ЗАДАНИЯ

1. В процессе расчёта эскалонированной матрицы, выведеной из матрицы $A \in \mathcal{M}_3$ получается, что эта матрица эдентичная после проведения следующих простейших операций:

$$A \underset{F_1 \leftrightarrow F_3}{\rightarrow} A' \underset{F_2 \to F_2 - F_1}{\rightarrow} A'' \underset{F_1 \to \frac{1}{3}F_1}{\rightarrow} A'' \underset{F_1 \to F_1 + F_2}{\rightarrow} A'''$$
$$\underset{F_2 \to -\frac{1}{2}F_2}{\rightarrow} A'''' \underset{F_3 \to F_3 + F_2}{\rightarrow} A''''' \underset{F_2 \to F_2 - 2F_3}{\rightarrow} A'''''' \underset{F_1 \to F_1 + \frac{7}{3}F_3}{\rightarrow} I$$

(Выбирите ответ из 4-х вариантов)

(a) $A = \begin{pmatrix} \frac{7}{3} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{2} \\ -2 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ (b) $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & 1 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

(c) Матрица не может быть расчитана (d) Ни один ответ из указанных

2.Пусть $A \in \mathcal{M}_7$ так, что $\det A = -1$. Расчитайте $\det(-2A)$.

(a) $\det(-2A) = -128$ (b) $\det(-2A) = 2$

(c) $\det(-2A) = -64$ (d) Ни один ответ из указанных

3. Определить значение a для которых вектора

$$\mathbf{A} = \{(a,1,1,1),(1,a,1,1),(1,1,a,1),(1,1,1,a)\}$$

не составляют базу $\mathbb{R}^4$.

(a) $a = -3$ (b) $a \in \{3,-3\}$

(c) $a \in \{-1,3\}$ (d) Ни один ответ из указанных

4. Пусть $\mathcal{M}_2$ векторное пространство матриц 2-го порядка со своими используемыми векторными операциями. Пусть линеиноне приложение $F : \mathcal{M}_2 \to \mathcal{M}_2$

определённая на

$$\begin{array}{rcl} F: \mathcal{M}_2 & \to & \mathcal{M}_2 \\ A & \mapsto & \frac{1}{2}A^T \end{array}$$

Учитываем следующую базу:

$$\mathbf{A} = \left\{ \mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 & 6 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{a}_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

Требуется определить базу $\mathbf{B} = \{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3, \mathbf{b}_4\}$ так, чтобы

$$M(F; \mathbf{A}, \mathbf{B}) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Не возможно найти эту базу

(b) $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

(c) $\mathbf{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \right\}$

(d) Ни одна из указанных баз

5. Пусть $F: \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ Линейное приложение определённое как

$$F((x_1, x_2, x_3, x_4) = (4x_2 + 4x_3 - 8x_4, 4x_4 - 4x_2, 4x_4 - 4x_3, x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4)$$

Укажите на неявное уравнение подпространства изображения $\mathrm{Im}F$.

(a) $\mathrm{Im}F = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4 : y_1 - y_2 + y_3 = 0\}$

(b) $\mathrm{Im}F = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4 : y_1 - y_2 - y_3 = 0\}$

(c) $\mathrm{Im}F = \{(y_1, y_2, y_3, y_4) \in \mathbb{R}^4 : y_1 + y_2 + y_3 = 0\}$

(d) Ни одно из указанных уравнений

6. Пусть последовательность $a_n = (\ln x)^n$. Отметьте правильный ответ:

(a) $\{a_n\}$ сходится тогда и только тогда,если $x \in [-e, e]$

(b) $\{a_n\}$ сходится тогда и только тогда,если $x \in \left[\frac{1}{e}, e\right]$

(c) $\{a_n\}$ сходится тогда и только тогда,если $x = 0$

(d) Ни одно из указанных

7. Пусть $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ функция определённа, как $f(x) = \int_1^{x^2} e^{t^2}\,dt$. Расчитать значение производной $f'(-1)$.

(a) $f'(-1) = 2e^2$ (b) $f'(-1) = 0$

(c) $f'(-1) = -2e$ (d) Ни одна из указанных

8. Найти точку $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2$, которая минимизирует расстояние до точки $\mathbf{a}_1 = (1,4)$, $\mathbf{a}_2 = (5,2)$ y $\mathbf{a}_3 = (3,-2)$, иначе говоря, которая минимизирует

сумму $\|\mathbf{x} - \mathbf{a}_1\|^2 + \|\mathbf{x} - \mathbf{a}_2\|^2 + \|\mathbf{x} - \mathbf{a}_3\|^2$

(a) $\mathbf{x} = (4, \frac{5}{3})$ (b) $\mathbf{x} = (3, \frac{4}{3})$ (c) $\mathbf{x} = (1, \frac{2}{3})$ (d) Ни одна из указанных

9. Учитывая следующее уравнение в полярных координатах

$$r = \operatorname{sen}^2 \theta$$

найти эквивалентное выражение в декартовых координатах (x, y).

(a) $y^2 = \left(x^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}$ (b) $4x^2 y = \left(x^2 + y^2\right)^{\frac{3}{2}}$

(c) $x^2 y^2 = x^2 + y^2$ (d) Ни одна из указанных

10. Дана функция $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ и оболочка $\mathbf{M} \subset \mathbb{R}^2$ определяется среднее значение f в $\mathbf{M}$, как

$$\operatorname{avg}(f) := \frac{\int_{\mathbf{M}} f(x,y)\,dxdy}{\operatorname{area}(\mathbf{M})}.$$

Вычислить среднее значение функции $f(x,y) = \sqrt{x+y}$ в прямоугольнике с вершинами: $(0,0)$, $(4,0)$, $(4,1)$ y $(0,1)$.

(a) $\operatorname{avg}(f) = 1.6601$ (b) $\operatorname{avg}(f) = 1.5268$

(c) $\operatorname{avg}(f) = 1.7413$ (d) Ни одна из указанных