# **Статистическая обработка результатов измерений показателей качества**

#

# **ПРАКТИЧЕСКая работа № 1**

**Определение основных статистических характеристик**

**выборочной совокупности**

**Цель занятия:** Закрепить теоретические знания по статистической обработке данных. Получить практические навыки по статистическому анализу результатов измерений показателей качества.

1. ***Краткие теоретические сведения***

Данные, полученные в процессе измерений при контроле качества, удобно представлять в виде статистических характеристик положения и рассевания случайной величины (результатов измерения) [1].

Важнейшей характеристикой положения на числовой оси случайной величины считают ее среднее арифметическое значение.

*Среднее арифметическое значение* результатов измерений является точечной оценкой математического ожидания статистического ряда. Его определяют по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
| $$\overbar{X}=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}X\_{i}$$ | (1.1) |

где $X\_{i}$ – результат измерения, $n$ – число измерений в статистическом ряду.

Для оценки рассеивания (однородности) наблюдаемых значений параметра качества при равноточных измерениях применяют несколько статистических характеристик. Простейшей из них является *размах* $R$:

|  |  |
| --- | --- |
| $$R=X\_{max}-X\_{min}$$ | (1.2) |

Однако размах существенно зависит от случайных обстоятельств и может быть применим лишь в качестве приблизительной оценки рассеивания. Поэтому за меру рассеивания отдельных значений вокруг среднего арифметического значения $X$ чаще принимают выборочную *дисперсию* (разброс) $D$:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| при $n\leq 30$ | $$D=\frac{1}{n-1}\sum\_{i=1}^{n}(X\_{i}-\overbar{X})^{2}$$ | (1.3) |
| при $n>30$ | $$D=\frac{1}{n}\sum\_{i=1}^{n}(X\_{i}-\overbar{X})^{2}$$ | (1.4) |

На практике более удобной характеристикой считают выборочное *среднее квадратическое отклонение* $σ$, имеющее ту же размерность, что и среднее арифметическое значение контролируемого показателя качества. Среднее квадратическое отклонение характеризует сходимость результатов (степень их концентрации относительно центра).

|  |  |
| --- | --- |
| $$σ=\sqrt{D}$$ | (1.5) |

Отношение среднего квадратического отклонения к среднему арифметическому значению, выраженное в долях единицы или в процентах, называют *коэффициентом вариации* $K\_{B}$.

|  |  |
| --- | --- |
| $$K\_{B}=\frac{σ}{\overbar{X}} или K\_{B}=\frac{σ}{\overbar{X}}∙100\%$$ | (1.6) |

Безразмерный коэффициент вариации удобен для сравнения рассеивания случайной величины в выборках с разными средними значениями. По его величине можно оценить однородность измеряемого параметра. [1]

В случае высокой однородности параметра результаты измерения имеют небольшой разброс и, как следствие, малое среднее квадратическое отклонение и низкий коэффициент вариации. Сравнивая полученное значение коэффициента вариации с предельно допустимым (например, $K\_{Bдоп}$ =0,15), можно оценить однородность. Если $K\_{B}< K\_{Bдоп},$ то однородность контролируемого параметра удовлетворяет нормативным требованиям.

1. ***Практические задания***
2. Вычислить перечисленные выше статистические характеристики для выборки, состоящей из двадцати значений. Для удобства расчет ведут в табличной форме (табл. 1.1).

###### Таблица 1.1

Выборка из двадцати измерений (**n=20**)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № измерения | Результаты измерения |  |  | Статистические характеристики |
|  |  |  |  | 1. Размах выборки= \_\_\_\_\_\_\_\_2. Среднее арифметическое значение результатов измерений= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_3. Среднеквадратичное отклонение (СКО)= \_\_\_\_\_\_\_4. Дисперсия (разброс)= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_5. Коэффициент вариации= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. Построить графики распределения результатов измерений, откладывая по горизонтальной оси номер измерения $i$, по вертикальной - результат измерения $X\_{i}$. Также нанести линии, соответствующие $\overbar{X}$ и $\overbar{X}\pm σ$, для наглядного представления рассеивания значений.
2. Повторить п. 1 и п. 2 для десяти и пяти значений. Выборки из десяти и пяти результатов формируют, например, выбирая только результаты измерений с четными номерами или только с нечетными номерами.
3. ***Порядок проведения практической работы***

Студенты самостоятельно, используя собственные знания и справочный материал, выполняют задание по своему варианту (вариант выдает преподаватель). Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается.

В ходе практической работы студент заполняет таблицы и строит графики в тетради для практических работ [5], аккуратно и разборчиво.

# **практическая РАБОТА № 2**

**Определение абсолютной и относительной погрешностей**

**Оценка влияния числа измерений на точность вычисления**

**статистических характеристик**

**Цель занятия:** Закрепить теоретические знания по определению возможных погрешностей результатов измерений, оценить влияние числа измерений на точность вычисления статистических характеристик. Получить практические навыки по определению абсолютных и относительных погрешностей результатов измерений.

1. ***Краткие теоретические сведения***

*Истинным* называется значение физической величины, идеальным образом характеризующее свойство данного объекта как в количественном, так и в качественном отношении [1, 2].

Любой результат измерения содержит отклонения от истинного значения или погрешность. По форме выражения различают абсолютные и относительные погрешности.

*Абсолютную погрешность* $∆X\_{i}$ находят по формуле

|  |  |
| --- | --- |
| $$∆X\_{i}=\left|X\_{i}-X\_{ист}\right|$$ | (2.1) |

где $X\_{i}$ - значение величины, полученное в результате измерения, $X\_{ист}$ - истинное значение величины.

Истинное, т.е. абсолютно точное значение измеряемой величины, невозможно получить в процессе измерения, поэтому его обычно используют в теоретических исследованиях метрологии. На практике используют действительное значение величины.

*Действительным* называют значение физической величины, найденное экспериментально и настолько близкое к истинному, что в поставленной измерительной задаче оно может быть использовано вместо него [1].

С учетом вышеизложенного формула (1.8) может быть записана как

|  |  |
| --- | --- |
| $$∆X\_{i}=\left|X\_{i}-X\_{д}\right|$$ | (2.2) |

где $X\_{д}$ – значение, принятое за действительное (обычно среднее арифметическое значение).

*Относительную погрешность* $δX\_{i}$ находят в долях единицы или впроцентах по формулам:

|  |  |
| --- | --- |
| $$δX\_{i}=\frac{∆X\_{i}}{X\_{д}} или δX\_{i}=\frac{∆X\_{i}}{X\_{д}}∙100\%$$ | (2.3) |

Чем меньше отклонение результата измерения от истинного значения, тем выше точность измерения, т. е. ниже его погрешность.

По характеру появления погрешности разделяют на систематические и случайные.

*Систематическая погрешность* - составляющая погрешности измерений, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся (прогрессирующая, периодическая) при повторных измерениях одной и той же величины.

По причинам возникновения различают следующие систематические погрешности: инструментальную, теоретическую (погрешность метода измерений), субъективную (из-за индивидуальных свойств оператора). Систематические погрешности необходимо исключать из результатов измерений путем введения поправок, определенных с помощью рабочих эталонов, или регулирования прибора с доведением систематических составляющих погрешности до минимума.

*Случайная погрешность* - это составляющая погрешности измерений, изменяющаяся случайным образом под действием факторов, трудно поддающихся учету.

Случайные погрешности (ошибки) можно изучить только с помощью статистических методов. Оценка случайных погрешностей базируется на вероятностно-статистической теории ошибок, что позволяет с определенной гарантией установить действительное значение измеряемой величины и определить возможные ошибки.

Влияние количества измерений (объема выборки) на точность определения статистических характеристик, а, значит, достоверность и надежность оценки особенно велико при большом разбросе значений.

1. ***Практические задания***
2. Значения статистических характеристик для разных по объему выборок из одной и той же генеральной совокупности взять из практической работы №1.
3. Определить абсолютную и относительную погрешности, принимая условно за действительные (как более точные) значения статистических характеристик соответствующие выборке из наибольшего числа измерений.
4. Свести результаты расчетов в табл. 2.1, и сделать вывод о влиянии количества измерений на точность определения конкретных статистических характеристик данной совокупности результатов измерений.
5. ***Порядок проведения практической работы***

Студенты самостоятельно, используя собственные знания, справочный материал и результаты определения основных статистических характеристик для разных по объему выборок из одной и той же генеральной совокупности (см. практическую работу № 1), выполняют задание по своему варианту. Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается.

В ходе практической работы студент заполняет таблицы и строит графики в тетради для практических работ [5], аккуратно и разборчиво.

###### Таблица 2.1

Абсолютные и относительные погрешности статистических характеристик для разных по объему выборок

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Статистическаяхарактеристика | Выборка из **10** измерений | Выборка из **5** измерений |
| погрешности |
| абсолютная | относительная | абсолютная | относительная |
| размах  | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| среднееарифметическое значение | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| среднее квадратическое10отклонение  | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | \_\_\_\_\_\_\_\_ |
| дисперсия |  = \_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
| коэффициентвариации | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ | =\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |

# **практическая РАБОТА № 3**

**Интервальная оценка параметров распределения**

**Цель занятия:** Закрепить теоретические знания по интервальной оценке параметров распределения, сравнить доверительные интервалы для единичного результата измерения $X\_{i}$ и истинного значения $X\_{ист}$ при разных уровнях доверительной вероятности и разном объеме статистических данных.

1. ***Краткие теоретические сведения***

*Точечная оценка* - это оценка параметра, выражающаяся одним числом. Точечная оценка является лишь приближенным значением неизвестного параметра. Чтобы получить представление о точности и надежности оценки, используют интервальную оценку параметра.

Под интервальными характеристиками, в частности, понимают доверительный интервал. *Доверительный интервал* – это числовой интервал, между границами которого с заданной вероятностью находится истинное значение оцениваемого параметра [1].

Вероятность того, что случайная величина (отдельный результат измерений $X\_{i}$ или его истинное значение $X\_{ист}$ попадет в заданный интервал, называют д*оверительной вероятностью* $P\_{Д}$.

|  |  |
| --- | --- |
| $$P\_{Д}\left\{x\_{н}<x<x\_{в}\right\}=1-α$$ | (3.1) |

где $α$ – уровень значимости (вероятность того, что правильная гипотеза будет отвергнута); $X$ – значение оцениваемого параметра; $X\_{н} и X\_{в}$– соответственно нижняя и верхняя границы доверительного интервала.

Ширина доверительного интервала существенно зависит от объема выборки $n$ (уменьшается с ростом $n$) и значения доверительной вероятности $P\_{Д}$(увеличивается с приближением $P\_{Д}$ к 1).

Для нормального закона распределения доверительный интервал выбирается симметричным относительно искомого параметра, под которым понимают точечную оценку $\overbar{X}$. Границы доверительного интервала при оценке отдельного (единичного) результата измерения можно определить по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
| $$X\_{н(в)}=\overbar{X} \pm t∙σ$$ | (3.2) |

где $t$– аргумент функции Лапласа, принимаемый в зависимости от доверительной вероятности (Приложение 1).

Использование нормального распределения для обработки конечных совокупностей случайных величин (выборок) возможно, если количество измерений достаточно велико (более 20). При отличии закона распределения случайной величины от нормального необходимо построить его математическую модель и определять доверительный интервал с её использованием.

При малом количестве измерений расчет границ доверительного интервала можно выполнить с использованием распределения Стьюдента.

Распределение плотности вероятностей по этому закону зависит не только от значения случайной величины, но и от числа измерений. Границы доверительного интервала для истинного значения параметра определяют по формуле 3.3:

|  |  |
| --- | --- |
| $$X\_{л(пр)}=\overbar{X} \pm t\_{С}∙σ\_{\overbar{x}} = \overbar{X} \pm t\_{С}∙\frac{σ}{\sqrt{n}}$$ | (3.3) |

где $n$ – число измерений; $t\_{С}$ – коэффициент Стьюдента по Приложению 2; $σ\_{\overbar{x}}$ - среднее квадратическое отклонение (СКО) среднего арифметического значения:

|  |  |
| --- | --- |
| $$σ\_{\overbar{x}} = \frac{σ}{\sqrt{n}}$$ | (3.4) |

СКО среднего арифметического значения оценивает рассеивание точечных оценок, т.е. получение различных значений среднего арифметического при повторении несколько раз серии из $n$ измерений. При увеличении количества измерений повышается точность определения статистических характеристик, т.е. уменьшается отклонение от истинного значения. Поэтому уменьшается доверительный интервал для истинного значения (рис. 1).



**Рисунок 1 – Графическое сравнение интервалов**

**для истинного значения для выборок из 5, 10 и 50 результатов измерений**

Отношение (3.4) известно под названием «правило корня из *n*». Это правило говорит о том, что средний ожидаемый разброс среднего арифметического значения для $n$ измерений в $\sqrt{n}$ раз меньше разброса результатов отдельных (единичных) измерений. Таким образом, увеличивая число измерений, можно увеличить точность определения истинного значения.

1. ***Практические задания***
2. Определить границы доверительного интервала для единичного (отдельного) результата измерения (при $n=20$) по формуле 3.2. Результаты расчетов свести в табл. 3.1.

Таблица 3.1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Доверительная вероятность | Коэффициент доверительной вероятности  | Границы доверительного интервала | Значение плотности распределения  |
| нижняя  | верхняя  |
| - | 0,00 |  |  |  |
| 0,683 |  |  |  |  |
| 0,700 |  |  |  |  |
| 0,800 |  |  |  |  |
| 0,850 |  |  |  |  |
| 0,900 |  |  |  |  |
| 0,950 |  |  |  |  |
| 0,954 |  |  |  |  |
| 0,980 |  |  |  |  |
| 0,990 |  |  |  |  |
| 0,997 |  |  |  |  |

1. По результатам вычислений построить кривую нормального распределения и сделать вывод о влиянии доверительной вероятности на ширину доверительного интервала.
2. Определить границы доверительного интервала для истинного значения при $P\_{Д}=0,900$ по формуле 3.3. Результаты расчетов свести в табл. 3.2.

Таблица 3.2

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Число измерений  |  |  |  |  |  | Границы доверительного интервала  |
| левая  | правая  |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 |  |  |  |  |  |  |  |
| 20 |  |  |  |  |  |  |  |

1. По результатам вычислений построить доверительные интервалы для единичного результата измерения  и истинного значения  при разном объеме статистических данных и сделать вывод о влиянии количества измерений на ширину доверительного интервала.
2. ***Порядок проведения практической работы***

Студенты самостоятельно, используя собственные знания, справочный материал и результаты определения основных статистических характеристик для разных по объему выборок из одной и той же генеральной совокупности (см. практическую работу № 1), выполняют задание по своему варианту. Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается.

В ходе практической работы студент заполняет таблицы и строит графики в тетради для практических работ [5], аккуратно и разборчиво.

# **Практическая РАБОТА № 4**

**Анализ статистического ряда измерений контролируемого параметра и исключение результатов, содержащих грубые погрешности**

**Цель занятия:** Закрепить теоретические знания по определению возможных погрешностей результатов измерений и исключение из выборки значений, содержащих грубые погрешности. Получить практические навыки по определению грубых погрешностей результатов измерений.

1. ***Краткие теоретические сведения***

В процессе измерений контролируемого параметра возможны случаи, когда некоторые значения полученного статистического ряда измерений вызывают сомнения. Если при этом не исключить грубые погрешности, то итоговый результат вычислений может существенно отличаться от действительного значения контролируемого параметра привести к ошибочному техническому решению.

*Грубыми* называют погрешности, существенно превышающиезначение ожидаемой погрешности при данных условиях проведения измерений. Грубые погрешности могут быть вызваны неисправностью средств измерений или ошибками наблюдателей (исполнителей). С помощью статистических методов можно выявить результаты измерений, содержащие грубые погрешности.

*Метод «трех сигм»*

Этот метод применяется для результатов измерений, распределенных по нормальному закону. Согласно методу значение ожидаемой (допустимой) погрешности равно отклонению результата измерения от истинного значения на $3σ$.

Результат $X\_{i}$ содержит грубую погрешность, и его нужно исключить из расчетов, если [1]

|  |  |
| --- | --- |
| $X\_{i}^{сом}=\overbar{X}^{\*}-3σ^{\*}$(если $X\_{i}^{сом}$ является минимальным значением) | (4.1) |

|  |  |
| --- | --- |
| $X\_{i}^{сом}=\overbar{X}^{\*}+3σ^{\*}$(если $X\_{i}^{сом}$ является максимальным значением) | (4.2) |

или

где $\overbar{X}^{\*}$- среднее арифметическое значение результатов измерений без учета сомнительных значений; $σ^{\*}$- СКО по выборке без учета сомнительных значений.

Таким образом, по методу «трех сигм» из ряда результатов измерений исключаются значения, которые находятся за пределами доверительного интервала $(\overbar{X}-3σ; \overbar{X}+3σ)$. Доверительная вероятность $P\_{Д}$ равна 0,997, уровень значимости $α=0,003$, т.е. вероятность того, что принадлежащий к нормальной совокупности результат будет ошибочно исключен, составляет 0,3%.

Данный метод дает надежный результат при числе измерений $n>20$. $\overbar{X}$ и $σ$ вычисляют без учета экстремальных значений $X\_{i}$.

*Метод Романовского*

Этот метод применяют при малом числе измерений ($n<20$). Предельно допустимую ошибку (максимальную крайнюю погрешность) в статистическом ряду измерений вычисляют по формуле [1]

|  |  |
| --- | --- |
| $$∆X\_{пред}=t\_{доп}∙σ$$ | (4.3) |

где $t\_{доп}$- коэффициент, зависящий от числа измерений $n$ и доверительной вероятности $P\_{Д}$, принимают по прилож. 3.

 Результаты измерений $X\_{min}$ и $X\_{max}$ содержат грубую ошибку и исключаются из статистического ряда измерений, если

|  |  |
| --- | --- |
| $$\left\{\begin{array}{c}X\_{max}-\overbar{X}>∆X\_{пред}\\\overbar{X}-X\_{min}>∆X\_{пред}\end{array}\right.$$ | (4.4) |

1. ***Практические задания***
2. Для метода «трех сигм» определить сомнительные значения. Заполнить таблицу 4.1 без учета сомнительного значения, т.к. оно исключается из выборки. Для выборки из 19 значений пересчитать значения среднего арифметического и среднего квадратического отклонения. Сделать выводы.

Таблица 4.1

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер измерения | Результаты измерения |  |  | Статистические характеристики |
|  |  |  |  | 1. Среднее арифметическое значение результатов измерений= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2. Среднеквадратичное отклонение (СКО)= \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

1. Методом Романовского проверить, содержит ли статистический ряд данных результаты измерений с грубыми погрешностями. Для удобства расчеты вести в табличной форме (пример таблицы представлен табл. 4.2) Провести анализ разных по объему выборок. Сделать выводы. При наличии результатов с грубыми погрешностями эти результаты исключить из статистического ряда и вычислить новые, исправленные значения статистических характеристик.

Таблица 4.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Доверит. вероятность |  | Сомнительные значения |  |  |  |
|  |  |
| 0,900 |  |  |  |  |  |  |
| 0,950 |  |  |
| 0,990 |  |  |

1. ***Порядок проведения практической работы***

Студенты самостоятельно, используя собственные знания, справочный материал и результаты определения основных статистических характеристик для разных по объему выборок из одной и той же генеральной совокупности (см. практическую работу № 1), выполняют задание по своему варианту. Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается.

В ходе практической работы студент заполняет в тетради для практических работ [5], аккуратно и разборчиво.

# **Проверка соответствия экспериментальных данных нормальному закону распределения случайной величины**

# **Практическая РАБОТА № 5**

**Проверка гипотезы о законе распределения**

**результатов измерений по критерию Пирсона**

**Цель занятия:** Закрепить теоретические знания по проверке гипотезы о законе распределения экспериментальных данных. Получить практические навыки по используют критерий Пирсона.

1. ***Краткие теоретические сведения***

Для статистической оценки показателей качества и выполнения сравнительного анализа необходимо знать закон распределения случайной величины.

При числе наблюдений более 50 для идентификации закона распределения используют критерий Пирсона $χ^{2}$ (хи-квадрат) При числе наблюдений более 15, но менее 50 для проверки нормальности закона распределения применяется составной критерий ($d$-критерий). При числе измерений менее 15 принадлежность экспериментального распределения нормальному закону не проверяется [1].

Согласно *критерию Пирсона (*$χ^{2}$)контролируют отклонение гистограммы экспериментальных данных от теоретической кривой, построенной для такого же числа интервалов. Идея заключается в контроле отклонений гистограммы экспериментальных данных от теоретической кривой, построенной на основе нормального закона распределения для такого же числа интервалов, что и при построении гистограммы.

Если $χ^{2}<χ\_{доп}^{2}$, то гипотеза о подчинении выборки нормальному закону распределения не отвергается.

Величина $χ^{2}$ определяется по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
| $$χ^{2}=\sum\_{i=1}^{n}\frac{\left(n\_{i}^{Э}-n\_{i}^{T}\right)^{2}}{n\_{i}^{T}}$$ | (5.1) |

где $n\_{i}^{Э}$ - частота попадания экспериментальных данных в -й интервал гистограммы; $n\_{i}^{T}$- теоретическая частота попадания данных в $i$-й интервал гистограммы; $k$- число интервалов гистограммы распределения.

Величина $χ^{2}$ есть мера суммарного отклонения между теоретической моделью (кривой рассматриваемого закона распределения) и экспериментальным распределением Если бы выбранная модель в центрах всех интервалов (столбцов) совпадала с экспериментальными данными, то все разности $n\_{i}^{Э}-n\_{i}^{T}$ были бы равны нулю, значение $χ^{2}$ тоже было бы равно нулю.

Допустимая величина отклонений $χ\_{доп}^{2}$ зависит от уровня значимости $α$ и числа степеней свободы $q$ и определяется по прилож. 4:

|  |  |
| --- | --- |
| $$χ\_{доп}^{2}=f(α, q)$$ | (5.2) |

Уровень значимости - это вероятность совершения ошибки 1-го рода, т.е. вероятность отклонения верной гипотезы. Ошибка 2-го рода заключается в принятии ложной гипотезы. Обычно принимают $α$ $=0,02...0,05$. В данной учебной работе можно принять $α =0,10$. В случае, когда $α =0,10$, вероятность того, что верная гипотеза не будет принята, составляет 10%.

Число степеней свободы $q$ определяют по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
| $$q=k-r-1$$ | (5.3) |

где $k$ – число интервалов, $r$ - число параметров закона распределения (для нормального закона распределения параметрами являются среднее арифметическое значение $\overbar{X}$ и СКО $σ$, т.е. $r=2$).

1. ***Практические задания***

1. Определить максимальное $X\_{max}$ и минимальное $X\_{min}$ значения в выборке.

2. Построить гистограмму экспериментальных данных по данным столбцов 2, 3 и 5:

2.1. Определить длину интервала $D\_{и}$ определяется по формуле Стерджеса (результат округляют до целого числа) [1, 6].

|  |  |
| --- | --- |
| $$D\_{и}=\frac{X\_{max}-X\_{min}}{1+3,32∙lgN}$$ | (5.4) |

2.2. Разбить выборку на $k$ интервалов длиной $D\_{и}$ начиная с интервала, включающего $X\_{min}$ до интервала, включающего $X\_{max}$.

2.3. Для каждого интервала установить верхнюю и нижнюю границы и определить количество результатов, попавших в этот интервал, т.е. экспериментальную частоту $n\_{i}^{T}$.

2.4. Результаты занести в табл. 5.1 (столбцы 1, 2, 3, 4, 5).

3. Построить теоретическую кривую нормального распределения по данным столбцов 4 и10:

3.1. Определить среднее арифметическое значение для середин интервалов:

|  |  |
| --- | --- |
| $$\overbar{X}=\frac{1}{N}\sum\_{i=1}^{k}\left(X\_{i}^{cp}∙n\_{i}^{Э}\right)$$ | (5.5) |

3.2. Определить среднее квадратическое отклонение:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5.6) |

3.3. Для середины каждого интервала вычислить значения коэффициента $t\_{i}$ (значения определяют с точностью до второго знака после запятой). Результаты занести в 8-ой столбец таблицы 5.1:

|  |  |
| --- | --- |
| $$t\_{i}=\frac{\left|X\_{i}^{cp}-\overbar{X}\right|}{σ}$$ | (5.7) |

3.4. Установить значения плотности нормального распределения $f(t\_{i})$ по приложению 5 и занести в столбец 9.

3.5. Вычислить теоретическую частоту попадания результатов измерений в $i-$й интервал (столбец 10):

|  |  |
| --- | --- |
| $n\_{i}^{T}=f(t\_{i})∙\frac{D\_{и}∙N}{σ}$ | (5.8) |

4.. Для правильного построения теоретической кривой нормального распределения необходимо вычислить три дополнительные точки $n\_{i}^{T}$ для значений по оси абсцисс $\overbar{X}$, которая является вершиной кривой и $\overbar{X}-σ$ и $\overbar{X}+σ$, которые являются точками перегиба кривой (табл. 5.2). Вычислить значение критерия Пирсона по формуле (5.1) и заполнить табл. 5.2.

5. Рассчитать число степеней свободы $q$ по формуле 5.3.

6. Значения допустимого значения $χ\_{доп}^{2}$ определить по прилож. 4.

7. Сравнить $χ\_{доп}^{2}$ с рассчитанным и установить адекватность теоретических и экспериментальных данных $χ^{2}$.

1. ***Порядок проведения практической работы***

Студенты самостоятельно, используя собственные знания и справочный материал, выполняют задание по своему варианту (вариант выдает преподаватель). Работа, выполненная не по своему варианту, не зачитывается.

В ходе практической работы студент заполняет таблицы и строит графики в тетради для практических работ [5], аккуратно и разборчиво.

Таблица 2.1

**Результаты вычисления критерия Пирсона**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №интервала ***i*** | Границыинтервала ***i*** | Середина интервала |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| нижняя | верхняя |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| **1** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **2** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **3**28 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **4** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **5** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **6** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **7** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **8** |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| сумма |  |  |  |  |  |  |

Таблица 2.2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Значения по оси абсцисс |  |  | Значения по оси ординат -  |
| = |  | 1 |  |  |
| = |  | 0 |  |  |
| = |  | 1 |  |  |