

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Практическая работа №1

Обработка экспериментальных данных при технических прямых и косвенных измерениях

Практическое занятие рассчитано на 4–5 академических часов.

Цель работы: научиться обрабатывать экспериментальные данные при технических измерениях.

В начале занятия решается несколько типовых задач.

Задача 1

В результате измерений силы тока цифровым миллиамперметром получен ряд значений:

10,3924 мА, 10,2123 мА, 9,8534 мА, 9,7754 мА, 10,1545 мА, 9,9921 мА.

Определить среднее значение и абсолютную и относительную погрешности силы тока при доверительной вероятности $\alpha=0,95$.

Решение

Среднее значение определяем по зависимости (2)

$$I_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^n I_i}{n} = 10,0634 \text{ мА} .$$

Округление до четвертого знака после запятой произведено, так как точность среднего значения не может быть выше точности результатов исходных измерений.

Среднее квадратичное отклонение полученного результата определяем по формуле (5)

$$\sigma_{I_{\text{cp}}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (I_{\text{cp}} - I_i)^2}{n(n-1)}} = 0,0950 \text{ мА}.$$

Для расчета абсолютной погрешности воспользуемся формулой (7). Входящий в формулу коэффициент Стьюдента $t_{\alpha, n-1}$ берем в таблице распределения (приложение 2) по доверительной вероятности 0,95 и числу степеней свободы $n-1=5$, $t_{0,95,5} = 2,571$.

Рассчитываем абсолютную погрешность

$$\Delta I = \sigma_{I_{\text{cp}}} t_{0,95,5} = 0,2443 \text{ мА}.$$

Округляем результат до второй значащей цифры абсолютной погрешности:

$$I = 10,06 \pm 0,24 \text{ мА}.$$

Находим относительную погрешность по формуле (9):

$$\varepsilon = \frac{\Delta I}{I_{\text{cp}}} \cdot 100\% = \frac{0,24}{10,06} \cdot 100\% = 2,4\%.$$

Таким образом, можно сказать, что измеренное значение силы тока равно $(10,06 \pm 2,4\%) \text{ мА}$.

Задача 2

Прибор для измерения длин волн электромагнитного излучения аттестуется по стандартному излучению $\lambda_{\text{ст}}=546,07 \text{ нм}$. При семи измерениях получены результаты: 546,06 нм, 546,05 нм, 546,08 нм, 546,07 нм, 546,05 нм, 546,07 нм, 546,06 нм. Оценить систематическую погрешность измерений и ширину доверительного интервала при доверительной вероятности 0,95.

Решение

Определяем среднее значение полученных результатов измерений по зависимости (2):

$$\lambda_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{n} = 546,06 \text{ нм.}$$

Разница между истинным значением измеряемой величины и средним значением результатов измерений и будет систематической погрешностью:

$$\Delta\lambda_{сист} = \lambda_{эм} - \lambda_{cp} \approx 0,01.$$

Ширину доверительного интервала – $2\Delta\lambda$ определяем как в предыдущей задаче:

$$\sigma_{\lambda_{cp}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_{cp} - \lambda_i)^2}{n(n-1)}} = 0,0042 \text{ нм},$$

$$\Delta\lambda = \sigma_{\lambda_{cp}} t_{0.95,6} = 0,01 \text{ нм}.$$

Таким образом, ширина доверительного интервала составляет $2\Delta\lambda=0,02$ нм.

Задача 3

При измерении времени истечения жидкости через капилляр вискозиметра получено 8 различных значений: 154,1 с; 154,4 с; 154,7 с; 154,8 с; 155,2 с; 154,3 с; 154,3 с; 154,2 с. Проверить, является ли пятое измерение промахом?

Решение

Выберем доверительную вероятность $\alpha = 0,95$. Исключим из набора значение $t_5 = 155,2$ с. Вычислим среднее статистическое остальных семи значений по формуле (15):

$$t_{cp1} = \frac{\sum_{i=1}^{n, n \neq 5} t_i}{n-1} = 154,4 \text{ с.}$$

Для $\alpha=0,95$ и числа степеней свободы $8-2=6$ извлечем из таблицы значение коэффициента Стьюдента $t_{0,95,6} = 2,447$.

Рассчитываем ширину интервала по формуле (16):

$$\Delta t_1 = 3 \cdot \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n, i \neq k} (t_i - t_{cp1})^2}{(n-2)}} \approx 0,81 \text{ с.}$$

Отклонение проверяемого измерения t_5 от среднего значения t_{cp} остальных результатов значительно превышает Δt_1 , поэтому величину t_5 следует признать промахом и исключить из набора результатов.

Задача 4

Диаметр цилиндра измерялся пять раз микрометром с приборной погрешностью $\delta = 0,01$ мм. При этом были получены следующие числовые значения: 15,32 мм; 15,31 мм; 15,29 мм; 15,31 мм; 15,32 мм. Требуется определить абсолютную и относительную погрешности измерения диаметра d , а также границы доверительного интервала для заданной доверительной вероятности $\alpha=0,95$.

Решение

Сначала рассчитываем среднее значение диаметра по формуле (2) и получаем:

$$d_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n d_i}{n} = 15,31 \text{ мм.}$$

Прежде чем вычислять Δd , следует провести предварительный анализ данных.

Все разности $(d_{cp}-d_i)$ по абсолютной величине соизмеримы с δ , следовательно, необходимо учесть и случайную, и приборную составляющие погрешности. По формуле (5) получаем:

$$\sigma_{d_{cp}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i - d_{ch})^2}{n(n-1)}} = 0,006 \text{ мм}.$$

Выбираем доверительную вероятность (надежность) 0,95. Так как серия измерений содержит пять значений, то коэффициент Стьюдента следует брать для числа степеней свободы равного 4. Из таблицы коэффициентов Стьюдента извлекаем значение $t_{0,95;4}=2,776$.

Для той же доверительной вероятности 0,95 и для бесконечного числа степеней свободы значение коэффициента Стьюдента $t_{0,95;\infty} = 1,960$. Далее рассчитываем по формуле (12):

$$d = d_{cp} \pm \sqrt{\left(t_{\alpha,n-1}\sigma_{d_{cp}}\right)^2 + \left(t_{\alpha,\infty}\frac{\delta}{3}\right)^2} = 15,31 \pm 0,02 \text{ мм}.$$

Эта запись означает, что истинное значение диаметра цилиндра с вероятностью 0,95 находится внутри доверительного интервала с границами (15,29 мм;15,33 мм).

Относительную погрешность считаем по зависимости (9):

$$\varepsilon_d = \frac{\Delta d}{d_{cp}} \cdot 100\% = 0,11\%.$$

Таким образом, можно записать результат:

$$d = 15,31 \text{ мм} \pm 0,11\%.$$

Задача 5

Определяется количество выделившегося в химической реакции водорода путем косвенных измерений, количество водорода рассчитывается по уравнению Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT .$$

В результате измерений получены следующие величины:

$$p = 795 \pm 1 \text{ мм рт.ст.}, T = 293 \pm 0,1 \text{ К}, V = 19,2 \pm 0,1 \text{ мл.}$$

Определить количество водорода и абсолютную погрешность измерений.

Решение

Переведем данные измерений в единицы СИ:

$$p = 106050 \pm 130 \text{ Па},$$

$$V = 1,92 \cdot 10^{-5} \pm 10^{-7} \text{ м}^3 .$$

Выведем формулу для расчета количества водорода:

$$\nu = \frac{pV}{RT} ,$$

где p – давление, Па;

V – объем, м^3 ;

T – температура, К;

R – универсальная газовая постоянная – 8,31 Дж/(моль К);

ν – количество вещества, моль.

Рассчитываем количество водорода :

$$\nu_{H_2} = \frac{106050 \text{ Па} \cdot 1,92 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3}{8,3144 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 293 \text{ К}} = 8,36 \cdot 10^{-4} \text{ моль} .$$

Выведем формулу для расчета погрешности:

$$\Delta \nu = \sqrt{\left(\frac{\partial \nu}{\partial p}\right)^2 (\Delta p)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial V}\right)^2 (\Delta V)^2 + \left(\frac{\partial \nu}{\partial T}\right)^2 (\Delta T)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(\frac{V}{RT}\right)^2 (\Delta p)^2 + \left(\frac{p}{RT}\right)^2 (\Delta V)^2 + \left(-\frac{pV}{RT^2}\right)^2 (\Delta T)^2}.$$

Рассчитываем значение погрешности $\Delta \nu = 4,5 \cdot 10^{-6}$ моль.

Окончательно получаем $\nu = 8,36 \cdot 10^{-4} \pm 4,5 \cdot 10^{-6}$ моль.

Задание:

Студентам предлагается самостоятельно решить семь аналогичных задач по одному из вариантов из Приложений 5–9. Номер варианта каждому студенту указывает преподаватель. Необходимо обратить внимание на соблюдение точности расчетов.

Содержание отчета:

1. Титульный лист.
2. Задание.
3. Решение задач.
4. Список использованных источников.

Отчеты представляются преподавателю в распечатанном или электронном виде.

Практическая работа №2

Планирование эксперимента и статистическая обработка его результатов

Практическое занятие рассчитано на 4–5 академических часов.

Цель работы: научить студентов планировать полный факторный эксперимент и получать уравнение регрессии по его результатам.

ТАБЛИЦА t-РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

t- случайная величина, распределенная по закону Стьюдента с числом
степеней свободы n.

n\α	0,99	0,95	0,90	0,80	0,50	0,20
1	63,657	12,706	6,314	3,078	0,727	0,325
2	9,935	4,303	2,920	1,886	0,617	0,289
3	5,841	3,182	2,353	1,638	0,584	0,277
4	4,604	2,776	2,132	1,533	0,569	0,271
5	4,032	2,571	2,015	1,476	0,559	0,67
6	3,707	2,447	1,943	1,440	0,553	0,265
7	3,499	2,365	1,895	1,415	0,549	0,263
8	3,355	2,306	1,860	1,397	0,546	0,262
9	3,250	2,262	1,833	1,383	0,543	0,261
10	3,169	2,228	1,812	1,372	0,542	0,260
11	3,106	2,201	1,796	1,363	0,540	0,260
12	3,055	2,119	1,782	1,356	0,539	0,259
13	3,012	2,160	1,771	1,350	0,538	0,259
14	2,977	2,145	1,761	1,345	0,537	0,258
15	2,947	2,131	1,753	1,341	0,536	0,258
16	2,921	2,120	1,746	1,337	0,535	0,258
18	2,878	2,101	1,734	1,330	0,534	0,257
20	2,845	2,086	1,725	1,325	0,533	0,257
23	2,807	2,069	1,714	1,319	0,532	0,256
25	2,787	2,060	1,708	1,316	0,531	0,256
30	2,750	2,042	1,697	1,310	0,530	0,256
40	2,704	2,021	1,684	1,303	0,529	0,255

Окончание прил. 2

n\α	0,99	0,95	0,90	0,80	0,50	0,20
60	2,660	2,000	1,671	1,296	0,527	0,254
100	2,617	1,980	1,685	1,289	0,526	0,254
∞	2,576	1,960	1,645	1,282	0,524	0,253

Примечание. Допускается интерполяция только по аргументу n. Погрешность линейной интерполяции не превышает 0,007.

Приложение 5

В результате измерений силы тока миллиамперметром получен ряд значений, представленный в таблице ниже. Определим среднее значение, абсолютную и относительную погрешности и доверительный интервал при доверитель-

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
1	36,977	37,184	37,059	36,537	36,663	38,859	36,819	36,788	36,424	
	110,21	109,57	107,39	108,45	106,67	108,73	107,82	108,8	106,57	109,08
	0,0298	0,03	0,0299	0,0301	0,03					
2	37,508	38,688	37,833	39,426	38,261	37,508	38,554	37,103		
	106,14	109,69	108,76	108,11	108,21	108,85	108,04	105,36	108,67	105,08
	0,0297	0,0301	0,0297	0,0302	0,0299	0,0298	0,0298	0,0299	0,0301	
3	37,515	38,044	38,761	36,165	36,79	36,138	37,303	36,785	38,671	37,68
	108,68	107,08	108,84	107,92	108,59	108,84	106,73			
	0,0302	0,0301	0,0297	0,0298	0,0299	0,03	0,0298	0,0303	0,03	

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
4	0,0303	0,0301	0,0298	0,0298	0,03	0,0301	0,03	0,0301	0,0302	
	35,646	37,541	38,957	36,134	36,786	37,764	37,075	37,368	36,979	36,076
	109,1	109,63	108,74	108,61	107,38	107,59	107,3	107,09		
5	0,0302	0,0298	0,0296	0,0302	0,0299	0,0296	0,0296	0,0295	0,0304	0,0304
	37,269	36,57	37,007	36,607	36,089	36,901				
	107,06	110,06	108,55	106,71	105,94	106,38	108,9	107,89	107,36	
6	0,03	0,0299	0,0299	0,0298	0,0299	0,0296				
	39,494	36,629	36,553	36,786	37,94	35,636	36,701	37,434		
	106,84	107,12	107,22	110,63	109,06	109,09	109,13	109,76	107,85	106,37
7	0,03	0,03	0,0302	0,0299	0,0298	0,03	0,03	0,03		
	0,0303	0,0301	0,0298	0,0298	0,03	0,0301	0,03	0,0301	0,0302	
	35,646	37,541	38,957	36,134	36,786	37,764	37,075	37,368	36,979	36,076

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
8	37,646	37,359	35,962	37,267	36,618	38,743				
	106,8	107,36	107,66	109,2	107,45	106,92	110,3	106,87	110,6	
	37,791	38,45	35,345	36,637	39,024	36,412	36,819	37,646	34,666	
9	106,74	108,43	108,31	108,46	107,89					
	0,0299	0,0299	0,0301	0,03	0,0304	0,0302	0,0302	0,0302	0,0297	0,0302
	38,011	38,049	37,148	37,599	35,663	37,479	37,147	36,972	38,873	37,112
10	105,04	107,73	109,04	108,48	106,78	107,92	107,9	106,77	107,63	
	0,0301	0,0299	0,0299	0,03	0,03	0,0301	0,0299	0,03	0,0303	
	36,85	37,83	36,229	38,115	37,896	35,607	36,95	36,664		
11	107,03	107,76	107,19	107,48						
	0,03	0,0299	0,0302	0,0297	0,0294	0,03	0,0298	0,0301	0,03	
	38,782	35,257	38,354	36,993	35,819	36,099	35,864			

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
12	37,976	35,713	39,351	37,653	37,375	38,144	38,783	36,546		
	109,21	108,47	108,99	107,88	108,23	107,65	112,46	108,75	107,22	107,04
	0,0303	0,03	0,03	0,0301	0,0298	0,0298	0,0303	0,0302	0,0302	0,0301
13	37,468	36,455	38,513	36,565	35,273	37,12	37,003	37,539	35,954	37,768
	107,75	108,63	111,37	108,6	108,16	107,92	108,12			
	0,0303	0,0302	0,0299	0,0297	0,0302	0,03	0,0301	0,0303	0,03	0,0299
14	37,291	35,956	36,592	36,806	37,962	36,573	36,01	37,065	38,093	36,225
	105,92	105,47	107,23	106,26	107,12	108,47	109,84	107,41		
	0,0301	0,0299	0,03	0,0299	0,0305	0,0298	0,0304			
15	35,263	37,629	35,759	37,257	37,138					
	107,09	108,82	108,54	107,62	107,84	107,26	108,88	107,07	106,68	
	0,0299	0,0299	0,0305	0,0297	0,03	0,0301	0,0301	0,03	0,03	0,0299

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
16	35,298	36,754	38,308	37,332	36,565	35,427	37,868			
	107,22	108,25	106,95	109,26	109,92	108,79	107,53	107,72	108,43	
	0,0301	0,0299	0,0301	0,0298	0,03	0,0298	0,03	0,0303		
17	36,91	36,146	38,562	36,914	36,764	37,521	37,483	36,56		
	107,46	109,35	107,07	107,43	107,77	109,14	109,17	110,54	108,95	106,81
	0,0298	0,03	0,03	0,0302	0,0299	0,0301	0,0299	0,0299	0,0299	0,0304
18	37,05	37,584	37,447	38,564	37,391	36,491	37,986	37,186		
	108,98	107,99	108,76	108,25	108,23	109,08	108,05			
	0,0299	0,0301	0,0301	0,0299	0,03	0,0297	0,03			
19	37,041	35,5	37,909	38,422	37,525	36,691	36,416	37,782	37,046	36,344
	107,24	108,32	107,06	106,76	107,54	109,64	108,53	108,83	107,33	
	0,0302	0,0302	0,0297	0,0302	0,0301	0,0297	0,03	0,03	0,0298	0,03

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
20	36,494	37,798	37,579	37,442	36,025	36,284	37,535	36,949	36,101	36,821
	107,46	108,73	108,94	108,3	108,66	107,74	109,17			
	0,03	0,0299	0,0302	0,0297	0,0301	0,0301	0,0301	0,0298		
21	35,52	35,017	36,279	37,191	37,75	37,028	37,385	36,76		
	107,52	108,63	108,58	107,72	108,14	107,57				
	0,0299	0,0299	0,0301	0,0299	0,0299	0,0303	0,0306	0,03	0,03	0,0296
22	38,359	37,203	37,302	36,089	37,464	36,538	36,741			
	107,84	107,99	108,7	107,2	108,65	105,6	105,97	106,46	108,9	
	0,0297	0,0301	0,0297	0,03	0,0298	0,0301	0,0299			
23	37,098	35,653	35,962	33,917	35,945	36,646	36,099	37,484		
	109,18	108,73	108,99	105,82	108,17	107,81	107,41	107,46	108,75	104,52
	0,03	0,03	0,0301	0,0298	0,03	0,0303	0,0304	0,03	0,0298	

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
24	38,364	36,418	35,326	37,319	37,998	36,098	38,188	36,024	35,815	36,285
	108,29	107,93	106,79	107,38	107,92	110,21	109,52			
	0,03	0,0303	0,0298	0,03	0,0301	0,0298	0,0298	0,0302		
25	35,887	38,683	37,105	36,114	38,002	36,57	37,825	37,083	38,22	
	107,08	107,58	108,42	107,29	108,86	108,44	107,57			
	0,0299	0,0301	0,03	0,03	0,0303	0,0303	0,03	0,0298	0,0301	0,0302
26	37,717	37,045	37,163	36,067	35,008	37,644	37,85			
	107	107,63	110,52	106,62	110,71	107,43	108,33	107,88	106,57	
	0,03	0,0299	0,0298	0,0297	0,0302	0,0301	0,0303	0,0299	0,03	0,03
27	37,243	36,869	37,972	36,965	38,242	36,363	36,532	37,038		
	105,44	108,53	108,02	107,26	107,53	107,86	109,08	109,39		
	0,0301	0,0301	0,0302	0,03	0,0298	0,0301				

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
28	37,434	36,486	35,364	37,029	37,961	37,403	36,243	36,123	37,206	
	108,34	108,4	108,87	107,29	107,01	109,23	108,29	110,02		
	0,0294	0,0301	0,0304	0,0301	0,0299	0,0301	0,0303	0,03	0,0302	0,0298
29	37,032	36,361	36,698	38,242	37,387	36,166	36,965	36,601	35,409	38,47
	108,73	107,19	106,8	107,93	112,34	106,64	108,85	108	108,09	
	0,0299	0,0301	0,0297	0,03	0,0301	0,0303	0,0298	0,0299		
30	37,16	34,807	35,901	38,047	37,05	36,88	37,017			
	109,22	106,91	109,95	106,99	106,44	108,9	107,03	109,52	107,72	104,66
	0,0301	0,0299	0,0297	0,0299	0,0299	0,0297	0,0302	0,0304	0,0299	
31	37,778	36,958	37,01	35,231	36,612	37,514	36,512	36,104	37,089	36,171
	106,46	106,98	106,88	106,54	106,37	106,79	106,57	107,06	106,72	
	0,0297	0,0297	0,0302	0,0294	0,0298	0,03	0,03	0,0297		

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
32	36,553	36,753	36,449	36,288	37,307	36,933	35,945	37,524		
	106,09	106,31	106,28	106,26	106,39	106,72	106,44	106,12	106,5	
	0,03	0,03	0,0304	0,0299	0,0295	0,0301	0,0302	0,03	0,0293	0,0301
33	36,164	36,077	35,4	38,596	36,202	36,065	36,636	35,963		
	106,88	106,67	106,91	106,79	106,19	106,66	106,57	106,55	107,1	
	0,03	0,03	0,0297	0,03	0,0298	0,0303	0,0302			
34	36,728	37,853	35,62	36,738	36,859	36,781				
	105,69	106,1	106,35	106,97	107,25	106,94	106,3	106,51		
	0,0292	0,0296	0,0304	0,0306	0,0294	0,0296	0,0297	0,0301	0,0301	0,0296
35	36,352	35,712	34,929	36,361	37,38	36,149	33,972	36,847		
	106,55	106,63	106,38	106,32	106,56	106,41	106,22	107,15	105,88	
	0,0301	0,0301	0,0301	0,0294	0,0297	0,0301	0,0298	0,0298	0,0301	0,0303

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
36	35,774	37,491	36,572	35,943	36,32	35,085	36,041			
	106,6	106,1	106,81	106,55	106,61	105,89				
	0,0297	0,0297	0,0295	0,0297	0,0302	0,0302				
37	36,071	36,577	37,923	36,024	37,203	36,826	36,775	35,94	35,923	36,283
	106,14	107,08	106,33	106,18	106,56	106,63	106,66	107,13	106,85	
	0,0297	0,0301	0,0299	0,0305	0,0296	0,0302	0,0296	0,0293		
38	36,437	36,137	36,055	36,128	35,781	36,82	38,329	36,479	37,744	35,959
	106,42	107,3	106,98	106,41	106,74	106,71	107,49			
	0,0298	0,0294	0,0296	0,0296	0,0299	0,0304	0,0301	0,0299	0,0304	0,0302
39	35,996	37,115	37,396	37,424	37,279	37,699	36,82	36,012		
	107,05	105,85	105,93	107,18	106,21	107,3	106,78	106,98	106,68	
	0,0299	0,0304	0,0307	0,0298	0,0305	0,0299	0,0298	0,0303	0,0303	0,0293

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
40	37,497	35,694	36,729	37,155	37,673	36,436	36,46	35,684		
	106,88	105,8	106,87	106,85	105,97	106,43	105,97	106,85	105,72	
	0,0305	0,0296	0,0302	0,0298	0,0296	0,0301	0,03	0,03	0,0295	0,0303
41	36,717	36,567	36,063	36,64	37,149	36,637	36,969	36,806		
	106,29	106,44	106,23	107,18	106,28	106,45	106,58	106,75		
	0,0294	0,0294	0,0297	0,0304	0,0299	0,0302	0,0293	0,0297	0,0303	0,0299
42	36,276	36,612	35,271	35,683	36,67	38,002	36,285	35,281	36,454	
	106,44	106,85	106,8	106,64	106,49	105,78	106,34	106,32	106,46	106,33
	0,0298	0,03	0,0302	0,029	0,0301	0,0298	0,0296	0,0298		
43	36,894	35,155	37,144	36,138	34,808	35,395	36,395	36,04	35,212	36,101
	105,66	106,76	106,2	106,19	106,27	106,48	107,14	106,58		
	0,0295	0,0303	0,0292	0,0299	0,0295	0,0301	0,0298	0,0297	0,0299	

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
44	37,246	36,791	37,065	35,728	37,712	36,397	35,412	34,849	36,602	
	106,54	105,78	107,19	106,2	105,87	106,87	106,68	106,2	106,46	105,74
	0,0303	0,0295	0,0295	0,0298	0,0296	0,0302	0,0301			
45	35,494	36,157	35,997	35,877	37,268	35,499	36,716	35,87		
	105,94	106,4	107,04	106,5	106,93	106,25	106,63	106,18	106,4	106,61
	0,0294	0,03	0,03	0,0297	0,0297	0,0296	0,0298	0,0295		
46	36,491	36,087	35,576	37,106	36,329	37,766	35,687	35,956		
	106,24	107	106,06	106,26	106,88	106,5	106,66	106,1	106,09	
	0,0295	0,03	0,0299	0,0299	0,0298	0,0302	0,03	0,03	0,0295	0,0305
47	37,145	36,846	35,703	36,391	36,345	37,044				
	107,66	106,96	106,42	105,87	106,6	106,9	106,37	106,69		
	0,0299	0,0302	0,0299	0,0303	0,0296	0,0299	0,0293	0,0302	0,0294	0,03

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
48	36,202	36,569	37,237	36,504	37,292	36,945	35,497			
	106,47	106,47	106,47	106,53	106,72	106,21	106,99	106,37		
	0,0296	0,0304	0,0301	0,0297	0,03	0,0294	0,0298	0,0292	0,0296	0,0306
49	35,237	35,603	36,589	36,467	36,614	36,314	34,533			
	106,51	106,4	107,29	106,26	105,74	106,31				
	0,0303	0,0297	0,0297	0,0294	0,0302	0,0298	0,0301	0,0299	0,0298	0,0299
50	36,821	35,596	36,876	37,556	36,173	35,774	35,563	37,314	35,728	
	106,4	106,78	106,83	106,96	107,01	106,26	105,86	106,65	106,89	
	0,0295	0,0298	0,0302	0,03	0,0297	0,0295	0,0304	0,0307		
51	36,887	37,131	36,548	36,598	36,351	35,715	36,465	35,609	36,016	35,336
	106,86	106,58	106,56	106,48	105,8	106,53	106,39			
	0,0293	0,0303	0,0305	0,0294	0,0308	0,0302	0,0304	0,0296		

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
52	36,816	35,913	35,898	37,436	35,801	36,311	36,521	36,387	36,877	36,035
	106,44	106,79	105,75	106,6	106,84	106,64	106,32	106,92	106,42	
	0,0299	0,0298	0,0295	0,0292	0,0292	0,0294	0,0295			
53	36,901	37,298	37,223	35,947	36,368	36,051	35,434	36,389		
	106,29	106,6	106,13	106,48	106,18	106,41	106,61	107,09	106,67	
	0,0308	0,0297	0,0302	0,0303	0,0294	0,0297	0,0301	0,03	0,0295	0,0303
54	36,477	37,021	36,069	36,133	37,513	35,455	36,79	36,495	36,393	
	105,95	105,8	106,72	106,51	106,22	106,34	106,84			
	0,0298	0,0301	0,0294	0,0304	0,0293	0,0305	0,0298	0,0297		
55	36,878	36,052	37,193	37,782	36,905	36,037	36,468	36,717	36,593	
	106,3	107,88	106,18	106,51	107,04	105,84	106,72	106,41	105,98	106,97
	0,0303	0,0295	0,0297	0,0299	0,0298	0,0301	0,029	0,0298	0,0302	

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
56	36,961	37,16	36,193	35,6	36,652	36,933	36,413			
	105,86	106,61	107,17	105,98	106,31	107,32	106,36	106,66		
	0,0302	0,0297	0,03	0,0299	0,0296	0,0298	0,0301	0,0298	0,0299	0,0305
57	36,879	36,585	35,943	37,594	36,082	36,447	35,522	37,532	36,336	
	106,37	106,35	107,35	106,2	107,3	106,67	107,2			
	0,0298	0,0299	0,0299	0,0299	0,0297	0,03	0,0308	0,0298		
58	36,555	35,958	37,259	36,956	35,8	37,742	36,742	36,256	36,787	
	106,5	106,24	106,85	106,72	106,84	106,86	106,38	105,83	106,7	106,34
	0,0299	0,03	0,0301	0,0296	0,029	0,03	0,0297	0,0299		
59	35,218	37,347	36,352	35,925	37,244	36,495	37,228			
	106,45	106,69	107,18	106,32	106,06	106,32	106,43	106,43	107,2	
	0,0299	0,0301	0,03	0,03	0,0296	0,03	0,0303	0,0303	0,0291	0,0289

Приложение 6

Электронные лабораторные весы калибруются по эталонному грузу 0,001г
Проводится 6 измерений. Результаты в таблице ниже. Определить систематическую погрешность и доверительный интервал при доверительной вероятности 0,95

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	0,00123	0,00126	0,00129	0,00107	0,00120	0,00109
2	0,00115	0,00093	0,00093	0,00116	0,00096	0,00093
3	0,00116	0,00110	0,00114	0,00122	0,00116	0,00128
4	0,00117	0,00109	0,00126	0,00124	0,00115	0,00130
5	0,00095	0,00115	0,00127	0,00121	0,00096	0,00114
6	0,00120	0,00116	0,00122	0,00097	0,00116	0,00124
7	0,00109	0,00115	0,00123	0,00139	0,00121	0,00132
8	0,00104	0,00118	0,00091	0,00122	0,00118	0,00135
9	0,00102	0,00127	0,00112	0,00102	0,00111	0,00107
10	0,00119	0,00124	0,00122	0,00120	0,00121	0,00134
11	0,00112	0,00123	0,00097	0,00083	0,00112	0,00111
12	0,00119	0,00114	0,00154	0,00106	0,00120	0,00135
13	0,00115	0,00123	0,00113	0,00133	0,00106	0,00118
14	0,00127	0,00127	0,00099	0,00112	0,00118	0,00121
15	0,00116	0,00134	0,00130	0,00132	0,00112	0,00110
16	0,00114	0,00107	0,00128	0,00124	0,00086	0,00104
17	0,00117	0,00124	0,00108	0,00113	0,00095	0,00089
18	0,00132	0,00118	0,00109	0,00107	0,00096	0,00114
19	0,00101	0,00098	0,00086	0,00106	0,00123	0,00099
20	0,00108	0,00082	0,00119	0,00119	0,00113	0,00115
21	0,00134	0,00122	0,00113	0,00124	0,00122	0,00127
22	0,00141	0,00098	0,00120	0,00114	0,00101	0,00117
23	0,00107	0,00110	0,00112	0,00124	0,00125	0,00117
24	0,00123	0,00093	0,00099	0,00110	0,00117	0,00124
25	0,00112	0,00107	0,00112	0,00100	0,00098	0,00131
26	0,00114	0,00105	0,00090	0,00086	0,00106	0,00097
27	0,00138	0,00127	0,00113	0,00123	0,00122	0,00112
28	0,00099	0,00131	0,00128	0,00131	0,00101	0,00120
29	0,00125	0,00126	0,00085	0,00111	0,00114	0,00107
30	0,00117	0,00131	0,00106	0,00114	0,00121	0,00091
31	0,00115	0,00119	0,00123	0,00104	0,00114	0,00110
32	0,00123	0,00108	0,00128	0,00103	0,00129	0,00096
33	0,00114	0,00136	0,00116	0,00107	0,00114	0,00142
34	0,00136	0,00112	0,00120	0,00111	0,00104	0,00148
35	0,00127	0,00114	0,00099	0,00139	0,00118	0,00105

Окончание прил. 6

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
36	0,00121	0,00099	0,00133	0,00133	0,00135	0,00109
37	0,00116	0,00107	0,00093	0,00106	0,00085	0,00110
38	0,00113	0,00115	0,00113	0,00117	0,00122	0,00132
39	0,00109	0,00120	0,00110	0,00135	0,00111	0,00101
40	0,00102	0,00117	0,00096	0,00103	0,00113	0,00110
41	0,00112	0,00095	0,00090	0,00091	0,00122	0,00111
42	0,00095	0,00128	0,00117	0,00106	0,00102	0,00111
43	0,00113	0,00103	0,00111	0,00118	0,00081	0,00118
44	0,00118	0,00103	0,00111	0,00096	0,00106	0,00098
45	0,00097	0,00113	0,00122	0,00115	0,00129	0,00097
46	0,00096	0,00113	0,00084	0,00119	0,00122	0,00108
47	0,00093	0,00099	0,00109	0,00104	0,00093	0,00127
48	0,00125	0,00107	0,00121	0,00117	0,00126	0,00121
49	0,00133	0,00100	0,00116	0,00109	0,00125	0,00112
50	0,00120	0,00115	0,00131	0,00114	0,00105	0,00134
51	0,00121	0,00116	0,00119	0,00132	0,00103	0,00111
52	0,00144	0,00131	0,00108	0,00129	0,00130	0,00119
53	0,00127	0,00122	0,00121	0,00124	0,00124	0,00103
54	0,00155	0,00132	0,00112	0,00125	0,00135	0,00090
55	0,00137	0,00117	0,00108	0,00093	0,00118	0,00096
56	0,00104	0,00122	0,00125	0,00095	0,00107	0,00122
57	0,00134	0,00109	0,00119	0,00125	0,00118	0,00110
58	0,00116	0,00115	0,00106	0,00131	0,00102	0,00107
59	0,00096	0,00093	0,00093	0,00093	0,00101	0,00118
60	0,00128	0,00097	0,00116	0,00111	0,00102	0,00123

Приложение 7

При измерении силы тока миллиамперметром получены шесть различных значений (значения представлены в таблице). Проверить значения на наличие промахов.

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	35,12	35,07	35,37	35,15	34,60	35,53
2	35,02	34,75	35,11	35,02	35,15	35,50
3	35,10	34,83	35,02	34,78	34,85	35,77
4	34,92	35,13	35,22	35,21	34,97	35,52
5	35,28	35,00	35,22	34,92	35,06	35,75
6	34,96	34,84	34,68	34,81	34,94	35,02
7	34,98	35,47	34,92	35,08	34,95	35,78
8	34,94	35,07	35,35	34,79	34,98	35,39
9	35,15	34,37	35,19	35,09	34,95	35,57
10	35,16	35,05	34,75	34,56	34,87	35,51
11	34,73	34,98	35,24	34,74	35,24	35,32
12	34,71	35,01	34,93	34,98	34,68	35,60
13	34,56	34,74	34,79	34,58	35,10	35,74
14	34,88	35,01	35,06	34,94	34,74	35,60
15	35,03	35,28	35,17	35,30	34,75	35,42
16	34,77	35,04	35,36	35,22	34,91	35,14
17	35,21	34,78	34,96	34,89	35,19	35,77
18	35,07	34,99	34,98	35,09	35,08	35,47
19	34,76	35,42	35,11	35,30	34,81	35,47
20	35,16	34,87	35,07	34,93	35,44	35,27
21	34,78	34,86	34,78	35,20	35,25	35,86
22	34,86	35,37	34,91	34,88	34,96	35,75
23	34,92	35,17	35,09	34,92	35,19	35,41
24	35,13	35,16	34,83	35,09	35,20	35,55
25	34,58	35,02	34,96	35,16	35,32	35,52
26	34,88	34,89	34,94	35,02	34,82	35,74
27	34,82	34,85	35,46	34,95	34,81	35,60
28	34,76	35,04	35,46	35,07	35,05	35,45
29	35,20	34,65	34,76	34,88	34,91	35,73
30	34,88	35,03	34,90	34,81	34,93	35,70
31	34,71	35,04	35,05	35,21	34,96	35,83
32	34,80	34,90	35,20	35,24	35,16	35,73
33	35,00	35,04	34,84	34,98	34,85	35,49
34	35,48	34,99	34,62	35,06	34,74	35,65
35	35,11	35,24	34,97	35,01	34,72	35,66
36	34,87	34,76	34,76	34,89	34,97	35,32
37	34,78	35,02	35,03	34,88	35,06	35,35

Вариант	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
38	35,06	34,65	35,18	35,01	35,49	35,72
39	34,89	34,87	35,27	34,86	35,03	35,46
40	34,68	35,07	35,00	34,72	34,82	35,82
41	34,94	34,95	35,44	34,76	34,97	35,56
42	34,70	35,38	35,19	34,81	34,93	35,53
43	34,73	34,96	35,24	35,03	35,35	35,55
44	34,78	35,09	34,65	34,78	34,86	35,82
45	35,31	34,99	35,27	34,93	34,79	35,25
46	34,93	35,20	35,11	35,13	35,25	35,79
47	34,69	35,19	34,91	34,93	35,11	35,18
48	34,76	35,25	34,93	34,73	34,93	35,82
49	35,24	34,90	34,90	35,18	35,10	35,48
50	34,46	35,11	35,05	34,86	35,09	35,13
51	34,86	34,96	34,79	35,10	34,54	35,68
52	35,11	34,99	34,93	34,44	35,23	35,10
53	34,84	34,98	34,78	34,84	35,19	35,78
54	34,81	34,87	35,40	34,88	35,01	35,72
55	35,24	35,18	34,78	34,81	35,12	35,41
56	34,94	34,80	34,96	34,83	35,45	35,54
57	34,89	35,28	34,98	34,96	34,63	35,80
58	35,15	34,91	35,09	34,82	34,93	35,58
59	35,18	34,95	35,09	34,83	35,01	35,55
60	34,95	35,00	34,99	35,27	35,03	35,40

Приложение 8

Толщина детали b измерялась шесть раз микрометром с приборной погрешностью $\delta = 0,01$ мм. При этом были получены значения, представленные в таблице. Требуется определить абсолютную и относительную погрешности измерения толщины b , а также границы доверительного интервала для заданной доверительной вероятности $\alpha=0,95$

Вариант	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
1	8,45	8,49	8,52	8,50	8,58	8,51
2	8,57	8,44	8,47	8,53	8,53	8,55
3	8,63	8,50	8,46	8,45	8,40	8,40
4	8,49	8,43	8,48	8,45	8,48	8,41
5	8,51	8,56	8,44	8,48	8,50	8,47
6	8,58	8,51	8,51	8,43	8,48	8,57
7	8,49	8,45	8,46	8,51	8,50	8,50
8	8,51	8,49	8,46	8,50	8,47	8,53
9	8,48	8,51	8,57	8,55	8,46	8,43
10	8,50	8,54	8,48	8,45	8,35	8,49
11	8,51	8,53	8,48	8,50	8,49	8,45
12	8,44	8,55	8,44	8,53	8,53	8,43
13	8,51	8,49	8,48	8,45	8,52	8,40
14	8,47	8,46	8,61	8,50	8,52	8,52
15	8,53	8,58	8,47	8,49	8,46	8,60
16	8,52	8,50	8,50	8,49	8,55	8,54
17	8,39	8,47	8,62	8,50	8,57	8,47
18	8,51	8,39	8,56	8,50	8,56	8,47
19	8,48	8,53	8,42	8,43	8,59	8,53
20	8,50	8,45	8,48	8,51	8,44	8,46
21	8,55	8,48	8,50	8,57	8,46	8,45
22	8,40	8,51	8,57	8,51	8,57	8,56
23	8,54	8,49	8,52	8,50	8,52	8,55
24	8,52	8,46	8,61	8,60	8,51	8,45
25	8,49	8,51	8,48	8,62	8,53	8,45
26	8,42	8,51	8,56	8,55	8,57	8,45
27	8,49	8,41	8,48	8,45	8,47	8,56
28	8,48	8,52	8,51	8,50	8,48	8,51
29	8,58	8,52	8,50	8,45	8,62	8,47
30	8,49	8,55	8,56	8,49	8,42	8,44
31	8,49	8,51	8,56	8,45	8,47	8,56
32	8,50	8,50	8,51	8,47	8,51	8,56

Вариант	b₁	b₂	b₃	b₄	b₅	b₆
33	8,49	8,51	8,47	8,46	8,45	8,46
34	8,43	8,50	8,46	8,51	8,52	8,49
35	8,46	8,50	8,40	8,49	8,49	8,51
36	8,53	8,38	8,46	8,40	8,51	8,51
37	8,46	8,50	8,57	8,48	8,45	8,49
38	8,53	8,50	8,56	8,56	8,53	8,52
39	8,50	8,58	8,54	8,48	8,47	8,47
40	8,48	8,53	8,53	8,49	8,45	8,46
41	8,42	8,56	8,47	8,54	8,49	8,44
42	8,48	8,34	8,56	8,59	8,46	8,40
43	8,50	8,56	8,42	8,62	8,52	8,51
44	8,40	8,48	8,41	8,51	8,55	8,52
45	8,50	8,51	8,43	8,54	8,50	8,51
46	8,49	8,47	8,48	8,54	8,53	8,57
47	8,48	8,45	8,49	8,54	8,47	8,53
48	8,54	8,50	8,60	8,41	8,43	8,48
49	8,49	8,52	8,56	8,53	8,54	8,39
50	8,44	8,57	8,56	8,59	8,47	8,50
51	8,48	8,50	8,48	8,48	8,54	8,48
52	8,54	8,42	8,47	8,49	8,51	8,46
53	8,48	8,40	8,52	8,47	8,46	8,48
54	8,58	8,47	8,53	8,50	8,52	8,61
55	8,49	8,41	8,48	8,54	8,50	8,48
56	8,58	8,52	8,51	8,60	8,50	8,42
57	8,56	8,49	8,54	8,49	8,49	8,49
58	8,52	8,46	8,49	8,55	8,45	8,51
59	8,48	8,47	8,50	8,54	8,54	8,40
60	8,56	8,48	8,45	8,55	8,55	8,49

Приложение 9

Определить количество потребленной нагрузкой электроэнергии по показаниям вольтметра, амперметра и секундомера и погрешность измерения количества энергии. Показания приборов и точность первичных измерений представлена в таблице ниже.

Вариант	U,В	$\Delta U, В$	I,А	$\Delta I, А$	t,c	$\Delta t, c$
1	216,8	2,7	2,00	0,18	946,4	0,6
2	221,4	1,8	1,52	0,21	997,1	0,4
3	218,9	2,2	3,91	0,20	785,1	0,4
4	219,8	2,0	5,55	0,19	781,1	0,6
5	218,7	2,3	6,12	0,19	972,1	0,6
6	221,7	2,0	4,10	0,19	884,4	0,5
7	217,3	1,8	7,12	0,21	823,9	0,6
8	220,8	1,9	4,91	0,20	778,7	0,6
9	217,1	1,9	2,82	0,23	987,8	0,4
10	220,1	2,5	2,26	0,20	959,2	0,6
11	222,1	1,8	3,27	0,19	991,3	0,5
12	221,6	2,5	3,47	0,19	830,2	0,6
13	219,7	2,6	3,48	0,18	785,4	0,7
14	220,4	1,8	3,51	0,19	870,5	0,7
15	220,3	1,7	5,67	0,20	664,5	0,2
16	215,7	2,2	4,14	0,20	831,0	0,5
17	219,6	2,0	4,59	0,19	798,0	0,6
18	219,4	1,8	7,55	0,16	760,1	0,3
19	219,1	1,6	2,85	0,22	895,4	0,5
20	218,6	1,9	2,12	0,18	992,2	0,5
21	217,6	1,8	4,73	0,19	890,6	0,5
22	216,6	1,8	2,36	0,19	939,4	0,6
23	221,1	2,1	6,66	0,23	831,1	0,5
24	219,2	1,8	2,38	0,25	631,2	0,3
25	215,8	2,4	5,98	0,18	636,5	0,4
26	222,2	1,7	4,46	0,18	710,4	0,3
27	218,0	2,4	2,38	0,19	698,8	0,6
28	218,4	2,2	5,96	0,23	864,3	0,5
29	225,7	1,9	4,97	0,19	691,2	0,4
30	222,2	2,2	6,51	0,17	694,5	0,6
31	222,4	2,2	4,80	0,20	671,8	0,5
32	218,9	1,8	5,09	0,22	861,7	0,6
33	220,8	2,0	4,22	0,20	676,3	0,5
34	219,5	1,5	4,45	0,18	829,9	0,5
35	218,6	2,4	5,06	0,19	724,7	0,4
36	220,4	1,8	3,50	0,26	728,6	0,4

Окончание прил. 9

37	222,0	2,0	3,23	0,18	786,4	0,6
38	218,6	1,6	3,27	0,18	802,2	0,4
39	221,5	2,2	2,92	0,19	794,6	0,4
40	221,4	1,7	4,16	0,17	674,8	0,5
41	217,6	2,1	3,50	0,19	930,7	0,6
42	225,8	1,8	3,35	0,21	668,3	0,6
43	213,7	2,2	2,55	0,21	757,1	0,6
44	223,6	2,0	2,83	0,22	734,8	0,5
45	220,7	2,2	6,63	0,21	622,5	0,6
46	221,9	2,4	2,81	0,19	838,0	0,5
47	220,5	2,2	3,01	0,18	731,8	0,5
48	222,1	1,8	4,59	0,21	700,8	0,5
49	223,1	1,9	3,62	0,23	629,3	0,5
50	221,9	1,9	3,78	0,17	775,1	0,5
51	224,5	2,5	4,58	0,21	829,7	0,4
52	220,6	2,1	1,89	0,16	932,9	0,4
53	220,1	1,6	6,50	0,20	794,5	0,5
54	219,6	2,1	4,68	0,15	780,8	0,4
55	220,2	1,5	6,72	0,17	853,5	0,5
56	219,0	2,1	6,13	0,23	905,5	0,6
57	218,1	2,2	3,29	0,21	645,3	0,6
58	220,1	1,6	2,74	0,19	620,5	0,7
59	222,7	2,0	4,19	0,19	665,2	0,3
60	221,1	1,8	4,30	0,19	956,3	0,6