

**МАТЕРИАЛЫ
для СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОТДЕЛЕНИЯ СПБГЭТУ (ЛЭТИ)**

Курс «Алгебра и геометрия»

Кафедра ВМ-2
Курс 1
Семестр 1

Санкт-Петербург
2012 г

1. ВВЕДЕНИЕ

Настоящее пособие предназначено для самостоятельной работы студентов заочной формы обучения. Пособие содержит список основных тем и разделов, изучаемых в программе высшей математики в первом семестре.

Список литературы содержит ряд учебников и пособий, которые могут быть использованы для освоения этих курсов.

2. ПРОГРАММА КУРСА

ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОЙ АЛГЕБРЫ

1. Комплексные числа: определение, различные формы представления, действия над ними. [5. Гл.VI]
2. Многочлены: деление с остатком, теорема Безу, основная теорема алгебры, разложение многочлена на множители, кратность корня.
3. Дробно-рациональные функции. Разложение рациональной дроби на простейшие.
4. Определители. Их свойства. Методы вычисления определителей.
5. Матрицы. Действия над ними. [6. Гл.1] [5. Гл.1] Ранг матрицы.
6. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Методы Крамера и исключения (Гаусса). [6. Гл.2], [5. Гл.1]

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Прямая на плоскости. [5. Гл. 3] Прямая и плоскость в пространстве. [5. Гл.4]
2. Кривые второго порядка на плоскости и поверхности второго порядка. [5. Гл.3, § 11]

3. ЛИТЕРАТУРА

1. Я.С.Бугров, С.М.Никольский. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии. Ч.1 М: Дрофа, 2003.
2. Сборник задач по математике для втузов. Линейная алгебра и основы математического анализа. Под редакцией А.В.Ефимова, Б.П.Демидовича. М., "Наука", 1986.
3. Г.Корн, Т.Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М. "Наука", 1968.
4. Д.Т.Письменный. Конспект лекций по высшей математике. Ч.1. М.: Айрис-пресс, 2004.
5. Е.А. Толкачева, М.Н. Абрамова, А.И. Куприянов. Матрицы, определители и системы линейных уравнений. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2006.
6. Е.А. Толкачева, М.Н. Абрамова, А.И. Куприянов. Комплексные числа и многочлены. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2007.

4. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Комплексные числа: определение, различные формы представления, действия над ними.
2. Многочлены: деление с остатком, теорема Безу.
3. Разложение многочлена на множители, кратность корня.
4. Дробно-рациональные функции. Разложение дроби на простейшие.
5. Определители и их свойства.
6. Матрицы и действия над ними.
7. Обратная матрица. Методы ее нахождения.
8. Ранг матрицы.
9. Решение систем линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли.
10. Векторная алгебра. Основные понятия и действия над векторами.
11. Скалярное произведение векторов и его свойства.
12. Векторное и смешанное произведения векторов и их свойства.
13. Прямая на плоскости.
14. Прямая и плоскость в пространстве.
15. Кривые второго порядка на плоскости и поверхности второго порядка.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа №1.

1 вариант

Комплексные числа и многочлены.

1. Выполните действия: $\frac{3-i}{2+i} + i^{11}(-2+3i)$.
2. Найдите решения уравнения $2z^2+(5-4i)z-5i=0$. Нарисуйте их на комплексной плоскости.
3. Найдите все значения $\sqrt[4]{16i}$. Ответ запишите в показательной форме.
4. Разложите на множители многочлен $f(x) = x^4 + x^3 - x^2 + x - 2$.
5. Выделите целую часть дроби: $\frac{x^3 + 6x^2 + 1}{x^2 + 2}$.
6. Разложите дробь на простейшие: $\frac{2x^2 - 4}{x^3 - 4x}$.

Контрольная работа №2.

1 вариант

Матрицы и определители.

1. Методом Гаусса и методом алгебраических дополнений найдите матрицу, обратную к А, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & -1 & 3 \\ -1 & 0 & 6 \end{pmatrix}.$$

2. Какое из следующих выражений является общим решением системы линейных уравнений и

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_5 = 1 \\ x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

- почему :
- 1) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$?
 - 2) $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?
 - 3) $\begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} 4 \\ 1,5 \\ -1 \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix} + v \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?
 - 4) нет решений.

3. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 1 \end{pmatrix}$. Какое из произведений является

матрицей размера 2×2 ?

- 1) ABC; 2) BCA; 3) CBA; 4) CAB.

4. Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ равен:

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Контрольная работа №3.

1 вариант

Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

1. В плоскости YOZ найти вектор \vec{d} , перпендикулярный вектору $c(12, -3, 4)$ и имеющий одинаковую с ним длину.

- Компланарны ли три вектора: $a(2, -1, 3)$, $b(1, 4, 2)$, $c(3, 1, -1)$?
- Даны вершины треугольника А (4,6), В (-4,0), С(-1,-4). Составить уравнение: а) трех его сторон; б) медианы СМ; в) высоты АН.
- Вычислить угол между двумя прямыми: $y = 3x$ и $y = -2x + 5$.
- Прямая и плоскость заданы уравнениями $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{7}$ и $x - 3y + z + 1 = 0$.
Какая из перечисленных ситуаций имеет место и почему:
1) прямая лежит в плоскости? 2) прямая параллельна плоскости? 3) прямая пересекает плоскость?

Контрольная работа №1.

2 вариант

Комплексные числа и многочлены.

- Выполните действия: $(2 + 3i)(1 - i) - \frac{i^{15}}{1 + i}$.
- Решить уравнение: $z^2 + iz + 2i = 0$.
- Изобразите на комплексной плоскости все корни уравнения $z^3 = 8$.
- Разложите на множители в поле \mathbf{C} многочлен $p(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 4x - 5$.
- Выделите целую часть дроби: $\frac{2x^3 - 4x + 1}{x^2 + 3x}$.
- Разложите дробь на простейшие: $\frac{x^2}{(x-1)^2(x+1)}$.

Контрольная работа №2.

2 вариант

Матрицы и определители.

- Указать обратимые матрицы:

1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 7 & 4 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 0 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

- Решите систему линейных уравнений по теореме Крамера и методом Гаусса:

$$\begin{cases} y + 3z = -1 \\ 2x + 3y + 5z = 3 \\ 3x + 5y + 7z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ -1 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- Найдите ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 7 \\ 0 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 10 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

- Матрицы А, С имеют, соответственно, размеры 2×4 и 3×2 и существует произведение АВС. Каковы размеры матрицы В?

1) 2×2 ; 2) 3×4 ; 3) 4×3 ; 4) 4×2 ; 5) 2×3 .

Контрольная работа №3.

2 вариант

Векторная алгебра и аналитическая геометрия.

- Зная векторы, образующие треугольник ABC: $\vec{AB} = 3\vec{i} + 6\vec{j}$, $\vec{BC} = -\vec{i} - 7\vec{j}$, $\vec{AC} = 2\vec{i} - \vec{j}$, найти углы этого треугольника.
- Найти α и β так, чтобы векторы $a = \alpha\vec{i} + 7\vec{j} + 3\vec{k}$ и $b = \vec{i} + \beta\vec{j} + 2\vec{k}$ были параллельны.
- Найдите уравнение прямой, отсекающей на оси OX отрезок равный 2 и образующей с прямой $x - 2y + 3 = 0$ угол в 45° .
- Вычислить угол между плоскостями $4x - 5y + 3z - 1 = 0$ и $x - 4y - z + 9 = 0$.
- Найдите расстояние между точкой M (1,-2,8) и прямой L: $\frac{x - 6}{3} = \frac{y - 7}{6} = \frac{z - 6}{4}$.