. Интенсивность луча, вышедшего из анализатора, равна 9 % интенсивности естественного света, падающего на поляризатор. Определить угол φ .
24. Определить показатель преломления n стекла, если при отражении от него света, отраженный луч будет полностью поляризован при угле преломления $\beta = 30^\circ$.
25. Определить угол φ между главными плоскостями поляризатора и анализатора, если интенсивность естественного света, проходящего через поляризатор и анализатор, уменьшается в 4 раза.
26. Угол Брюстера при падении света из воздуха на кристалл каменной соли равен 57° . Определить скорость света в этом кристалле.
27. Угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора равен 45° . Определить во сколько раз уменьшится интенсивность света, выходящего из анализатора, если угол α увеличить до 60° .
28. Предельный угол полного отражения пучка света на границе жидкости с воздухом равен $i_{\text{пр}} = 43^\circ$. Определить угол Брюстера для падения луча из воздуха на поверхность этой жидкости.
29. Определить во сколько раз уменьшится интенсивность света, проходящего через поляризатор и анализатор, у которых угол между оптическими осями равен 30° , если в поляризаторе и анализаторе теряется 10 % интенсивности падающего на него света.
30. Луч света переходит из воды в стекло так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол γ между падающим и преломленным лучами.

31. Анализатор в $n = 2$ раза уменьшает интенсивность света, приходящего к нему от поляризатора и анализатора. Определить угол α между плоскостями пропускания поляризатора и анализатора. Потерями интенсивности света в анализаторе пренебречь.

5. КВАНТОВАЯ ОПТИКА. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ И АТОМНОЙ ФИЗИКИ

5.1. Основные формулы

Закон Стефана-Больцмана

$$R_{\text{э}} = \sigma T^4,$$

где $R_{\text{э}}$ – энергетическая светимость (излучательность) абсолютно черного тела; σ – постоянная Стефана-Больцмана; T – температура.

Законы Вина

$$1) \lambda_m = \frac{b}{T}, \quad 2) r_{\lambda, T} = C T^5,$$

где λ_m – длина волны, на которую приходится максимум энергии излучения; b – постоянная Вина, равная $2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К; C – вторая постоянная Вина, равная $1,3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{кВт}}{\text{м}^3 \text{К}^5}$.

Энергия фотона

$$\varepsilon = h\nu, \quad \text{или} \quad \varepsilon = \hbar \omega,$$

где h – постоянная Планка; $\hbar$ – постоянная Планка, деленная на 2π ; ν – частота фотона; ω – циклическая частота.

Масса фотона

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h}{c\lambda},$$

где c – скорость света в вакууме; λ – длина волны фотона.

Импульс фотона

$$p = mc = h/\lambda.$$

Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A + T_{\text{max}} = A + \frac{m \cdot v_{\text{max}}^2}{2},$$

где $h\nu$ – энергия фотона, падающего на поверхность металла; A – работа выхода электрона; T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона,

m , v – масса электрона и его скорость.

Красная граница фотоэффекта

$$\nu_0 = A/h, \text{ или } \lambda_0 = hc/A,$$

где ν_0 – минимальная частота света, при которой еще возможен фотоэффект; λ_0 – максимальная длина волны света, при которой еще возможен фотоэффект; h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме.

Формула Комптона

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta),$$

или

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2},$$

где λ – длина волны фотона, встретившегося со свободным или слабосвязанным электроном; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол θ после столкновения с электроном; m_0 – масса покоящегося электрона.

Комптовская длина волны

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c}, \quad (\Lambda = 2,436 \text{ пм}).$$

Давление света при нормальном падении на поверхность

$$P = \frac{E_e(1+\rho)}{c} = \omega \cdot (1+\rho),$$

где E_e – энергия, падающая на единицу площади поверхности в единицу времени; ω – объемная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения света.

Боровская теория водородоподобного атома

Момент импульса электрона (второй постулат Бора)

$$L_n = \hbar \cdot n, \text{ или } m\nu_n r_n = \hbar \cdot n,$$

где m – масса электрона; ν_n – скорость электрона на n -й орбите; r_n – радиус n -й стационарной орбиты; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – приведенная постоянная Планка;

n – главное квантовое число ($n = 1, 2, 3, \dots$).

Радиус n -й стационарной орбиты

$$r_n = a_0 n^2,$$

где a_0 – первый боровский радиус, $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-10}$ м.

Энергия электрона в атоме водорода

$$E_n = \frac{E_i}{n^2},$$

где E_i – энергия ионизации атома водорода.

Энергия, излучаемая или поглощаемая атомом водорода

$$\varepsilon = \hbar \cdot \omega = E_{n_2} - E_{n_1}$$

или

$$\varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где n_1 и n_2 – квантовые числа, соответствующие энергетическим уровням, между которыми совершается переход электрона в атоме.

Серияльная формула, определяющая длину волны света, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с орбиты n_2 на орбиту n_1

$$\nu = \frac{1}{\lambda} = R \cdot \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

где λ – длина волны излучения или поглощения атомом; R – постоянная Ридберга, равная $1,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}^{-1}$.

Волновые свойства частиц

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p},$$

где p – импульс частицы.

Импульс частицы p и его связь с кинетической энергией T

а) $p = m_0 v$, $p = \sqrt{2m_0 T}$ – для $v \ll c$;

б) $p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$, $p = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{(2E_0 + T)T}$, $m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$ – для $v \approx c$,

где m_0 – масса покоя частицы; m – релятивистская масса; v – скорость частицы; c – скорость света в вакууме; E_0 – энергия покоя частицы ($E_0 = m_0 c^2$).

Соотношение неопределенностей

а) $\Delta p_x \Delta x \geq \hbar$,

где Δp_x – неопределенность проекции импульса на ось x ; Δx – неопределенность координаты;

б) $\Delta E \Delta t \geq \hbar$,

где ΔE – неопределенность энергии; Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Атомное ядро. Радиоактивность

Массовое число ядра (число нуклонов в ядре)

$$A = Z + N,$$

где Z – зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

Закон радиоактивного распада

$$dN = -\lambda N dt, \text{ или } N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt ; N – число ядер, не распавшихся к моменту времени t ; N_0 – число ядер в начальный момент ($t = 0$); λ – постоянная радиоактивного распада.

Число ядер, распавшихся за время t ,

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}).$$

В случае, если интервал времени Δt , за который определяется число распавшихся ядер, много меньше периода полураспада $T_{1/2}$, то число распавшихся ядер можно определить по формуле

$$\Delta N = \lambda N \Delta t.$$

Зависимость периода полураспада T от постоянной радиоактивного распада λ

$$T_{1/2} = (\ln 2) / \lambda = 0,693 / \lambda.$$

Среднее время τ жизни радиоактивного ядра, т. е. интервал времени, за который число не распавшихся ядер уменьшается в e раз,

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Число N атомов, содержащихся в радиоактивном изотопе

$$N = \frac{m N_A}{M},$$

где m – масса изотопа; M – молярная масса; N_A – постоянная Авогадро.

Активность A радиоактивного изотопа

$$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N, \text{ или } A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

где dN – число ядер, распадающихся за интервал времени dt ; A_0 – активность изотопа в начальный момент времени.

Удельная активность изотопа

$$a = A/m.$$

Дефект массы ядра

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{\text{я}},$$

где Z – зарядовое число (число протонов в ядре); A – массовое число (число нуклонов в ядре); $(A - Z)$ – число нейтронов в ядре; m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра.

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta m c^2,$$

где Δm – дефект массы ядра; c – скорость света в вакууме.

Во внесистемных единицах энергия связи ядра равна $E_{\text{св}} = \Delta m c^2$, где дефект массы Δm – в а. е. м, $c^2 = 931 \frac{\text{МэВ}}{\text{а.е.м.}}$.

5.2. Примеры решения задач

Задача 5.2.1. Длина волны λ_m , на которую приходится максимум энергии в спектре излучения черного тела, равна 0,58 мкм. Определить

максимальную спектральную плотность энергетической светимости ($r_{\lambda, T_{\max}}$), рассчитанную на интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ нм, вблизи λ_m .

Решение. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости пропорциональна пятой степени температуры Кельвина и выражается формулой

$$r_{\lambda, T_{\max}} = CT^5, \quad (1)$$

где C – вторая постоянная Вина.

Температуру T выразим из закона смещения Вина $\lambda_m = b/T$, откуда $T = b/\lambda_m$.

Подставив полученное выражение температуры в формулу (1), найдем

$$r_{\lambda, T_{\max}} = C(b/\lambda_m)^5. \quad (2)$$

В таблице значение C дано в единицах СИ, в которых единичный интервал длин волн $\Delta\lambda = 1$ м. По условию же задачи требуется вычислить спектральную плотность энергетической светимости, рассчитанную на интервал длин волн 1 нм, поэтому выпишем значение C в единицах СИ и пересчитаем его на заданный интервал длин волн:

$$C = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5) = 1,30 \cdot 10^{-5} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{К}^5) = 1,30 \cdot 10^{-14} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм} \cdot \text{К}^5).$$

Согласно формуле (2) получим:

$$r_{\lambda, T_{\max}} = 40,6 \text{ кВт}/(\text{м}^2 \cdot \text{нм}).$$

Задача 5.2.2. Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda = 500$ нм. Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить: 1) энергетическую светимость R Солнца; 2) поток энергии Φ , излучаемый Солнцем; 3) массу m , теряемую Солнцем при излучении за 1 с.

Решение. Энергетическая светимость R черного тела выражается формулой Стефана – Больцмана

$$R = \sigma T^4. \quad (1)$$

Температура излучающей поверхности может быть определена из закона смещения Вина: $\lambda_m = b/T$. Выразив отсюда температуру T и подставив ее в формулу (1), получим:

$$R = \sigma(b/\lambda_m)^4. \quad (2)$$

Произведя вычисления по формуле (2), найдем

$$R = 64 \text{ МВт}/\text{м}^2.$$

2. Поток энергии Φ , излучаемый Солнцем, равен произведению энергетической светимости Солнца на площадь S его поверхности: $\Phi = R S$, или

$$\Phi = 4\pi r^2 R, \quad (3)$$

где r – радиус Солнца.

Подставив в формулу (3) значения π , r и R и произведя вычисления, получим

$$\Phi = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}.$$

3. Массу, теряемую Солнцем вследствие излучения за время $t = 1$ с, определим, применив закон пропорциональности массы и энергии $E = mc^2$. Энергия, излучаемая Солнцем за время t , равна произведению потока энергии Φ (мощности излучения) на время: $E = \Phi t$. Следовательно, $\Phi t = mc^2$, откуда

$$m = \frac{\Phi \cdot t}{c^2},$$

где $t = 1$ с.

Произведя вычисления по этой формуле, найдем $m = 4,3 \cdot 10^9$ кг.

Задача 5.2.3. На металлическую пластину падает монохроматический свет ($\lambda = 0,413$ мкм). Поток фотоэлектронов, вырываемых с поверхности металла, полностью задерживается, когда разность потенциалов тормозящего электрического поля достигает $U = 1,0$ В. Определить работу выхода в электронвольтах и красную границу фотоэффекта.

Решение. Запишем уравнение Эйнштейна для фотоэффекта (1)

$$hc/\lambda = A + T. \quad (1)$$

Так как даже самые быстрые электроны задерживаются электрическим полем, пролетев в нем расстояние, соответствующее разности потенциалов U , то их начальная кинетическая энергия T связана с величиной U соотношением $T = eU$. Следовательно,

$$hc/\lambda = A + eU. \quad (2)$$

Из этого уравнения найдём работу выхода

$$A = hc/\lambda - eU = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 2,0 \text{ эВ}.$$

Красной (длинноволновой) границе фотоэффекта $\lambda_{\text{кр}}$ в уравнении Эйнштейна соответствует $T = 0$. Поэтому, полагая $\lambda = \lambda_{\text{кр}}$, получим

$$\lambda_{\text{кр}} = hc/A = 0,62 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 0,62 \text{ мкм}.$$

Задача 5.2.4. Определить максимальную скорость электронов, вылетающих из металла под действием γ -излучения длиной волны $\lambda = 0,03 \cdot 10^{-10}$ м.

Решение. Применим уравнение Эйнштейна (1). Обратим внимание на то, что длина волны γ -излучения близка к комптоновской длине волны λ_c для электрона и, следовательно, энергия γ -фотона $h\nu$ есть величина одного порядка с энергией покоя электрона $W_0 = 0,511 \text{ МэВ}$. Так как при этом работа выхода A электрона из металла (любого) измеряется всего лишь несколькими электронвольтами, то величиной A в (1) можно пренебречь, а электрон следует рассматривать как релятивистскую частицу, кинетическая энергия которой выражается формулой (3). Тогда уравнение (1) принимает вид (4):

$$T = mc^2 - m_0c^2 \quad (3)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = m_0c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (4)$$

или, введя комптоновскую длину волны для электрона $\lambda_c = \frac{h}{m_0 c}$, имеем:

$$\frac{\lambda_c}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \quad (5)$$

Из выражения (5) найдем относительную скорость электрона $\beta = v/c$ при $\lambda_c = 0,0242 \cdot 10^{-10} \text{ м}$

$$\beta = \frac{\sqrt{\lambda_c(\lambda_c + 2\lambda)}}{\lambda_c + \lambda} = 0,86.$$

Максимальная скорость электрона равна

$$v = \beta c = 0,86 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \text{ м/с} = 2,5 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Задача 5.2.5. Монохроматический ($\lambda = 0,662 \text{ мкм}$) пучок света, падает нормально на поверхность с коэффициентом отражения $\rho = 0,80$. Определить количество фотонов, ежесекундно поглощаемых 1 см^2 поверхности, если давление света на поверхность $P = 1,0 \text{ мкПа}$.

Решение. Так как условие задачи позволяет найти энергию фотона $h\nu$, то искомое число N поглощенных фотонов найдем как отношение энергии света W , поглощенного 1 см^2 поверхности за 1 с , к энергии $h\nu$ одного фотона,

$$N = \frac{W}{h\nu} = \frac{W\lambda}{hc}. \quad (1)$$

Чтобы связать величину W с данным давлением P света, воспользуемся формулой:

$$P = \frac{E_e}{c} (1 + \rho). \quad (2)$$

Входящую в нее энергетическую освещенность E_e , согласно определению, выразим так:

$$E_e = W_0 / St, \quad (3)$$

где W_0 – энергия света, падающего на площадку S за время t .

Из определения коэффициента отражения ρ следует, что между величинами – W , W_0 имеется соотношение

$$W = W_0 (1 - \rho). \quad (4)$$

Таким образом, с учетом (3), (4) формула (2) примет вид

$$P = \frac{W}{cSt} \cdot \frac{1 + \rho}{1 - \rho}. \quad (5)$$

Исключив величину W из уравнений (1) и (5), получим ответ:

$$N = \frac{P\lambda St}{h} \cdot \frac{1 - \rho}{1 + \rho}$$

Выразим в единицах СИ входящие в формулу величины: $P = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$, $\lambda = 0,662 \cdot 10^{-6} \text{ м}$, $S = 10^{-4} \text{ м}^2$, $t = 1,00 \text{ с}$, $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$, $\rho = 0,80$. Выполнив вычисления, найдем число поглощенных фотонов

$$N = 1,0 \cdot 10^{21}.$$

Задача 5.2.6. Давление монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм на зачерненную поверхность, расположенную перпендикулярно падающему излучению, равно $P = 0,1$ мкПа. Определить: 1) концентрацию n фотонов в световом пучке; 2) число n_1 фотонов, падающих ежесекундно на поверхность площадью $S = 1$ м².

Решение. 1) Концентрация n фотонов в пучке света может быть найдена, как частное от деления объемной плотности энергии w на энергию ε одного фотона

$$n = w / \varepsilon \quad (1)$$

Из формулы, определяющей давление света

$$P = w (1 + \rho), \quad (2)$$

где ρ – коэффициент отражения. Выразим объемную плотность энергии w из формулы (2)

$$w = P / (1 + \rho) \quad (3)$$

Энергия фотона зависит от частоты ν , и следовательно, от длины световой волны λ :

$$\varepsilon = h\nu = hc/\lambda. \quad (4)$$

Подставив (3) и (4) в формулу (1), получим выражение для расчета концентрации фотонов

$$n = P\lambda / (1 + \rho)hc,$$

где ρ – коэффициент отражения для зачерненной поверхности равный нулю. С учетом этого расчетная формула примет вид

$$n = P\lambda / hc.$$

Подставив числовые данные, определим искомую концентрацию фотонов

$$n = \frac{0,1 \cdot 10^{-6} \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 3,02 \cdot 10^{11} \text{ м}^{-3}.$$

2) Искомая величина n_1 – число фотонов, падающих за $t = 1$ с на поверхность $S = 1$ м², связана с числом N соотношением: $n = N/St$. Число фотонов N , падающих за время t на поверхность S , определяется по формуле

$$N = W/\varepsilon,$$

где W – энергия излучения, получаемая поверхностью S за время t ; ε – энергия одного фотона.

Энергия излучения W определяется произведением светового потока Φ на время излучения t

$$W = \Phi t,$$

где $\Phi = E_e S$ – световой поток/

Энергетическую светимость E_e выразим из формулы для определения светового давления: $P = E_e (1 + \rho)/c$, или $E_e = Pc/(1 + \rho)$.

Используя полученное выражение для энергетической светимости и учитывая, что энергия фотона равна $\varepsilon = hc/\lambda$, получим выражение для

расчета числа фотонов n_1 , падающих на поверхность площадью $S = 1 \text{ м}^2$ за время $t = 1 \text{ с}$:

$$n_1 = N/St = W/\varepsilon St = \Phi t \lambda / hc St = E_e S \lambda / hc S = P c \lambda / (1 + \rho) hc.$$

В полученной расчетной формуле сомножитель $P\lambda/hc = n$, где n – концентрация фотонов рассчитанная в первой части решения задачи. Коэффициент отражения по условию задачи $\rho = 0$, а скорость света в вакууме $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$. С учетом этого окончательно получим

$$n_1 = n c.$$

Подставив данные, найдем искомую величину

$$n_1 = 3,09 \cdot 10^{11} \cdot 3 \cdot 10^8 = 9,06 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-2} \text{ с}^{-1}.$$

Задача 5.2.7. Фотон с энергией $\varepsilon = 0,75 \text{ МэВ}$ рассеялся на свободном электроне под углом $\theta = 60^\circ$. Принимая, что кинетическая энергия и импульс электрона до соударения с фотоном были пренебрежимо малы, определить: 1) энергию ε' рассеянного фотона; 2) кинетическую энергию T электрона отдачи; 3) направление его движения.

Решение. 1. Энергию рассеянного фотона найдем, воспользовавшись формулой Комптона:

$$\lambda' - \lambda = \frac{2\pi\hbar}{mc}(1 - \cos\theta).$$

Выразив длины волн λ и λ' через энергии ε' и ε соответствующих фотонов, получим

$$\frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon'} - \frac{2\pi\hbar c}{\varepsilon} = \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}(1 - \cos\theta).$$

Разделим обе части этого равенства на $2\pi\hbar c$: $\frac{1}{\varepsilon'} - \frac{1}{\varepsilon} = \frac{1 - \cos\theta}{m_0 c^2}$. Отсюда, обозначив для краткости энергию покоя электрона $m_0 c^2$ через E_0 , найдем

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{(\varepsilon/E_0)(1 - \cos\theta) + 1}. \quad (1)$$

Подставив числовые значения величин, получим $\varepsilon' = 0,43 \text{ МэВ}$.

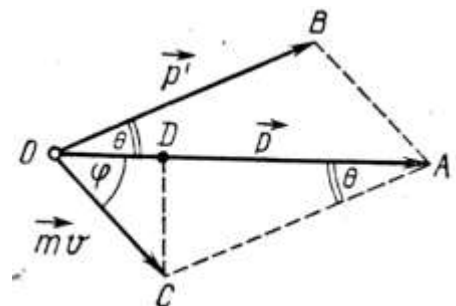
2. Кинетическая энергия электрона отдачи, как это следует из закона сохранения энергии, равна разности между энергией ε падающего фотона и энергией ε' рассеянного фотона:

$$T = \varepsilon - \varepsilon' = 0,32 \text{ МэВ}.$$

3. Направление движения электрона отдачи найдем, применив закон сохранения импульса, согласно которому импульс падающего фотона $\vec{p}$ равен векторной сумме импульсов рассеянного фотона $\vec{p}'$ и электрона отдачи $m\vec{v}$:

$$\vec{p} = \vec{p}' + m\vec{v}.$$

Векторная диаграмма импульсов изображена на рис. 15. Все векторы проведены из точки O , где находился



электрон в момент соударения с фотоном. Угол φ определяет направление движения электрона отдачи.

Из треугольника OCD находим

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{|CD|}{|OD|} = \frac{|CA| \sin \theta}{|OA| - |CA| \cos \theta},$$

Рис. 15

или
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{p' \sin \theta}{p - p' \cos \theta} = \frac{\sin \theta}{p/p' - \cos \theta}.$$

Так как $p = \varepsilon/c$ и $p' = \varepsilon'/c$, то

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{\varepsilon/\varepsilon' - \cos \theta}. \quad (2)$$

Преобразуем формулу (2) так, чтобы угол φ выражался непосредственно через величины ε и θ , заданные в условии задачи. Из формулы (1) следует:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon}{E_0} (1 - \cos \theta) + 1 \quad (3)$$

Заменим в формуле (2) соотношение ε/ε' по формуле (3)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \theta}{(1 + \varepsilon/E_0)(1 - \cos \theta)}.$$

Учитывая, что $\sin \theta = 2 \sin (\theta/2) \cos (\theta/2)$ и $1 - \cos \theta = 2 \sin^2 (\theta/2)$, после соответствующих преобразований получим:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\operatorname{ctg} \theta}{1 + \varepsilon/E_0}. \quad (4)$$

После вычислений по формуле (4) найдем $\operatorname{tg} \varphi = 0,701$, откуда $\varphi = 35^\circ$.

Задача 5.2.8. Вычислить радиус первой орбиты атома водорода (боровский радиус) и скорость электрона на этой орбите.

Решение. Согласно теории Бора, радиус r электронной орбиты и скорость v электрона на ней связаны равенством $m v r = n \hbar$. Так как в задаче требуется определить величины, относящиеся к первой орбите, то главное квантовое число $n = 1$, и равенство примет вид

$$m v r = \hbar. \quad (1)$$

Для определения двух неизвестных величин r и v необходимо еще одно уравнение. В качестве второго уравнения воспользуемся уравнением движения электрона. Согласно теории Бора, электрон вращается вокруг ядра. При этом сила взаимодействия между электрическими зарядами ядра и электрона сообщает электрону центростремительное ускорение. На основании второго закона Ньютона можем записать

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2},$$

где e и m – заряд и масса электрона или

$$mv^2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r}. \quad (2)$$

Совместное решение равенств (1) и (2) относительно r дает

$$r = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/(me^2).$$

Подставив сюда значения $\hbar$, e , m и произведя вычисления, найдем боровский радиус:

$$r_1 = a = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ м.}$$

Из равенства (1) получим выражение скорости электрона на первой орбите:

$$v = \hbar/(mr).$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдем

$$v = 2,18 \text{ Мм/с.}$$

Задача 5.2.9. Определить энергию ε фотона, соответствующего второй линии в первой инфракрасной серии (серии Пашена) атома водорода.

Решение. Энергия ε фотона, излучаемого атомом водорода при переходе электрона с одной орбиты на другую

$$\varepsilon = E_i \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right),$$

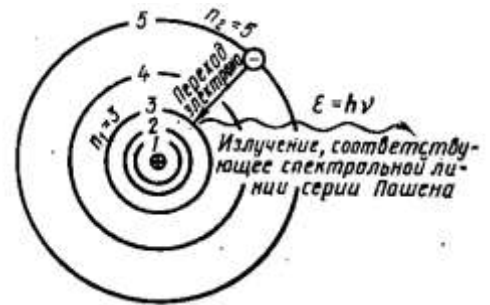


Рис. 16

где E_i – энергия ионизации атома водорода; $n_1 = 1, 2, 3, \dots$ – номер орбиты, на которую переходит электрон (см рис. 16); $n_2 = n_1 + 1; n_1 + 2; \dots; n_1 + m$ – номер орбиты, с которой переходит электрон; m – номер спектральной линии в данной серии. Для серии Пашена $n_1 = 3$; для второй линии этой серии $m = 2$; $n_2 = n_1 + m = 3 + 2 = 5$. Подставив числовые значения, найдем энергию фотона:

$$\varepsilon = 0,97 \text{ эВ.}$$

Задача 5.2.10. Электрон, начальной скоростью которого можно пренебречь, прошел ускоряющую разность потенциалов U . Найти длину волны де Бройля λ для двух случаев: 1) $U_1 = 51 \text{ В}$; 2) $U_2 = 510 \text{ кВ}$.

Решение. Длина волны де Бройля λ частицы зависит от ее импульса p и определяется формулой

$$\lambda = 2\pi\hbar / p. \quad (1)$$

Импульс частицы можно определить, если известна ее кинетическая энергия T . Связь импульса с кинетической энергией для нерелятивистского (когда $T \ll E_0$) и для релятивистского (когда $T \approx E_0$) случаев соответственно выражается формулами:

$$p = \sqrt{2m_0T}, \quad (2)$$

$$p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T}. \quad (3)$$

Формула (1) с учетом соотношений (2) и (3) запишется соответственно в нерелятивистском и релятивистском случаях:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0T}}, \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{(1/c)\sqrt{(2E_0 + T)T}}. \quad (5)$$

Сравним кинетические энергии электрона, прошедшего заданные в условии задачи разности потенциалов $U_1 = 51$ В и $U_2 = 510$ кВ, с энергией покоя электрона и в зависимости от этого решим вопрос, какую из формул (4) и (5) следует применить для вычисления длины волны де Бройля.

Как известно, кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов U ,

$$T = |e|U.$$

В первом случае $T_1 = |e|U_1 = 51 \text{ эВ} = 0,51 \cdot 10^{-4} m_0 c^2$, что много меньше энергии покоя электрона $T_0 = m_0 c^2 = 0,51 \text{ МэВ}$. Следовательно, можно применить формулу (4).

Для упрощения расчетов заметим, что $T_1 = 10^{-4} m_0 c^2$. Подставив это выражение в формулу (4), перепишем ее в виде:

$$\lambda_1 = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0 \cdot 10^{-4} m_0 c^2}} = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2\pi\hbar}{m_0 c}.$$

Учитывая, что $\left[\frac{2\pi\hbar}{m_0 c} \right]$ – комптоновская длина волны λ_C , получим:

$$\lambda_1 = (10^2 / \sqrt{2}) \lambda_C.$$

Так как $\lambda_C = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$, то

$$\lambda_1 = \frac{10^2}{\sqrt{2}} \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 172 \text{ пм}.$$

Во втором случае кинетическая энергия $E_2 = |e|U_2 = 510 \text{ кэВ} = 0,51 \text{ МэВ}$, т.е. равна энергии покоя электрона. Следовательно, необходимо применить релятивистскую формулу (5).

Учитывая, что $T_2 = 0,51 \text{ МэВ} = m_0 c^2$, по формуле (5) найдем

$$\lambda_2 = \frac{2\pi\hbar}{\frac{1}{c} \sqrt{(2m_0 c^2 + m_0 c^2) m_0 c^2}} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{3} m_0 c}, \quad \text{или} \quad \lambda_2 = \frac{\lambda_C}{\sqrt{3}}.$$

Подставив значение λ_C в последнюю формулу и произведя вычисления, получим $\lambda_2 = 1,4 \text{ пм}$.

Задача 5.2.11. Кинетическая энергия T электрона в атоме водорода составляет величину порядка 10 эВ. Используя соотношение неопределенностей, оценить минимальные линейные размеры атома.

Решение. Неопределенность координаты и импульса электрона связаны соотношением

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar, \quad (1)$$

где Δx – неопределенность координаты электрона; Δp – неопределенность его импульса.

Из этого соотношения следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределенным становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределенностью $\Delta x = l/2$. Соотношение неопределенностей (1) можно записать в этом случае в виде $(l/2) \cdot \Delta p \geq \hbar$, откуда

$$l \geq 2 \hbar / (\Delta p). \quad (2)$$

Физически разумная неопределенность импульса Δp не должна превышать значения самого импульса p , т. е. $\Delta p \leq p$.

Импульс p связан с кинетической энергией T соотношением $p = \sqrt{2mT}$. Заменим Δp значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличит l). Переходя от

неравенства (2) к равенству, получим

$$l_{\min} = 2\hbar / \sqrt{2mT}.$$

Подставив числовые значения и произведя вычисления, найдем

$$l_{\min} = 124 \text{ пм}.$$

Задача 5.2.12. При определении периода полураспада $T_{1/2}$ коротко живущего радиоактивного изотопа использован счетчик импульсов. За время $\Delta t = 1$ мин в начале наблюдения ($t = 0$) было насчитано $\Delta n_1 = 250$ импульсов, а по истечении времени $t = 1$ ч – $\Delta n_2 = 92$ импульса. Определить постоянную радиоактивного распада λ и период полураспада $T_{1/2}$ изотопа.

Решение. Число импульсов Δn , регистрируемых счетчиком за время Δt , пропорционально числу распавшихся атомов ΔN .

Таким образом, при первом измерении

$$\Delta n_1 = k \Delta N_1 = k N_1 (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (1)$$

где N_1 – количество радиоактивных атомов к моменту начала отсчета; k – коэффициент пропорциональности (постоянный для данного прибора и данного расположения прибора относительно радиоактивного изотопа).

При повторном измерении (предполагается, что расположение приборов осталось прежним)

$$\Delta n_2 = k \Delta N_2 = k N_2 (1 - e^{-\lambda \Delta t}), \quad (2).$$

где N_2 – количество радиоактивных атомов к моменту начала второго измерения.

Разделив соотношение (1) на выражение (2) и приняв во внимание, что по условию задачи Δt одинаково в обоих случаях, а также что N_1 и N_2 связаны между собой соотношением $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$, получим

$$\frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = e^{\lambda t}, \quad (3)$$

где t – время, прошедшее от первого до второго измерения. Для вычисления λ выражение (3) следует прологарифмировать: $\ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2} = \lambda t$, откуда

$$\lambda = \frac{1}{t} \ln \frac{\Delta n_1}{\Delta n_2}.$$

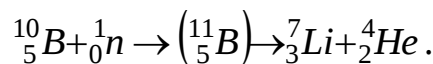
Подставив числовые данные, получим постоянную радиоактивного распада, а затем и период полураспада:

$$\lambda = \frac{1}{1} \ln \frac{250}{92} \text{ ч}^{-1} = 1 \text{ ч}^{-1};$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{1} \text{ ч} = 41,5 \text{ мин}.$$

Задача 5.2.13. Определить энергию реакции $^{10}\text{B}(n, \alpha) ^7\text{Li}$, протекающей в результате взаимодействия весьма медленных нейтронов с покоящимися ядрами бора. Найти также кинетические энергии продуктов реакции.

Решение. Реакция $^{10}\text{B}(n, \alpha) ^7\text{Li}$ состоит в следующем. Ядро бора $^{11}_5\text{B}$, поглотив медленный нейтрон 1_0n , превращается в промежуточное ядро $^{11}_5\text{B}^*$. Последнее, будучи возбужденным, испускает α -частицу (т. е. ядро гелия ^4_2He), превращаясь в ядро лития ^7_3Li . В развернутом виде реакция записывается так:



Энергию реакции Q найдем по формуле

$$Q = c^2 \left[(m_{^{10}\text{B}} + m_n) - (m_{^7\text{Li}} + m_{^4\text{He}}) \right].$$

Заменив массы покоя ядер атомов массами покоя самих атомов, значения которых даны в таблицах, получим:

$$Q = 931 \cdot (10,01294 + 1,00667 - 7,01601 - 4,00260) \text{ МэВ} = 2,80 \text{ МэВ}.$$

Чтобы найти кинетические энергии продуктов реакции – ядра лития ^7Li и α -частицы, применим закон сохранения релятивистской энергии, записанный в форме

$$\sum T + Q = \sum T', \quad (1)$$

где $\sum T$ – сумма кинетических энергий частиц до реакции; $\sum T'$ – сумма кинетических энергий продуктов реакции.

Из условия задачи следует, что величиной $\sum T$ можно пренебречь. Тогда получим, что сумма кинетических энергий частиц ${}^7\text{Li}$ и ${}^4\text{He}$ равна

$$T_{\text{Li}} + T_{\text{He}} = Q \quad (2)$$

Чтобы составить второе уравнение, связывающее неизвестные T_{Li} и T_{He} применим закон сохранения импульса. Полагая суммарный импульс частиц до реакции равным нулю, приходим к выводу, что и после реакции он должен быть равен нулю:

$$\vec{p}_{\text{Li}} + \vec{p}_{\text{He}} = 0.$$

Отсюда для модулей импульсов имеем

$$p_{\text{Li}} = p_{\text{He}}.$$

Переходя от импульсов частиц к их кинетическим энергиям $p = \sqrt{2mT}$, получим, что

$$m_{\text{Li}} T_{\text{Li}} = m_{\text{He}} T_{\text{He}}.$$

(3)

Решив систему из уравнений (2), (3), определим:

$$T_{\text{Li}} = Q m_{\text{He}} / (m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}); \quad T_{\text{He}} = Q m_{\text{Li}} / (m_{\text{Li}} + m_{\text{He}}).$$

Округлив значения масс ядер m_{Li} , m_{He} до целых чисел, получим:

$$T_{\text{Li}} = 4Q/11 = 1,02 \text{ МэВ}; \quad T_{\text{He}} = 7Q/11 = 1,78 \text{ МэВ}.$$

5.3. Контрольная работа № 4. Квантовая оптика. Элементы квантовой механики и атомной физики.

Для получения варианта задания, номеров задач по контрольной работе № 4 необходимо обратиться к ведущему преподавателю.

1. Мощность излучения абсолютно черного тела $N = 34$ кВт.

Определить температуру T этого тела, если известно, что его поверхность $S = 0,6 \text{ м}^2$.

2. Определить энергетическую светимость абсолютно черного тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 484 \text{ нм}$.

3. Мощность излучения абсолютно черного тела $P = 10$ кВт.

Определить площадь S излучающей поверхности тела, если максимум спектральной плотности его энергетической светимости приходится на длину волны $\lambda = 700 \text{ нм}$.

4. Определить длину волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости абсолютно черного тела, имеющего температуру $T = 310 \text{ К}$.

5. При нагревании абсолютно черного тела длина волны λ , на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась от 690 до 500 нм. Определить во сколько раз увеличилась при этом энергетическая светимость R_λ тела.

6. Определить температуру T и энергетическую светимость R_λ абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны $\lambda = 600$ нм.

8. Максимальная спектральная плотность энергетической светимости $(r_{\lambda, T})_{\max}$ абсолютно черного тела равна $4,16 \cdot 10^{11} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$. Определить на какую длину волны λ_m она приходится.

9. Мощность P излучения шара радиусом $R = 10$ см при некоторой постоянной температуре T равна 1 кВт. Определить эту температуру, считая шар серым телом с коэффициентом черноты $a_T = 0,25$.

10. Вследствие изменения температуры абсолютно черного тела максимум спектральной плотности $(r_{\lambda, T})_{\max}$ сместился $\lambda_1 = 2,4$ мкм на $\lambda_2 = 0,8$ мкм. Определить как и во сколько раз изменились энергетическая светимость R_λ тела и максимальная спектральная плотность энергетической светимости.

11. На фотоэлемент с катодом из лития падает излучение с длиной волны $\lambda = 200$ нм. Определить наименьшее значение задерживающей разности потенциалов, которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

12. На металлическую пластину направлен монохроматический пучок света с частотой $\nu = 7,3 \cdot 10^{14}$ Гц. Красная граница фотоэффекта для данного материала $\lambda_0 = 560$ нм. Определить максимальную скорость фотоэлектронов.

13. Под действием монохроматического излучения из металла с работой выхода 2 эВ вылетают фотоэлектроны с максимальной энергией 1,5 эВ. Какова длина волны этого излучения? $h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ эВ} \cdot \text{с}$.

14. Фотоны с энергией $\epsilon = 4,9$ эВ вырывают электроны из металла с работой выхода $A = 4,5$ эВ. Определить максимальный импульс $p_{\max}$, передаваемый поверхности металла при вылете каждого электрона.

15. Длина волны света, соответствующая красной границе фотоэффекта, для некоторого металла $\lambda_0 = 275$ нм. Определить минимальную энергию ϵ фотона, вызывающего фотоэффект.

16. Определить частоту ν света, вырывающего из металла электроны, которые полностью задерживаются разностью потенциалов $U = 3$ В. Фотоэффект начинается при частоте света $\nu_0 = 6 \cdot 10^{14}$ Гц. Определить работу выхода A электрона из металла.

17. Определите массу фотона с длиной волны 100 нм.

18. Определить максимальную скорость $v_{\max}$ фотоэлектронов, вылетающих из металла при облучении γ - фотонами с энергией $\varepsilon = 1,53$ МэВ.

19. Определить длину волны λ ультрафиолетового излучения, падающего на поверхность некоторого металла, при максимальной скорости фотоэлектронов, равной 10 Мм/с. Работой выхода электронов из металла пренебречь.

20. На поверхность металла падает монохроматический свет с длиной волны $\lambda = 0,1$ мкм. Красная граница фотоэффекта $\lambda_0 = 0,3$ мкм. Определить какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии.

21. Фотон с энергией $\varepsilon = 10$ эВ падает на серебряную пластину и вызывает фотоэффект. Какую задерживающую разность потенциалов нужно приложить, чтобы прекратился фототок?

22. На поверхность лития падает монохроматический свет ($\lambda = 310$ Нм). Чтобы прекратить эмиссию электронов, нужно приложить задерживающую разность потенциалов U не менее 1,7 В. Определить работу выхода A .

23. Определить коэффициент отражения поверхности, если при энергетической освещенности $E_e = 120$ Вт/м² давление света на нее равно $P = 0,5$ мкПа.

24. Монохроматическое излучение с длиной волны $\lambda = 500$ нм падает нормально на плоскую зеркальную поверхность и давит на нее с силой $F = 10$ мН. Определить число n фотонов, ежесекундно падающих на эту поверхность.

25. Параллельный пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 662$ нм падает на зачерненную поверхность и производит на нее давление $P = 0,3$ мкПа. Определить концентрацию фотонов n в световом пучке.

26. Определите импульс фотона, длина волны которого $4,41 \cdot 10^{-7}$ м?

27. Давление P монохроматического света с длиной волны $\lambda = 600$ нм на черную поверхность, расположенную перпендикулярно падающим лучам, равно $0,1$ мкПа. Определить число N фотонов, падающих за время $t = 1$ с на поверхность площадью $S = 1$ см².

28. На зеркальную поверхность площадью $S = 6$ см² падает нормально поток излучения $\Phi_e = 0,8$ Вт. Определить давление P и силу давления F света на эту поверхность.

29. Свет падает нормально на зеркальную поверхность, находящуюся на расстоянии $r = 10$ см от конечного изотропного излучателя. Определить при какой мощности N излучателя давление P на зеркальную поверхность будет равным 1 мПа.

30. Определить энергетическую освещенность E_e зеркальной поверхности, если давление P , производимое излучением, равно 40 мкПа. Излучение падает нормально к поверхности.

31. На зеркальную поверхность площадью $S = 66$ мм² падает нормально поток излучения $\Phi_e = 0,8$ Вт. Определить давление и силу давления света на эту поверхность. $p = 8,08 \cdot 10^{-5}$ Па; Сила $= 5,3 \cdot 10^{-9}$ Н?

32 Давление света с длиной волны $\lambda = 400$ нм, падающего нормально на черную поверхность, равно 2 нПа. Определить число фотонов, падающих за время $t = 10$ с на площадь $S = 1$ мм² этой поверхности.

33. На поверхность площадью $S = 0,01$ м² в единицу времени падает световая энергия $W = 1,05$ Дж/с. Определить световое давление в случаях, когда поверхность полностью отражает и полностью поглощает падающие на нее лучи.

34. Определить энергию ε фотона, испускаемого при переходе электрона в атоме водорода с третьего энергетического уровня на основной.

35. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6$ нм. Определить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода. Радиус боровской орбиты атома водорода

36. Определить по теории Бора радиус r_2 второй стационарной орбиты и скорость v_2 электрона на этой орбите для атома водорода.

37. Определить изменение энергии ΔE электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с частотой $\nu = 6,28 \cdot 10^{14}$ Гц.

38. Определить во сколько раз изменится период T вращения электрона в атоме водорода, если при переходе в невозбужденное состояние атом излучил фотон с длиной волны $\lambda = 97,5$ нм.

39. Определить насколько изменилась кинетическая энергия электрона в атоме водорода при излучении атомом фотона с длиной волны $\lambda = 435$ нм.

40. В однократно ионизованном ионе лития электрон перешел с четвертого энергетического уровня на второй. Определить длину волны λ излучения, испущенного ионом лития.

41. Электрон в атоме водорода находится на третьем энергетическом уровне. Определить кинетическую T , потенциальную U и полную E энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

42. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией $T = 10$ эВ. Определить энергию ϵ фотона.

43. Не возбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны $\lambda = 102,6$ нм. Определить, пользуясь теорией Бора, радиус r электронной орбиты возбужденного атома водорода.

44. Определить энергию, которую необходимо сообщить электрону, чтобы его дебройлевская длина волны уменьшилась от $\lambda_1 = 0,2$ нм до $\lambda_2 = 0,1$ нм.

45. Определить наиболее вероятную дебройлевскую длину волны λ молекул азота, содержащихся в воздухе при комнатной температуре.

46. Определить с какой скоростью движется электрон, если длина волны де Бройля λ электрона равна его комптоновской длине волны λ_c .

47. Электрон движется по окружности радиусом $r = 0,5$ см в однородном магнитном поле с индукцией $B = 8$ мТл. Определить длину волны де Бройля λ электрона.

48. Определить какую ускоряющую разность потенциалов U должен пройти электрон, чтобы длина волны де Бройля λ была равна $0,1$ нм

49. Электрон движется со скоростью $v = 200$ км/с. Определить длину волны де Бройля для такого электрона, учитывая изменение массы электрона в зависимости от скорости.

50. Определить длины волн де Бройля α – частицы и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов $U = 1$ кВ.

51. Кинетическая энергия электрона равна удвоенному значению его энергии покоя. Определить длину волны де Бройля для такого электрона.

52. Электрон обладает кинетической энергией $T = 1,02$ МэВ. Определить во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия электрона уменьшится вдвое.

53. Протон обладает кинетической энергией $T = 1$ кэВ. Определить дополнительную энергию, которую нужно сообщить протону для того, чтобы длина волны де Бройля уменьшилась в 3 раза.

54. Оценить с помощью соотношения неопределенностей минимальную кинетическую энергию электрона, движущегося внутри сферы радиусом $R = 0,05$ мм.

55. Электрон с кинетической энергией $T = 15$ эВ находится в металлической пылинке диаметром $d = 1$ мкм. Оценить относительную неточность $\frac{\Delta v}{v}$, с которой может быть определена скорость электрона.

56. Определить какова должна быть кинетическая энергия T протона в моноэнергетическом пучке, используемого для исследования структуры с линейными размерами $l \approx 10^{-13}$ см.

57. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину l одномерного потенциального ящика, в котором минимальная энергия электрона $E_{min} = 10$ эВ.

58. Приняв, что минимальная энергия нуклона в ядре равна $T = 10$ МэВ, оценить, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.

59. Используя соотношение неопределенностей, оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома $l \approx 0,1$ нм.

60. Альфа-частица находится в бесконечно глубоком одномерном прямоугольном потенциальном ящике. Используя соотношение неопределенностей, оценить ширину ящика, если известно, что минимальная энергия α – частицы $E_{min} = 8$ МэВ.

61. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определить относительную неточность $\frac{\Delta p}{p}$ импульса этой частицы.

62. Используя соотношение неопределенностей, оценить наименьшие ошибки Δv в определении скорости электрона и протона, если координаты центра масс этих частиц могут быть установлены с неопределенностью $\Delta x = 1$ мкм.

63. Определить неточность Δx в определении координаты электрона, движущегося в атоме водорода со скоростью $v = 1,5 \cdot 10^6$ м/с, если допускаемая неточность Δv в определении скорости составляет 10 % от ее величины. Сравнить полученную неточность с диаметром атома водорода, вычисленным по теории Бора для основного состояния, и указать, применимо ли понятие траектории в данном случае.

64. Определить, какая часть начального количества атомов распадается за один год в радиоактивном изотопе тория Th^{229} .

65. Определить, какая часть начального количества атомов радиоактивного актиния Ac^{225} останется через 5 суток.

66. За один год начальное количество радиоактивного изотопа уменьшилось в 3 раза. Определить, во сколько раз оно уменьшится за два года.

67. Определить, за какое время t распадается 0,25 начального количества ядер радиоактивного изотопа, если период его полураспада $T_{1/2} = 24$ ч.

68. За время $t = 8$ сут. Распалось 0,75 начального количества ядер радиоактивного изотопа. Определить период полураспада $T_{1/2}$.

69. Период полураспада $T_{1/2}$ радиоактивного нуклида равен 1 ч. Определить среднюю продолжительность τ жизни этого нуклида.

70. Определить, какая часть начального количества радиоактивного нуклида распадается за время t , равное средней продолжительности τ жизни этого нуклида.

71. Определить число N ядер, распадающихся в течение времени $t = 1$ мин. в радиоактивном изотопе фосфора P_{15}^{32} массой $m = 1$ мг.

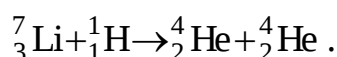
72. Некоторый радиоактивный изотоп имеет постоянную распада

$\lambda = 4 \cdot 10^{-7} \text{ с}^{-1}$. Определить, через какое время t распадается 75 % первоначальной массы m атомов.

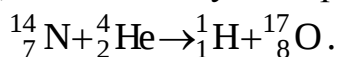
73. Оцените, во сколько примерно раз диаметр атома больше диаметра его ядра.

74. Определить постоянную распада λ радона, если известно, что число атомов радона уменьшается за время $t = 1$ сут. на 18,2 %.

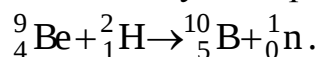
75. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



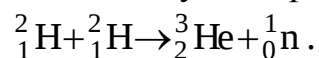
76. Вычислить энергию Q , поглощающуюся при реакции



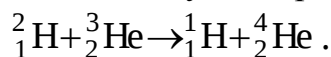
77. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



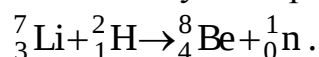
78. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



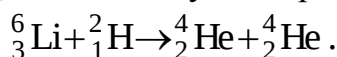
79. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



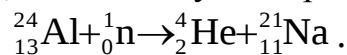
80. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



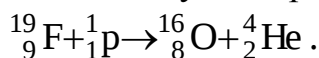
81. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



82. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



83. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции



84. Вычислить энергию Q , выделяющуюся при реакции

