Л а б о р а т о р н а я р а б о т а № 8

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ С МОДАЛЬНЫМ РЕГУЛЯТОРОМ

Цели работы:1) изучение математического описания систем в форме уравнений состояния;

2) изучение принципов построения систем автоматического управления с модальным регулятором;

3) моделирование процессов в системе с модальным регулятором.

Теоретические сведения

Под модальным управлением понимают формирование цепей обратных связей, придающих замкнутой системе заранее выбранное расположение корней характеристического уравнения [1].

Обычно задаются желаемым характеристическим полиномом замкнутой системы, т.е. знаменателем передаточной функции замкнутой системы. Существует несколько типовых видов этих полиномов, но чаще всего используют полиномы в форме Баттерворта и биноминальной форме. Эти полиномы минимизируют интегральные критерии различного типа.

Качество переходного процесса системы непосредственно зависит от корней ее характеристического уравнения.

Структура модального регулятора задается всегда одинаковой и представляет собой обратную связь по всем *переменным состояния.* Регулятор линейно преобразует поступившие сигналы, т.е. усиливает и суммирует сигналы x_i и в качестве выхода выдает их линейную комбинацию.

Пусть линейная система описывается уравнением состояния:

$$\dot{x} = Ax + Bu\,. \tag{1}$$

Для получения желаемого характеристического уравнения системы и требуемого быстродействия введем линейную обратную связь по переменным состояния в соответствии с уравнением:

$$u = v - Kx, \tag{2}$$

где v – новое обозначение вектора входных воздействий;

u – вектор управляющих воздействий с выхода регулятора;

K – матрица обратной связи.

Если u и v скаляры, то K является матрицей-строкой, элементы которой есть коэффициенты обратных связей по всем составляющим вектора x.

Исходная система и линейная обратная связь по состоянию образуют замкнутую систему (рис. 8.1).

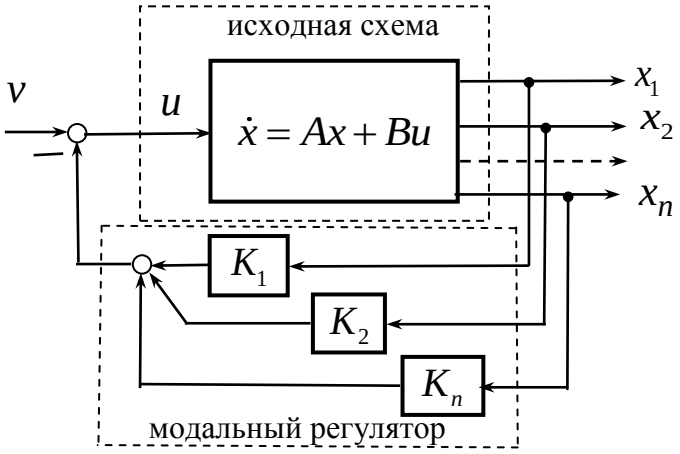

Рис. 8.1

Подставим (2) в (1), получим ее уравнение

$$\dot{x} = Ax + B(v - Kx) = (A - BK)x + Bv. \tag{3}$$

Динамические свойства полученной системы согласно (3) определяются матрицей системы $\tilde{A} = A - BK$. Необходимо найти такую матрицу коэффициентов обратных связей K, чтобы замкнутая система имела желаемый полином $Д_ж(p)$, для этого определитель матрицы $pI - \tilde{A}$ должен быть равен

$$\det\left(pI - \tilde{A}\right) = Д_ж(p), \tag{4}$$

где I – единичная матрица.

Из (4), приравняв коэффициенты при p в одинаковых степенях, можно найти элементы матрицы K.

Если желаемый характеристический полином замкнутой системы $Дж(p)$ выбран в виде фильтра Баттерворта, тогда, например, для системы 3-го порядка он имеет вид:

$$Дж(p) = p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3, \tag{5}$$

где ω_0 – постоянная, выбираемая исходя из желаемого быстродействия. Для системы с характеристическим полиномом (5) при $\omega_0 t_n = 9.5$ (при условии $\delta = 1\%$) переходный процесс закончен. Следовательно, задав время

переходного процесса t_n, можно найти величину ω_0. Величина перерегулирования составляет $\sigma = 8\%$.

Чтобы единичному ступенчатому сигналу на входе системы соответствовало единичное изменение выходной координаты x_1, на входе системы необходимо установить звено (показано на рис. 8.1 пунктиром) с коэффициентом K_1.

Рассмотрим синтез модального регулятора для системы регулирования скорости исполнительной системы манипулятора. Функциональная схема системы приведена на рис. 8.2 и содержит: усилитель $У$, управляемый преобразователь $П$, двигатель постоянного тока $Д$ и исполнительный механизм $М$, которые соединены упругой механической передачей. Структурная схема системы приведена на рис. 8.3 и описывает систему при допущениях, что преобразователь является безынерционным и индуктивность якорной цепи $Д$ равна нулю.

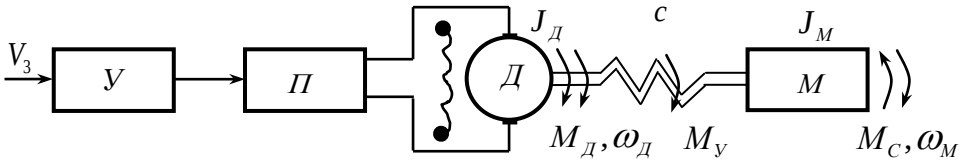

Рис. 8.2

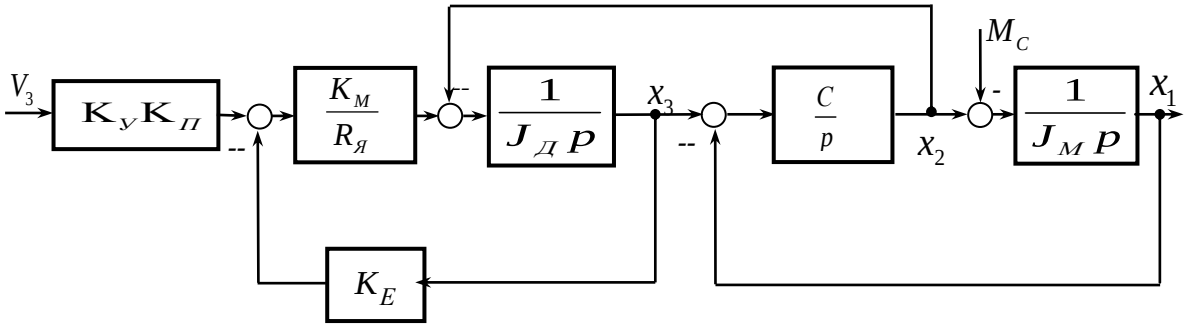

Рис. 8.3

Рассеянием энергии в механической части системы пренебрегаем. В схеме (рис. 8.3) введены обозначения: $J_Д, J_М$ – моменты инерции якоря $Д$ и $М$; c – коэффициент упругой деформации на скручивание; $K_E, K_М$ – конструктивные коэффициенты $Д$; $R_Я$ – активное сопротивление якорной цепи $Д$; $K_У, K_П$ – коэффициенты усиления усилителя и преобразователя; $\omega_Д, \omega_М$– скорости вращения якоря $Д$ и $М$; $M_У$– упругий момент в механической передаче; $M_С, M_Д$ – статический момент нагрузки и момент двигателя.

Для составления уравнений состояния по структурной схеме выберем в качестве переменных состояния реальные физические переменные на выходах интеграторов и введем обозначения:

$$x_1 = \omega_M, x_2 = M_У, x_3 = \omega_Д.$$

Представим уравнения состояния в векторно-матричной форме

$$\dot{x} = \mathrm{A}x + \mathrm{B}u, \tag{6}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & J_M^{-1} & 0 \\ -c & 0 & c \\ 0 & -J_Д^{-1} & -\dfrac{K_E K_M}{J_Д R_Я} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & -J_M^{-1} \\ 0 & 0 \\ \dfrac{K_У K_П K_M}{J_Д R_Я} & 0 \end{bmatrix};$$

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; \quad u = \begin{bmatrix} V_3 \\ M_C \end{bmatrix}.$$

Синтез модального регулятора проводится для управляющего воздействия, т.е. считаем $M_C = 0$, тогда матрица B будет матрицей-столбцом:

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dfrac{K_У K_П K_M}{J_Д R_Я} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{31} \end{bmatrix}.$$

Полагаем, что матрица искомых коэффициентов обратных связей по переменным состояниям имеет вид

$$K = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Согласно (3) найдем произведение матриц B и K:

$$B \cdot K = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{31} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & K_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ b_{31}K_1 & b_{31}K_2 & b_{31}K_3 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Найдем матрицу $\tilde{A}$, приняв в соответствии с (6) матрицу A в следующей форме:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}.$$

Тогда получим матрицу $\tilde{A}$:

$$\tilde{A} = A - BK = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} \\ -b_{31}K_1 & a_{32} - b_{31}K_2 & a_{33} - b_{31}K_3 \end{bmatrix}. \qquad (9)$$

Вычислим определитель матрицы $pI - \tilde{A}$:

$$\det(pI - \tilde{A}) = \begin{bmatrix} p & -a_{12} & 0 \\ -a_{21} & p & -a_{23} \\ b_{31}K_1 & -(a_{32} - b_{31}K_2) & p - (a_{33} - b_{31}K_3) \end{bmatrix} =$$

$$= p^3 + (b_{31}K_3 - a_{33})p^2 + (b_{31}a_{23}K_2 - a_{12}a_{21} - a_{23}a_{32})p + a_{12}a_{23}b_{31}K_1 - \qquad (10)$$
$$-a_{12}a_{21}(a_{33} - b_{31}K_3).$$

Должно выполняться равенство

$$\det(pI - \tilde{A}) = Д_{ж}(p) = p^3 + 2\omega_0 p^2 + 2\omega_0^2 p + \omega_0^3. \qquad (11)$$

Приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях p, получим три алгебраических уравнения:

$$\begin{cases} 2\omega_0 = b_{31}K_3 - a_{33} \\ 2\omega_0^2 = b_{31}a_{23}K_2 - a_{12}a_{21} - a_{23}a_{32} \\ \omega_0^3 = a_{12}a_{23}b_{31}K_1 - a_{12}a_{21}(a_{33} - b_{31}K_3). \end{cases} \qquad (12)$$

Решив систему уравнений (12), найдем искомые коэффициенты обратных связей, и в полученные уравнения, вместо элементов a_{ij}, подставим параметры исходной структурной схемы:

$$K_3 = \frac{2\omega_0 + a_{33}}{b_{31}} = \frac{2\omega_0 - K_E K_M (R_Я J_Д)^{-1}}{K_У K_П K_M R_Я^{-1} J_Д^{-1}},$$

$$K_2 = \frac{2\omega_0^2 + a_{12}a_{21} + a_{23}a_{32}}{b_{31}a_{23}} = \frac{2\omega_0^2 - c(J_м^{-1} + J_Д^{-1})}{K_У K_П K_M R_Я^{-1} J_Д^{-1} c},$$

$$K_1 = \frac{\omega_0(\omega_0^2 + 2a_{12}a_{21})}{a_{12}a_{23}b_{31}} = \frac{\omega_0(\omega_0^2 - 2cJ_м^{-1})}{cJ_м^{-1} K_У K_П K_M (R_Я J_Д)^{-1}}.$$

Структурная схема с учетом полученных коэффициентов имеет вид (рис. 8.4).

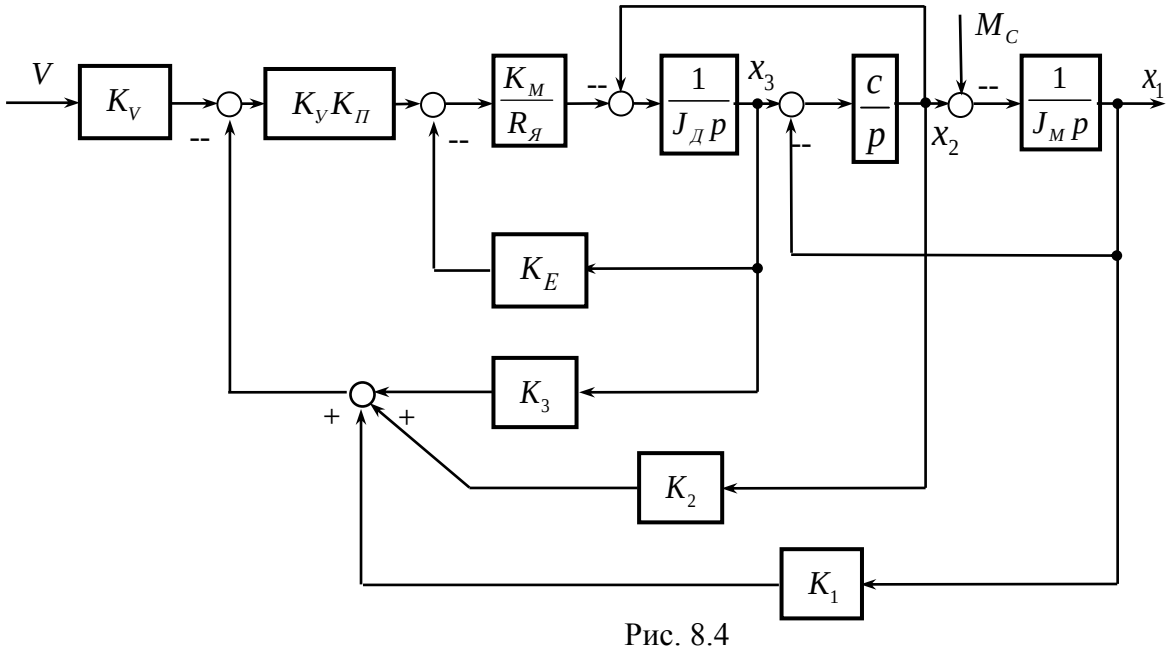

Рис. 8.4

Так как система является статической, то для получения на выходе системы значения равного единице на входе системы установлено дополнительное звено с коэффициентом K_V равным

$$K_V = \frac{K_E}{K_У K_П} + (K_1 + K_3).$$

Это звено показано на рис. 8.4. При этом единичному входному сигналу на входе, соответствуют единичные значения x_1 и x_3 для установившегося режима.

Указания к выполнению работы

Для расчета переходных процессов применяется система Matlab, для которой исходные данные требуется подготовить в форме уравнений состояния. Схема для моделирования процессов имеет вид (рис. 8.5).

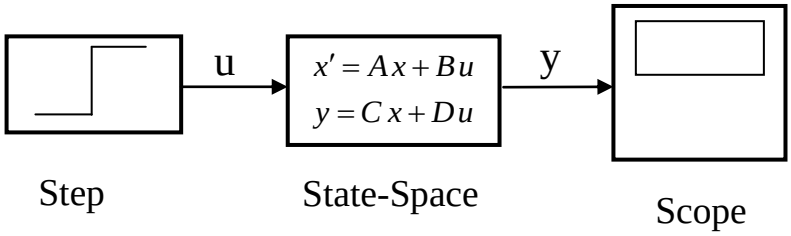

Рис. 8.5

I. Составить уравнения состояния для объекта управления на рис. 8.3, который имеет следующие параметры: $K_У = 6$, $K_П = 30$, $K_E = K_М = 1 В \cdot с \cdot рад^{-1}$; $R_Я = 0.02 Ом$; $J_Д = 2.5 кгм^2$; $J_М = 22.5 кгм^2$; $c = 225 Н \cdot м / рад$.

Используя программу *Matlab*, рассчитать переходные процессы в объекте по управляющему и возмущающему воздействиям. При вводе матриц *A,B,C* и *D* следует учесть: матрицы должны быть в прямоугольных скобках, элементы матриц вводятся через пробел, строки отделяются точкой с запятой.

При расчете переходного процесса по управляющему воздействию следует вводить первый столбец матрицы *B*, а по возмущающему воздействию – второй столбец. Вывод наблюдаемой величины на осциллограф зависит от введенной матрицы *C*, например, если $C = [1\ 0\ 0]$, то на осциллографе будет наблюдаться переменная состояния x_1. Изменяя матрицу *C,* можно вывести любую переменную состояния.

2.Синтезировать модальный регулятор для объекта управления (рис.8.3.). Параметр ω_0, определяющий быстродействие системы, выбрать в соответствии с заданным номером варианта по выражению

$$\omega_0 = 5 \cdot (n+1) + m,$$

где *n* – номер варианта, *m* – по заданию преподавателя.

3. Составить уравнение состояния для синтезированной системы с модальным регулятором (рис. 8.4) и, используя программу *Matlab*, рассчитать переходные процессы в системе по управляющему и возмущающему воздействиям.

Порядок выполнения работы

I. Составить уравнения состояния для объекта управления и подготовить информацию, вводимую в ЭВМ. Рассчитать переходные процессы для исходной системы по управляющему и возмущающему воздействиям.

2. Выполнить синтез модального регулятора и составить уравнения состояния для системы с модальным регулятором (рис. 8.4).

3. Рассчитать переходные процессы для системы с модальным регулятором по управляющему и возмущающему воздействиям.

3. Определить показатели качества переходных процессов в системе с модальным регулятором и сравнить полученные результаты с теоретическими.

Контрольные вопросы

I. Какую структуру имеет модальный регулятор?

2. Как влияет величина параметра ω_0 на длительность переходного процесса?

3. Чем ограничивается увеличение параметра ω_0?

4. Статической или астатической является система с модальным регулятором?

Библиографический список

I.Кузовков Н.Т. Модальное управление и наблюдающие устройства.- М: Машиностроение, 1976.-184с.