

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	4
1 Виды зубчатых механизмов и их особенности	4
2 Многозвенные зубчатые механизмы	9
2.1 Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес	9
2.2 Планетарные зубчатые механизмы	11
2.3 Дифференциальные зубчатые механизмы	13
2.4 Замкнутый (с обратной связью) дифференциальный механизм ..	14
3. Задачи для самостоятельного решения	15
3.1 Кинематический анализ многозвенных зубчатых механизмов с неподвижными осями колес	15
3.2 Кинематический анализ планетарных зубчатых механизмов	19
3.3 Кинематический анализ замкнутого дифференциального зубча- того механизма	27
4. Контрольные вопросы	32
Список литературы	32

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании зубчатых механизмов машин и приборов возникает необходимость передавать вращение с большим передаточным отношением или при значительных межосевых расстояниях. В таких случаях применяют многозвенные зубчатые механизмы, либо снижающие угловую скорость (редукторы), либо повышающие ее (мультипликаторы). Они подразделяются на механизмы с неподвижными осями всех колес и механизмы, оси отдельных колес которых перемещаются относительно стойки. Такие механизмы с жесткими колесами называют планетарными.

Основными достоинствами планетарных механизмов является:

- 1) Возможность получения больших передаточных отношений при малом числе зубчатых зацеплений.
- 2) Соосность входного и выходного валов, позволяющая встраивать планетарный механизм вместе с электродвигателем внутри барабана, колеса, шкива и т.д.
- 3) Разветвление потоков мощности между всеми зацеплениями центральных колес с сателлитами.
- 4) Компактность.
- 5) Разгрузка центральных валов от изгиба вследствие применения многосателлитной схемы, когда действующие на центральное колесо или водило силы от сателлитов взаимно уравновешиваются.
- 6) Надежная работа подшипников центральных звеньев вследствие малых действующих сил при многосателлитной схеме механизма.
- 7) Меньшие габариты и вес.
- 8) Возможность получения высокого КПД.

В данном практическом пособии приводятся основные сведения по кинематическому анализу многозвенных зубчатых механизмов с параллельными осями колес (цилиндрических). Приведены примеры определения передаточного отношения механизмов с неподвижными осями всех колес (рядовых и ступенчатых), рассмотрены различные схемы планетарных механизмов и их кинематические возможности, приведен аналитический метод кинематического анализа планетарных и дифференциальных механизмов. Даны варианты задач для самостоятельного решения.

Пособие может быть использовано студентами и курсантами на практических занятиях и при самостоятельном изучении раздела «Многозвенные зубчатые механизмы» дисциплины «Теория механизмов и машин».

1 ВИДЫ ЗУБЧАТЫХ МЕХАНИЗМОВ И ИХ ОСОБЕННОСТИ

Для передачи непрерывного вращения от одного вала к другому с преобразованием параметров движения чаще всего применяют простые и многозвенные зубчатые механизмы, либо понижающие скорость вращения выходного вала по сравнению с входным ($\omega_{вх} > \omega_{вых}$) – редукторы, либо повышающие ее ($\omega_{вх} < \omega_{вых}$) – мультипликаторы.

Зубчатые механизмы содержат в своем составе зубчатые колеса. На

рис. 1 показаны схемы различных соединений зубчатых колес с валом.

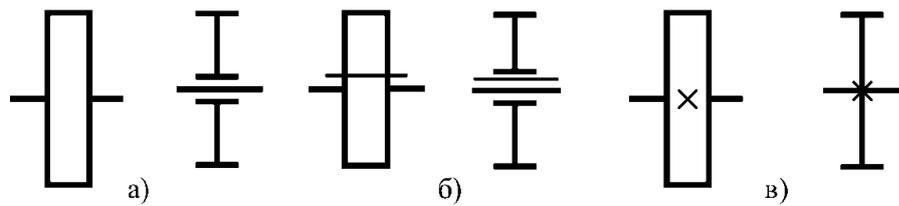


Рис. 1. Схемы соединений зубчатых колес с валом:
а – свободное, б – подвижное, в – глухое

Простая зубчатая передача – трехзвенный механизм, состоящий из двух зубчатых колес и стойки, в котором зубчатые колеса образуют между собой высшую пару, со стойкой – низшие (поступательные или вращательные).

Зубчатое колесо передачи с меньшим числом зубьев называется шестерней. Зубчатое колесо передачи с большим числом зубьев называется колесом.

Многозвенные зубчатые механизмы (передачи) можно рассматривать состоящими из нескольких простых.

Зубчатые передачи могут быть плоскими и пространственными. Плоские передачи предназначены для передачи вращательного движения между параллельными валами. В пространственных передачах оси зубчатых колес пересекаются или скрещиваются.

Поэтому по взаимному расположению в пространстве осей вращения колес зубчатые передачи классифицируются:

- с параллельными осями – цилиндрические (рис. 2а, б, в, г, д);
- с пересекающимися осями – конические (рис. 2ж, з, и);
- с перекрещивающимися осями – гиперболоидные; ее частные виды: винтовая (рис. 2е), гипоидная коническая (рис. 2к).

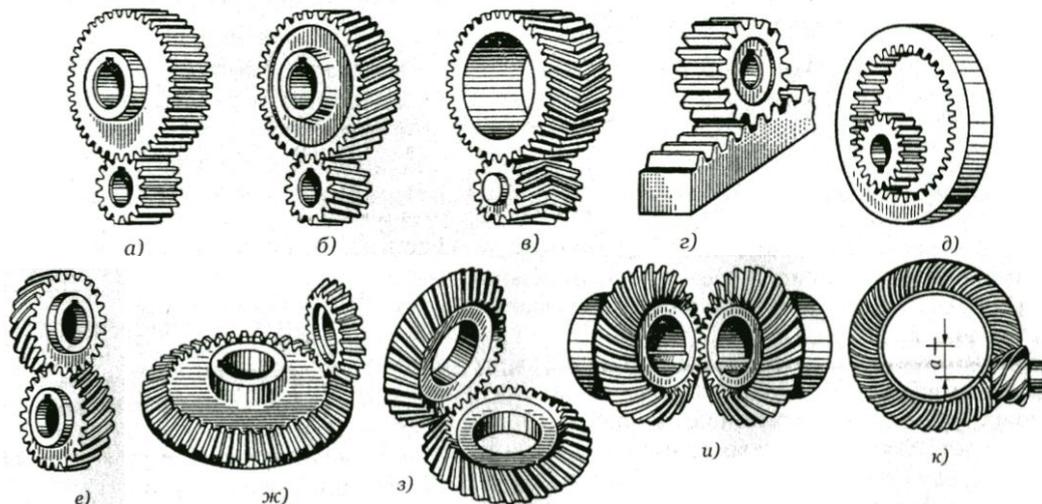


Рис. 2. Виды простых зубчатых передач:

- а, б, в – цилиндрические зубчатые передачи с внешним зацеплением;
- г – ременная зубчатая передача (частный вид цилиндрической);
- д – цилиндрическая передача с внутренним зацеплением;
- е – зубчатая винтовая передача; ж, з, и – конические передачи;
- к – гипоидная коническая передача

Основной кинематической характеристикой передачи является осуществляемое ею угловое передаточное отношение.

Передаточным отношением зубчатой передачи называется отношение угловой скорости ведущего колеса 1 к угловой скорости ведомого колеса 2

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 . \quad (1)$$

Если ведущим является колесо 2, определяется передаточное отношение

$$i_{21} = \omega_2 / \omega_1 .$$

Угловые скорости колес, находящихся в зацеплении, обратно пропорциональны диаметрам начальных окружностей d_{w1} и d_{w2} и числам зубьев колес z_1 и z_2 .

Передаточное отношение зубчатых передач может быть меньше, равно или больше единице.

В передачах с параллельными осями колес, которые называют цилиндрическими (начальные и делительные поверхности цилиндрические), передаточному отношению приписывается знак плюс (+), если колеса вращаются в одном направлении (внутреннее зацепление), и минус (-), если направление вращения колес противоположно (внешнее зацепление).

Передаточное отношение для пары цилиндрических зубчатых колес внешнего зацепления (рис. 3)

$$i_{12} = -\omega_1 / \omega_2 = -n_1 / n_2 = -d_{w2} / d_{w1} = -z_2 / z_1 , \quad (2)$$

внутреннего зацепления (рис. 4)

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 = d_{w2} / d_{w1} = z_2 / z_1 . \quad (3)$$

Определение передаточных отношений, неизвестных частот вращения или угловых скоростей и направлений вращений колес является целью кинематического анализа зубчатых механизмов.

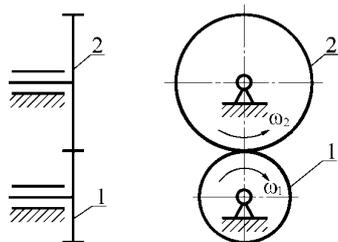


Рис. 3. Зубчатая цилиндрическая передача внешнего зацепления

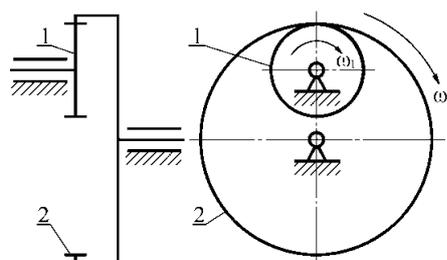


Рис. 4. Зубчатая цилиндрическая передача внутреннего зацепления

Зубчатая передача с пересекающимися осями, у зубчатых колес которой начальные и делительные поверхности конические, называется конической передачей. Такая передача может быть ортогональной (рис. 5а), у которой межосевой угол $\Sigma = \delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$, и неортогональной (рис. 5б), у которой $\Sigma \neq 90^\circ$.

Передаточное отношение конической передачи

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 = \sin \delta_2 / \sin \delta_1 = d_{w2} / d_{w1} = z_2 / z_1 , \quad (4)$$

где δ_1 и δ_2 – углы начальных конусов.

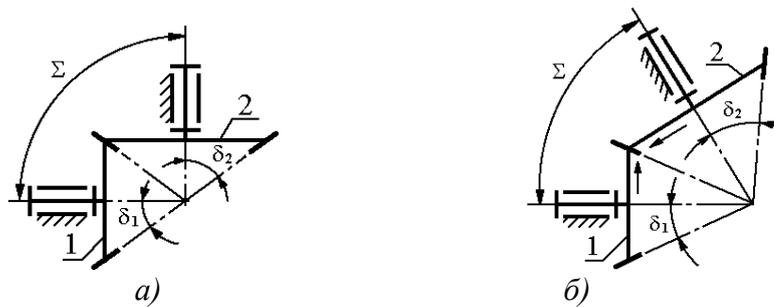


Рис. 5. Передачи зубчатые конические:

Зубчатая передача с перекрещивающимися осями называется гиперболоидной. Частными случаями гиперболоидной передачи являются винтовая, гипоидная коническая и червячная передачи, отличающиеся видом начальных поверхностей.

Если начальные поверхности колес – круглые цилиндры, то передача называется винтовой (рис. 2е, б).

Передаточное отношение винтовой передачи

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_{w2} \cos \beta_{w2}}{d_{w1} \cos \beta_{w1}} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (5)$$

где β_{w1}, β_{w2} – углы наклона винтовых линий зубьев по начальным цилиндрам.

Гиперболоидная передача, у зубчатых колес которой начальные поверхности – конусы с несовпадающими вершинами, называется гипоидной зубчатой передачей (рис. 2к, 7).

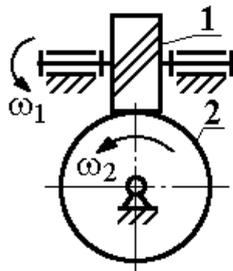


Рис. 6. Передача зубчатая винтовая

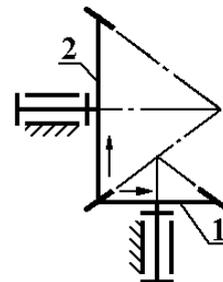


Рис. 7. Передача зубчатая гипоидная

Передаточное отношение гипоидной зубчатой передачи

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 = z_2 / z_1. \quad (6)$$

В червячной зубчатой передаче (рис. 8) угол скрещивания осей в большинстве случаев равен 90° . Передача состоит из червяка 1 и червячного колеса 2. В червячной передаче z_1 называют числом заходов или витков червяка. Стандартом предусмотрено z_1 равно 1, 2 и 4.

По форме делительной поверхности червяки подразделяют на цилиндрические (рис. 8а) и глобоидные (рис. 8б).

Передаточное отношение червячной передачи

$$i_{12} = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2 = z_2 / z_1. \quad (7)$$

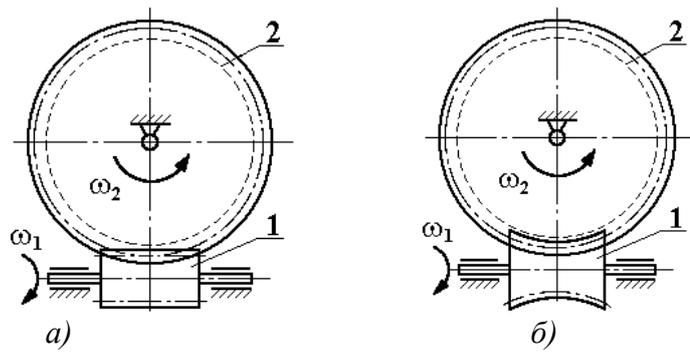


Рис. 8. Передачи червячные:
a – с цилиндрическим червяком; *б* – с глобоидным червяком

Передаточные отношения простых зубчатых передач, как правило, не превышают 5 ... 8. В червячной передаче $i_{12} \leq 80$. При больших передаточных отношениях в одной паре колес получается нерациональная из-за больших габаритов конструкция передачи, и снижается ее долговечность за счет быстрого износа зубьев малого колеса.

В тех случаях, когда необходимо обеспечить передачу вращения с большим передаточным отношением или при значительных межосевых расстояниях, применяют многозвенные зубчатые механизмы, состоящие из нескольких последовательно соединенных друг с другом простых зубчатых передач.

Общее передаточное отношение многозвенного механизма равно произведению передаточных отношений отдельных механизмов (передач, ступеней), последовательно включенных в его состав:

$$i_{1j} = \omega_1 / \omega_j = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} \cdot \dots \cdot i_{(j-1)j} \quad (8)$$

Для многозвенного механизма (рис. 9), состоящего из конической передачи 1 – 2, двух цилиндрических передач 3 – 4 и 5 – 6, второй конической передачи 7 – 8 и червячной передачи 9 – 10, общее передаточное отношение

$$i_{1-10} = \omega_1 / \omega_{10} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} \cdot i_{78} \cdot i_{9-10} \quad (9)$$

Отсюда при известных значениях ω_1 и i_{1-10} можно определить угловую скорость ведомого колеса $\omega_{10} = \omega_1 / i_{1-10}$. Направление угловой скорости ведомого звена определяют по правилу стрелок.

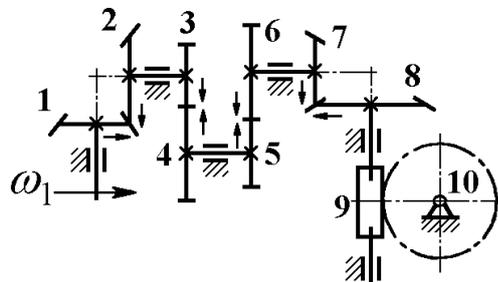


Рис. 9. Многозвенный зубчатый механизм

Различают два основных вида многозвенных механизмов:

- зубчатые механизмы с неподвижными осями всех колес;
- планетарные зубчатые механизмы – зубчатые механизмы, оси отдельных колес которых перемещаются относительно стойки.

2 МНОГОЗВЕННЫЕ ЗУБЧАТЫЕ МЕХАНИЗМЫ

2.1 Многозвенные зубчатые механизмы с неподвижными осями колес

К таким механизмам относятся рядовые и ступенчатые зубчатые механизмы.

Передаточное отношение рядового механизма (рис. 10), представляющего соединение нескольких пар единичных зубчатых колес

$$i_{14} = i_{12} \cdot i_{23} \cdot i_{34} = (-z_2/z_1) \cdot (-z_3/z_2) \cdot (-z_4/z_3) = -z_4/z_1 \quad (10)$$

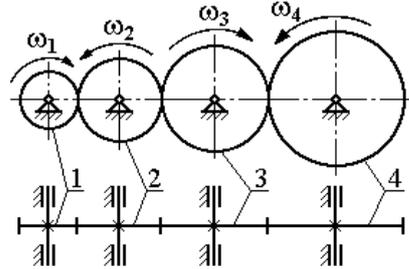


Рис. 10. Рядовой зубчатый механизм

В общем случае при j колесах в механизме и числе передач внешнего зацепления k формула для передаточного отношения имеет вид

$$i_{1j} = \frac{\omega_1}{\omega_j} = (-1)^k \frac{z_j}{z_1}. \quad (11)$$

Передаточное отношение рядового зубчатого механизма равно обратному отношению чисел зубьев крайних колес.

Значение i_{1j} в таких механизмах относительно невелико, так как оно ограничено допустимыми величинами z_1 и z_j , а число зубьев промежуточных колес не влияет на величину общего передаточного отношения. Эти колеса применяют для изменения направления вращения выходного звена при неизменном направлении вращения входного, либо для обеспечения передачи движения при большом межосевом расстоянии.

В ступенчатых зубчатых механизмах с постоянным передаточным отношением на каждом из валов, кроме крайних, насажено по два колеса.

Для ступенчатого механизма с параллельными осями, представленного на рис. 11 передаточное отношение

$$i_{общ} = i_{16} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_3}{\omega_4} \cdot \frac{\omega_5}{\omega_6} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(+\frac{z_6}{z_5}\right).$$

Так как $\omega_2 = \omega_3$; $\omega_4 = \omega_5$, то после сокращения получаем

$$i_{общ} = i_{16} = \omega_1/\omega_6 = (z_2 \cdot z_4 \cdot z_6)/(z_1 \cdot z_3 \cdot z_5). \quad (12)$$

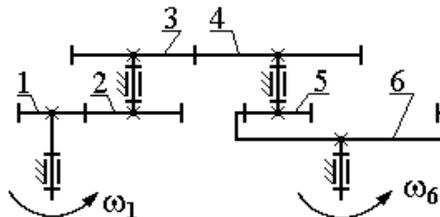


Рис. 11. Ступенчатый зубчатый механизм

В общем случае при j колесах и k внешних зацеплениях передаточное отношение плоской ступенчатой передачи

$$i_{1j} = (-1)^k \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \cdot \dots \cdot z_j}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot \dots \cdot z_{(j-1)}}, \quad (13)$$

т.е. равно отношению произведения чисел зубьев ведомых колес к произведению чисел зубьев ведущих колес.

Знак передаточного отношения в механизмах с параллельными осями колес определяется множителем $(-1)^k$. В пространственных зубчатых механизмах знак у передаточного отношения не ставится, а направления вращения звеньев определяют по правилу стрелок, как показано на рис. 9.

Ступенчатые зубчатые механизмы часто применяются в коробках передач (коробках скоростей), служащих для изменения частоты вращения ведомого вала при постоянной частоте вращения ведущего. Ступенчатое изменение передаточного отношения при переключении зубчатых передач осуществляется перемещением блоков зубчатых колес вдоль валов.

На рис. 12 изображена девятискоростная коробка передач. Колеса 1, 1' и 1'' образуют единый блок, который может перемещаться вдоль вала I и сцепляться либо с колесом 2', либо с колесом 2'', либо с колесом 2''' на валу II. Колеса 3, 3' и 3'' образуют такой же блок на ведомом валу III и могут быть сцеплены с колесами 2, 2'' и 2''' на валу II. В зависимости от положений блоков зубчатых колес можно получить девять различных значений передаточных отношений. Так, для передачи 1' – 2'' – 2''' – 3

$$i_{1'3} = i_{1'2''} \cdot i_{2'''3} = \frac{z_{2''} \cdot z_3}{z_{1'} \cdot z_{2'''}}.$$

В таких механизмах для всех пар колес, находящихся в зацеплении, должны быть выполнены условия соосности. Для данного механизма при условии, что модули всех колес одинаковы и все колеса без смещения, условия соосности имеют вид:

$$r_{2''} + r_3 = r_{2'} + r_{3'} = r_2 + r_{3''} \quad \text{и} \quad r_{1''} + r_{2''} = r_{1'} + r_{2'} = r_1 + r_2$$

или

$$z_{2''} + z_3 = z_{2'} + z_{3'} = z_2 + z_{3''} \quad \text{и} \quad z_{1''} + z_{2''} = z_{1'} + z_{2'} = z_1 + z_2.$$

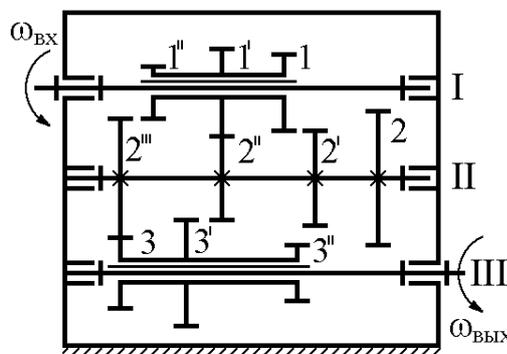


Рис. 12. Коробка передач

2.2 Планетарные зубчатые механизмы

Планетарные зубчатые механизмы имеют колеса с движущимися геометрическими осями, которые называются планетарными или сателлитами. Подвижное звено, в котором помещены оси сателлитов, называется водилом. Вращающееся вокруг неподвижной оси колесо, по которому обкатываются планетарные колеса, называется центральным; неподвижное центральное колесо называется опорным.

Схема простейшего однорядного планетарного механизма (рис. 13) включает опорное колесо 4, центральное колесо 1, планетарные колеса 2 и водило Н. Ведущим звеном может быть как колесо 1, так и водило Н.

Передаточное отношение планетарного механизма от любого колеса i к водилу Н при неподвижном колесе j равно единице минус передаточное отношение $i_{ij}^{(H)}$ от этого же колеса к опорному в обращенном механизме

$$i_{iH}^{(j)} = 1 - i_{ij}^{(H)}. \quad (14)$$

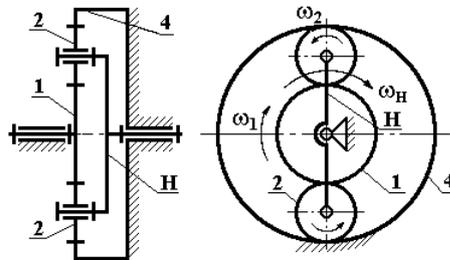


Рис. 13. Планетарный зубчатый механизм

Для определения $i_{ij}^{(H)}$ надо из зубчатых колес, входящих в состав планетарного механизма, составить механизм с неподвижными осями, считая при этом водило неподвижным, а опорное колесо вращающимся. Такой механизм с остановленным водилом и освобожденным опорным колесом называется обращенным. В обращенном механизме все зубчатые колеса имеют неподвижные оси вращения.

Формулы для определения передаточных отношений типовых планетарных механизмов приведены в табл. 1. Эти механизмы отличаются знаками передаточных отношений обращенного механизма и имеют, соответственно, различные кинематические возможности.

Как правило, эти механизмы работают как понижающие передачи, но в этом случае у механизмов схемы 3 и 4 ведущим является водило. Получим

$$i_{H1}^{(4)} = \frac{1}{i_{1H}^{(4)}} = \frac{z_1 \cdot z_3}{z_1 \cdot z_3 - z_2 \cdot z_4}. \quad (15)$$

Для получения больших передаточных отношений в приводах применяют многоступенчатые схемы планетарных механизмов, а также схемы, в которых соединяются простые ступени с планетарными. Пример такого зубчатого механизма приведен на рис. 14. Состоит из планетарного механизма с одинарным сателлитом (колеса 1, 2, 3 и водило H_1 , колесо 3 – неподвижное), двухступенчатой цилиндрической передачи (колеса 4, 5, 6 и 7) и планетарного механизма с двойными сателлитами (колеса 8, 9, 10, 11 и водило H_2 , коле-

со 8 – неподвижное, ведущим является водило H_2).

Передаточное отношение этого механизма

$$i_{1-11} = i_{1H_1}^{(3)} \cdot i_{45} \cdot i_{67} \cdot i_{H_2-11}^{(8)}, \quad (16)$$

где $i_{1H_1}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H_1)} = 1 + z_3/z_1$; $i_{45} = -z_5/z_4$; $i_{67} = -z_7/z_6$;

$$i_{H_2-11}^{(8)} = \frac{1}{i_{11-H_2}^{(8)}} = \frac{1}{1 - i_{11-8}^{(H_2)}} = \frac{1}{1 - (z_{10} \cdot z_8)/(z_{11} \cdot z_9)} = \frac{z_{11} \cdot z_9}{z_{11} \cdot z_9 - z_{10} \cdot z_8}.$$

Окончательно имеем

$$i_{1-11} = \left(1 + \frac{z_3}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_5}{z_4}\right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6}\right) \cdot \left(\frac{z_{11} \cdot z_9}{z_{11} \cdot z_9 - z_{10} \cdot z_8}\right). \quad (17)$$

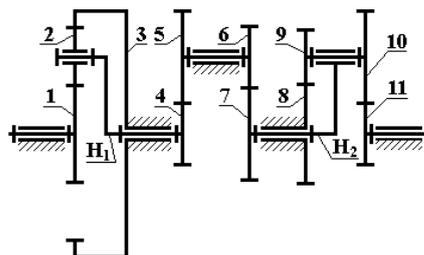


Рис. 14. Многоступенчатый зубчатый механизм с планетарными ступенями

Таблица 1 – Передаточные отношения типовых планетарных механизмов

№	Схема планетарного механизма	Передаточное отношение
1		$i_{1H}^{(4)} = \omega_1/\omega_H = 1 - i_{14}^{(H)}$ $i_{14}^{(H)} = i_{12} \cdot i_{24} = -z_4/z_1 < 0$ $i_{1H}^{(4)} = \omega_1/\omega_H = 1 + z_4/z_1$
2		$i_{1H}^{(4)} = \omega_1/\omega_H = 1 - i_{14}^{(H)}$ $i_{14}^{(H)} = i_{12} \cdot i_{34} = (-z_2/z_1) \cdot (+z_4/z_3) < 0$ $i_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 + \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$
3		$i_{1H}^{(4)} = \omega_1/\omega_H = 1 - i_{14}^{(H)}$ $i_{14}^{(H)} = i_{12} \cdot i_{34} = \left(-\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) > 0$ $i_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$
4		$i_{1H}^{(4)} = \omega_1/\omega_H = 1 - i_{14}^{(H)}$ $i_{14}^{(H)} = i_{12} \cdot i_{34} = \left(+\frac{z_2}{z_1}\right) \cdot \left(+\frac{z_4}{z_3}\right) > 0$ $i_{1H}^{(4)} = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - \frac{z_2 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_3}$

2.3 Дифференциальные зубчатые механизмы

Дифференциальные зубчатые механизмы, обладающие двумя степенями свободы, могут быть получены из планетарных путем освобождения неподвижного колеса (рис. 15). Такие механизмы осуществляют сложение скоростей от двух источников движения или разложение скорости, передаваемой от одного ведущего на два ведомых вала.

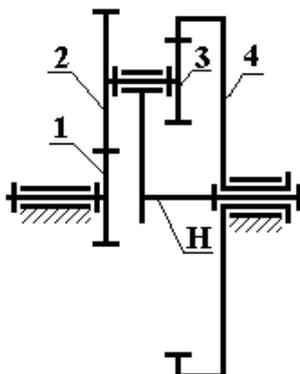


Рис. 15. Дифференциальный зубчатый механизм

Для определения угловых скоростей и перемещений звеньев используют формулу для передаточного отношения обращенного механизма, полученную на основании метода обращения движения

$$i_{ij}^{(H)} = \frac{\omega_i - \omega_H}{\omega_j - \omega_H} = \frac{\varphi_i - \varphi_H}{\varphi_j - \varphi_H}, \quad (16)$$

где φ_i , φ_j , φ_H — углы поворота звеньев.

В дифференциальном механизме угловые скорости звеньев и их перемещения связаны линейной зависимостью. Так, при ведомом звене j имеем

$$\omega_j = \omega_i \cdot i_{ji}^{(H)} + \omega_H \cdot i_{jH}^{(i)}, \quad (17)$$

где $i_{ij}^{(H)} = 1/i_{ji}^{(H)}$; $i_{jH}^{(i)} = 1 - i_{ji}^{(H)} = 1 - 1/i_{ij}^{(H)}$.

Для дифференциального механизма, изображенного на рис. 15, передаточное отношение обращенного механизма

$$i_{14}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_4 - \omega_H} = -\frac{z_2 z_4}{z_1 z_3}.$$

Соотношения между угловыми скоростями звеньев имеют вид

$$\omega_1 = \omega_4 \cdot i_{14}^{(H)} + \omega_H \cdot i_{1H}^{(4)};$$

$$\omega_4 = \omega_1 \cdot i_{41}^{(H)} + \omega_H \cdot i_{4H}^{(1)};$$

$$\omega_H = \omega_1 \cdot i_{H1}^{(4)} + \omega_4 \cdot i_{H4}^{(1)}.$$

Зная числа зубьев колес можно по заданным угловым скоростям двух ведущих звеньев определить значение и направление угловой скорости ведомого звена (водила, колеса 1 или колеса 4). Формулы для определения углов поворота ведомых звеньев имеют аналогичный вид.

2.4 Замкнутый (с обратной связью) дифференциальный механизм

Если два соосных вала зубчатого дифференциала соединяются (замыкаются) с ведущим или ведомым валом через какую-либо передачу (простую зубчатую или планетарную), то получится замкнутый (с обратной связью) дифференциальный механизм. Подвижность такого механизма равна единице. На рис. 16 изображен замкнутый (с обратной связью) дифференциальный механизм грузоподъемного устройства (электрического тельфера). Необходимо определить передаточное отношение i_{13} от ведущего колеса 1 к ведомому валу 3 грузового барабана.

Выделим в механизме планетарную ступень, состоящую из колес 1, 2, 3 и водила H и зубчатую передачу обратной связи (или просто обратную связь), состоящую из колес 5, 4, 3'.

Для планетарной ступени запишем формулу Виллиса, учтя, что $\omega_H = \omega_5$

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H} = \frac{\omega_1 - \omega_5}{\omega_3 - \omega_5}. \quad (18)$$

Передаточное отношение обратной связи

$$i_{53'} = \omega_5 / \omega_3.$$

Разделим числитель и знаменатель правой части уравнения (18) на ω_3

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 / \omega_3 - \omega_5 / \omega_3}{\omega_3 / \omega_3 - \omega_5 / \omega_3} = \frac{i_{13} - i_{53'}}{1 - i_{53'}}.$$

Откуда

$$i_{13} = i_{13}^{(H)} (1 - i_{53'}) + i_{53'},$$

где $i_{13}^{(H)} = -z_3 / z_1$; $i_{53'} = -z_3' / z_5$.

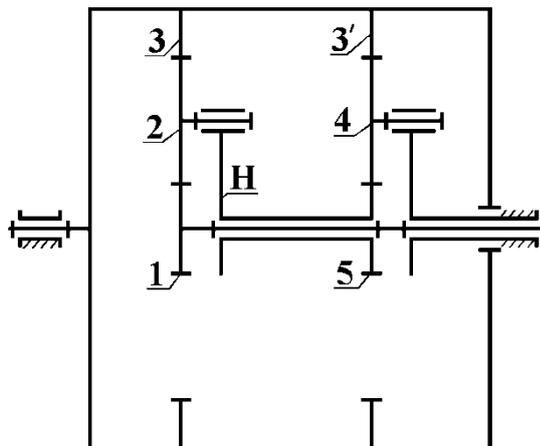


Рис. 16. Замкнутый (с обратной связью) дифференциальный механизм

3. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

3.1. Кинематический анализ многозвенных зубчатых механизмов с неподвижными осями колес

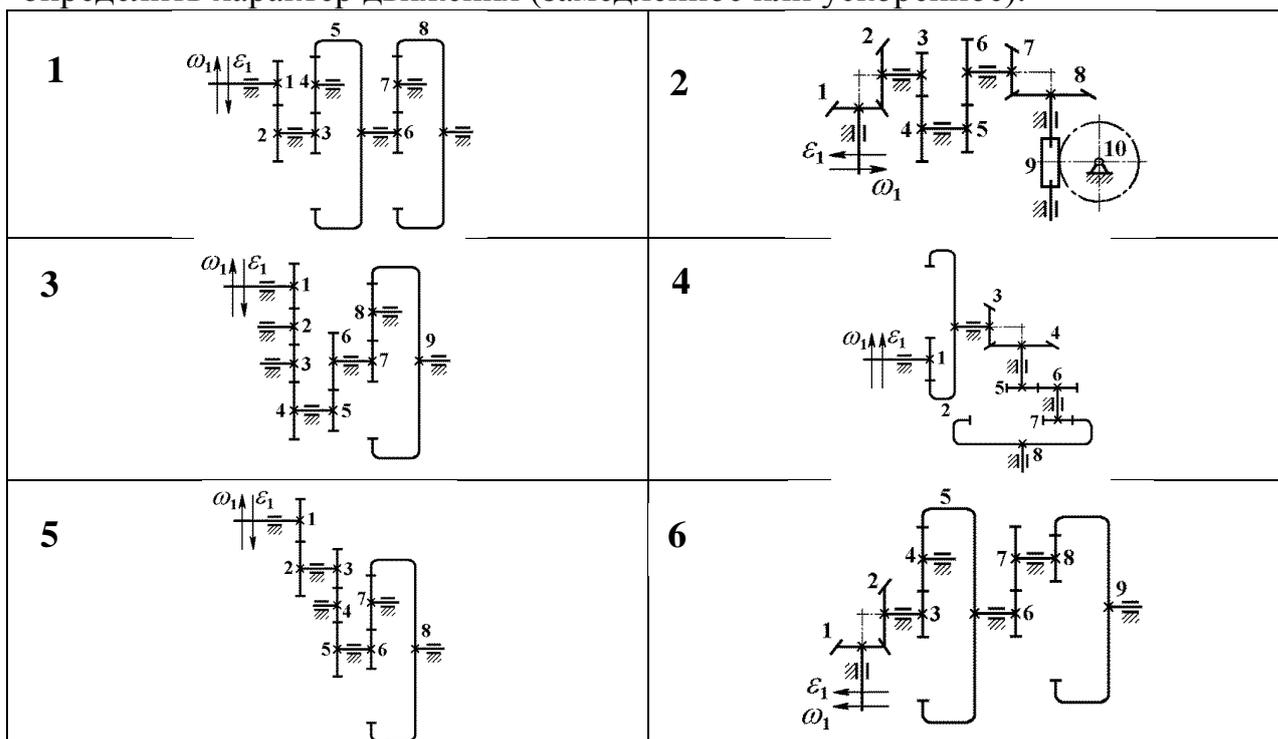
На рисунке 17 показаны схемы многозвенных зубчатых механизмов с неподвижными осями колес. Входное колесо 1 в данный момент имеет угловую скорость ω_1 и постоянное угловое ускорение ε_1 , направленное по движению или против движения.

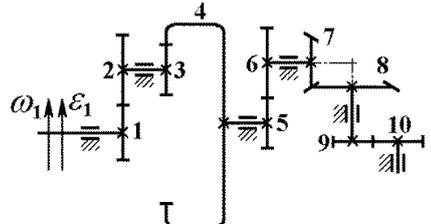
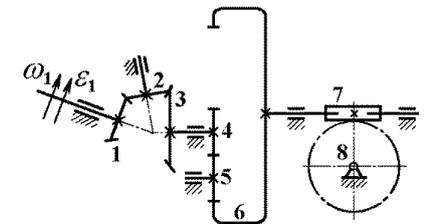
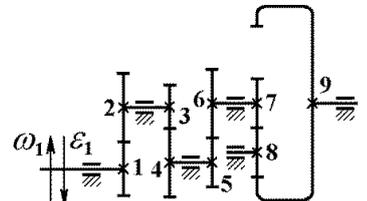
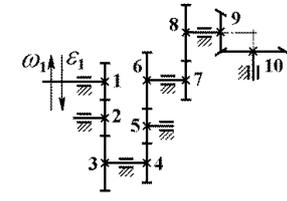
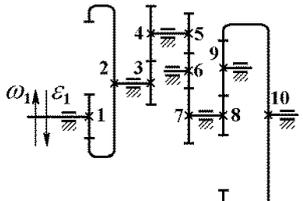
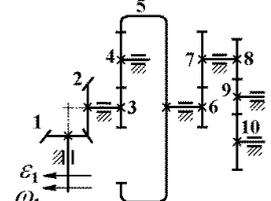
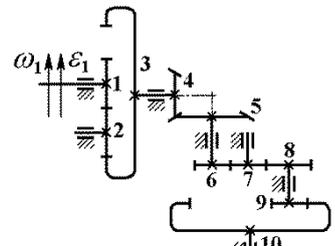
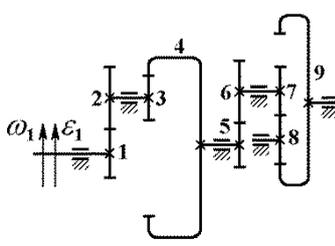
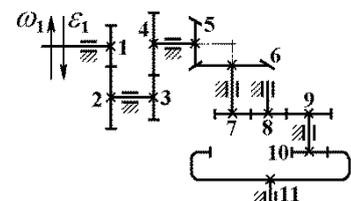
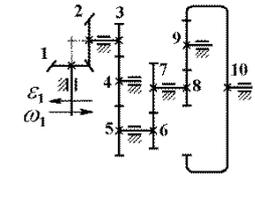
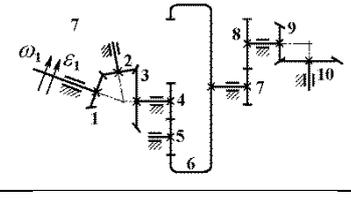
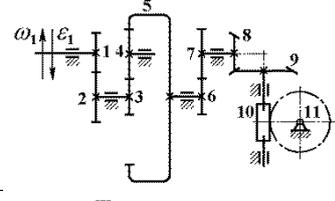
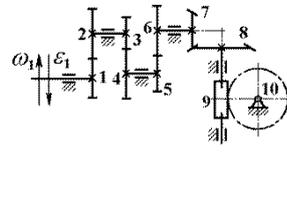
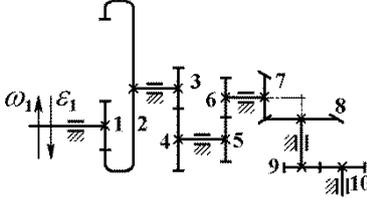
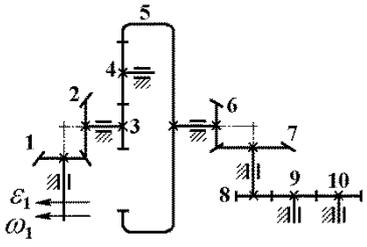
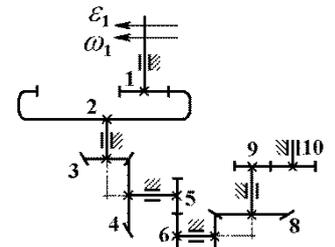
Требуется определить:

1. передаточное отношение между входным и выходным звеньями и его знак (если оси вращения всех колес параллельны);
2. угловую скорость и угловое ускорение выходного звена, их направления показать на схеме механизма;
3. время, в течение которого угловая скорость уменьшится до нуля (если движение замедленное), или увеличится в два раза (если движение ускоренное).

В таблице заданных величин z – число зубьев колес приводится с индексом, соответствующим их номеру на схеме механизма; для червяка z – число заходов, а направление витков червяка – правое.

При решении задачи нужно определить, из каких видов передач состоит заданный сложный зубчатый механизм, разделить передачи на плоские и пространственные (с непараллельными осями вращения). Необходимо определить, когда направления вращений можно определить по алгебраическим знакам передаточного отношения, а когда для этого применять простановку стрелок на схеме. На червяке схематично нанести витки соответственно заданному направлению и учитывать его при определении направлений вращений. По показанным направлениям угловой скорости и углового ускорения определить характер движения (замедленное или ускоренное).



<p>7</p> 	<p>8</p> 
<p>9</p> 	<p>10</p> 
<p>11</p> 	<p>12</p> 
<p>13</p> 	<p>14</p> 
<p>15</p> 	<p>16</p> 
<p>17</p> 	<p>18</p> 
<p>19</p> 	<p>20</p> 
<p>21</p> 	<p>22</p> 

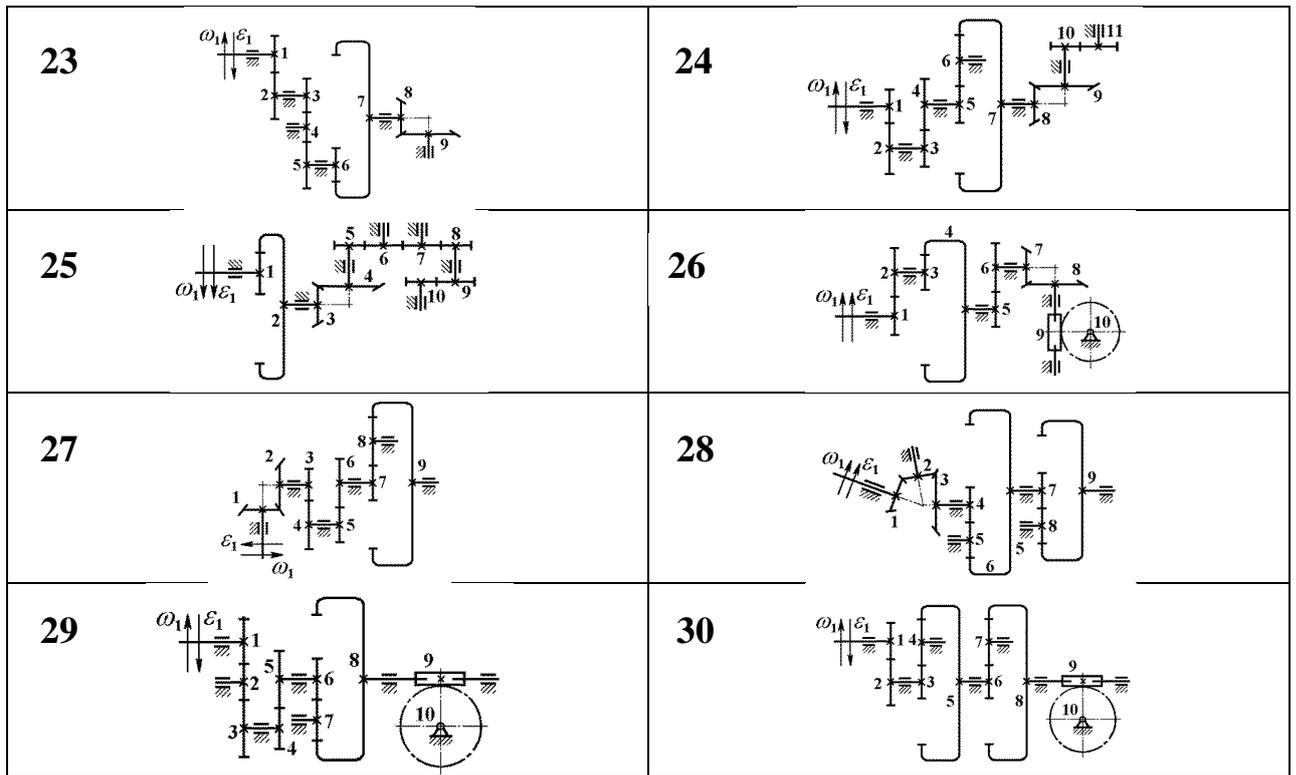


Рис. 17 Схемы зубчатых механизмов с неподвижными осями колес

Таблица 2 – Исходные данные

№ схемы	Величина											ω_1 , рад/с	ϵ_1 , рад/с ²
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}	z_{11}		
1	15	20	14	21	57	17	22	59	-	-	-	260	50
2	16	22	17	23	17	24	19	26	2	40	-	240	60
3	17	-	-	26	16	27	15	-	61	-	-	220	70
4	20	46	16	25	14	22	16	56	-	-	-	350	80
5	18	25	19	-	27	18	-	66	-	-	-	400	90
6	15	21	18	-	62	17	26	15	59	-	-	200	55
7	16	24	17	55	17	25	16	27	14	28	-	180	65
8	19	-	27	21	-	52	1п	32	-	-	-	160	75
9	20	29	22	30	17	24	18	-	62	-	-	140	85
10	14	-	29	22	-	32	17	28	16	29	-	280	95
11	26	64	20	32	22	-	35	18	-	66	-	300	100
12	18	25	19	-	58	17	34	19	-	27	-	320	110
13	16	-	64	18	27	20	-	30	26	62	-	340	120
14	17	30	25	66	20	28	22	-	68	-	-	360	140
15	15	25	16	28	18	30	19	-	31	26	70	380	160
16	18	26	20	-	32	21	31	19	-	68	-	150	25
17	22	-	36	23	-	69	18	28	19	32	-	170	30
18	15	25	16	-	64	17	27	18	28	4	40	190	35
19	17	28	18	27	19	30	18	29	2	40	-	210	40
20	16	56	17	28	18	28	19	30	20	26	-	310	70
21	18	32	16	-	66	19	33	15	-	20	-	330	65
22	22	70	21	26	19	29	18	26	17	30	-	350	60
23	19	27	18	-	32	22	66	19	30	-	-	370	45
24	14	26	15	29	17	-	59	18	28	15	22	390	50
25	15	56	16	25	18	-	-	22	17	32	-	150	30
26	16	25	17	68	18	28	20	30	1	32	-	160	25
27	17	24	18	28	17	30	19	-	69	-	-	170	25
28	18	-	34	17	-	70	22	-	72	-	-	180	30
29	19	-	35	20	32	18	-	66	2	36	-	190	35
30	20	28	18	-	72	16	-	70	4	48	-	200	40

Пример решения.

Заданы числа зубьев колес (рис. 18):

$$z_1 = 21; \quad z_2 = 60; \quad z_3 = 15; \quad z_4 = 24;$$

$$z_5 = 15; \quad z_7 = 26; \quad z_8 = 17; \quad z_9 = 32;$$

угловая скорость $\omega_1 = 150$ рад/с; угловое ускорение $\varepsilon_1 = 25$ рад/с².

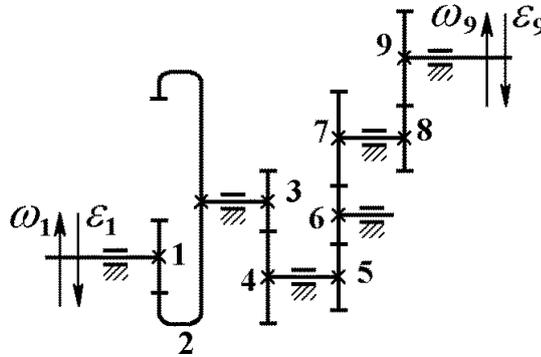


Рис. 18

Определим передаточное отношение между входным и выходным звеньями.

Заданный зубчатый механизм состоит из следующих передач:

а) цилиндрической зубчатой передачи $z_1 - z_2$ с неподвижными осями колес и внутренним зацеплением (первая ступень);

б) цилиндрической зубчатой передачи $z_3 - z_4$ с неподвижными осями колес и внешним зацеплением (вторая ступень);

в) цилиндрической зубчатой передачи $z_5 - z_6$ с неподвижными осями колес и внешним зацеплением (третья ступень);

г) цилиндрической зубчатой передачи $z_6 - z_7$ с неподвижными осями колес и внешним зацеплением (четвертая ступень);

д) цилиндрической зубчатой передачи $z_8 - z_9$ с неподвижными осями колес и внешним зацеплением (пятая ступень).

Передаточное отношение между входным и выходным звеньями равно произведению передаточных отношений составляющих механизмов:

$$i_{19} = i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} \cdot i_{67} \cdot i_{89},$$

где $i_{12} = z_2/z_1$ – передаточное отношение первой ступени;

$$i_{34} = -z_4/z_3 \text{ – передаточное отношение второй ступени;}$$

$$i_{56} = -z_6/z_5 \text{ – передаточное отношение третьей ступени;}$$

$$i_{67} = -z_7/z_6 \text{ – передаточное отношение четвертой ступени;}$$

$$i_{89} = -z_9/z_8 \text{ – передаточное отношение пятой ступени;}$$

Передаточное отношение всего механизма

$$\begin{aligned} i_{16} = i_{19} &= i_{12} \cdot i_{34} \cdot i_{56} \cdot i_{67} \cdot i_{89} = \frac{z_2}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_4}{z_3}\right) \cdot \left(-\frac{z_6}{z_5}\right) \cdot \left(-\frac{z_7}{z_6}\right) \cdot \left(-\frac{z_9}{z_8}\right) = \\ &= \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_6 \cdot z_7 \cdot z_9}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot z_6 \cdot z_8} = \frac{z_2 \cdot z_4 \cdot z_7 \cdot z_9}{z_1 \cdot z_3 \cdot z_5 \cdot z_8} = \frac{60 \cdot 24 \cdot 26 \cdot 32}{21 \cdot 15 \cdot 15 \cdot 17} = 14,9. \end{aligned}$$

Так как оси вращения всех колес параллельны, то знак плюс означает, что входное колесо 1 и выходное колесо 9 вращаются в одном направлении.

2). Определим угловую скорость и угловое ускорение выходного звена. Воспользуемся понятием передаточного отношения:

$$i_{19} = \frac{\omega_1}{\omega_9} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_9}.$$

Откуда

$$\omega_9 = \frac{\omega_1}{i_{19}} = \frac{150}{14,9} = 10,06 \text{ рад/с};$$

$$\varepsilon_9 = \frac{\varepsilon_1}{i_{19}} = \frac{25}{14,9} = 1,68 \text{ рад/с}^2.$$

Так как оси вращения всех колес параллельны, то знак плюс означают, что направления угловой скорости ω_9 и углового ускорения ε_9 выходного колеса 9 одинаково соответственно с направлением угловой скорости ω_1 и углового ускорения ε_1 входного колеса 1.

3). Определим время, в течение которого угловая скорость уменьшится до нуля (движение замедленное, так как ε_1 и ω_1 направлены противоположно).

Для этого используем известное соотношение между ω_1 и ε_1 при замедленном движении

$$\omega_1^* = \omega_1 - \varepsilon_1 \cdot t,$$

где ω_1 – угловая скорость в начальный момент времени;

ω_1^* – угловая скорость в момент времени t ;

t – время, в течение которого фиксируется изменение угловой скорости.

Так как угловая скорость уменьшится до нуля, то $\omega_1^* = 0$, следовательно

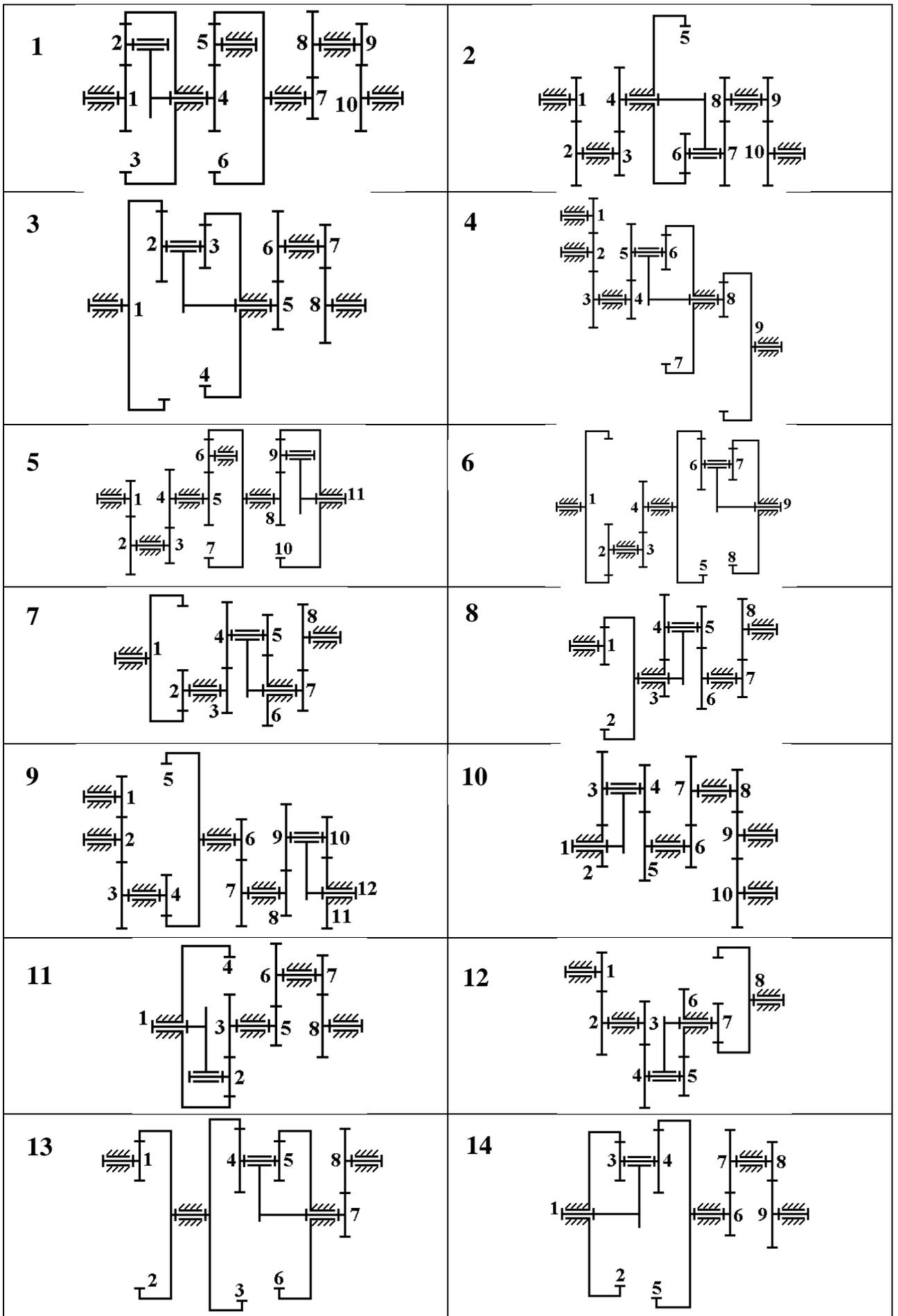
$$0_1 = \omega_1 - \varepsilon_1 \cdot t.$$

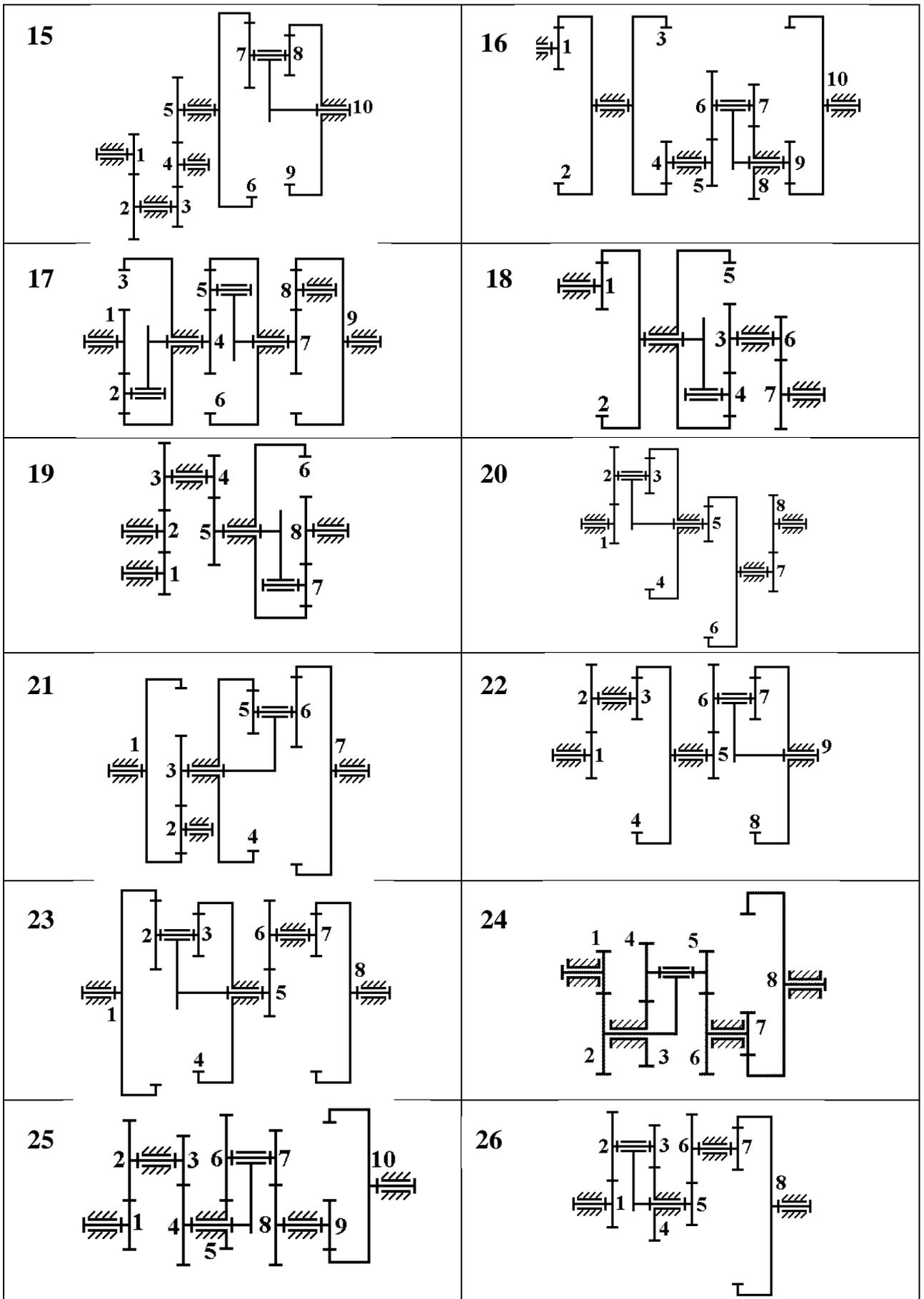
Откуда $\omega_1 = \varepsilon_1 \cdot t$ и

$$t = \frac{\omega_1}{\varepsilon_1} = \frac{150}{25} = 6 \text{ с}.$$

3.2. Кинематический анализ планетарных зубчатых механизмов

На рисунке 19 показаны схемы многозвенных зубчатых механизмов с одной или двумя планетарными ступенями. Входное колесо 1 имеет постоянную угловую скорость ω_1 . Определить передаточное отношение между входным и выходным звеньями, его знак и угловую скорость выходного звена, если заданы числа зубьев колес. Для определения заданных чисел зубьев воспользоваться условиями соосности планетарного механизма, считая, что колеса нарезаны без смещения инструмента, а их модули одинаковые





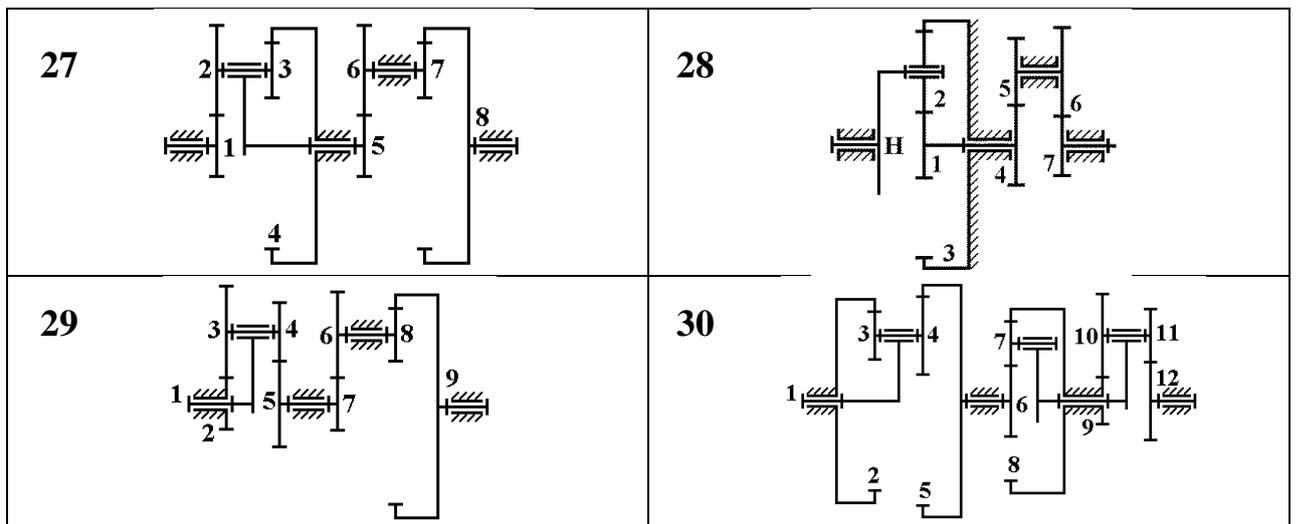


Рис. 19. Схемы многосменных зубчатых механизмов с планетарной ступенью

Таблица 3 – Исходные данные

№ схемы	Величина												ω_1 , рад/с
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	z_9	z_{10}	z_{11}	z_{12}	
1	20	18	-	20	18	-	19	35	21	33	-	-	150
2	19	30	18	31	-	22	29	19	23	37	-	-	160
3	72	46	30	-	18	34	17	35	-	-	-	-	170
4	17	-	46	21	34	23	-	23	76	-	-	-	180
5	18	36	19	35	25	20	-	26	21	-	-	-	190
6	85	35	23	35	-	36	24	72	-	-	-	-	200
7	76	24	-	46	22	50	20	48	-	-	-	-	210
8	20	75	22	56	24	-	23	46	-	-	-	-	220
9	21	-	45	22	70	23	46	24	48	22	-	-	230
10	-	22	48	-	50	23	44	18	-	40	-	-	240
11	-	23	-	77	18	47	19	46	-	-	-	-	250
12	18	36	22	-	24	36	21	66	-	-	-	-	260
13	19	71	84	32	23	-	22	36	-	-	-	-	270
14	-	72	26	-	82	24	42	18	48	-	-	-	280
15	17	32	18	-	42	84	-	26	78	-	-	-	290
16	20	70	72	22	18	54	-	50	21	76	-	-	300
17	28	20	-	30	22	-	26	-	74	-	-	-	295
18	26	76	32	22	-	18	54	-	-	-	-	-	285
19	18	-	52	19	50	-	21	44	-	-	-	-	275
20	19	33	21	-	23	68	22	46	-	-	-	-	265
21	70	-	33	78	-	36	84	-	-	-	-	-	255
22	22	46	24	-	21	47	23	-	-	-	-	-	245
23	88	38	32	-	24	46	19	51	-	-	-	-	235
24	19	36	26	46	24	-	20	68	-	-	-	-	225
25	18	46	20	44	21	45	-	43	23	68	-	-	215
26	24	42	-	40	21	36	20	77	-	-	-	-	205
27	22	44	23	-	20	46	24	90	-	-	-	-	195
28	25	27	-	46	44	48	42	-	-	-	-	-	185
29	-	21	56	-	55	52	25	19	96	-	-	-	175
30	-	85	24	36	-	28	22	-	23	-	25	55	165

Пример решения.

Заданы числа зубьев колес (рис. 20):

$z_1 = 17; z_2 = 28; z_4 = 18; z_5 = 36; z_6 = 20; z_8 = 56; z_9 = 32;$
 $z_{10} = 31; z_{12} = 65; z_{13} = 45; z_{14} = 47; z_{16} = 25; z_{17} = 30$
 угловая скорость $\omega_1 = 150$ рад/с.

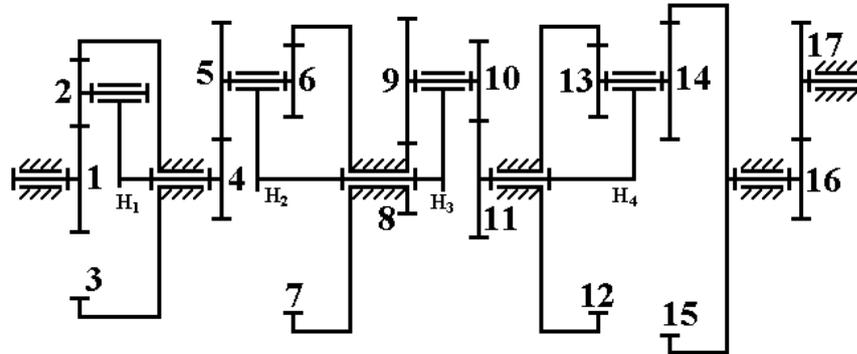


Рис. 20. Многозвенный зубчатый механизм

Сложная зубчатая передача состоит из четырех планетарных ступеней и одной простой зубчатой передачи.

Первая планетарная ступень включает колеса 1, 2, 3 и водило H_1 (колесо 3 – неподвижное). Ведущим является центральное колесо 1.

Вторая планетарная ступень включает колеса 4, 5, 6, 7 и водило H_2 (колесо 7 – неподвижное). Ведущим является центральное колесо 4.

Третья планетарная ступень включает колеса 8, 9, 10, 11 и водило H_3 (колесо 8 – неподвижное). Ведущим является водило H_3 .

Четвертая планетарная ступень включает колеса 12, 13, 14, 15 и водило H_4 (колесо 12 – неподвижное). Ведущим является водило H_4 .

Пятая ступень – простая зубчатая передача включает колеса 16 и 17.

Общее передаточное отношение механизма равно произведению передаточных отношений всех ступеней

$$i_{1-17} = i_{1H_1}^{(3)} \cdot i_{4H_2}^{(7)} \cdot i_{H_3-11}^{(8)} \cdot i_{H_4-15}^{(13)} \cdot i_{16-17} \quad (1)$$

Передаточное отношение первой планетарной ступени

$$i_{1H_1}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H_1)}, \quad (2)$$

где $i_{13}^{(H_1)}$ – передаточное отношение обращенного механизма – при неподвижном водиле H_1 .

Данный обращенный механизм представляет собой рядовую передачу (зацепление колес 1 – 2 – внешнее, колес 2 – 3 – внутреннее), передаточное отношение которой

$$i_{13}^{(H_1)} = -z_3/z_1.$$

Подставляем в уравнение (2), получим

$$i_{1H_1}^{(3)} = 1 - i_{13}^{(H_1)} = 1 + z_3/z_1. \quad (3)$$

Незаданное значение числа зубьев z_3 определим из условия соосности первой ступени механизма. Так как колеса нулевые, то

$$\frac{d_1}{2} + \frac{d_2}{2} = \frac{d_3}{2} - \frac{d_2}{2}, \quad (4)$$

где d_1, d_2, d_3 – делительные диаметры соответствующих колес.

Делительные диаметры:

$$d_i = m \cdot z_i,$$

где m – модуль зубьев.

Тогда уравнение (4) примет вид:

$$\frac{m \cdot z_1}{2} + \frac{m \cdot z_2}{2} = \frac{m \cdot z_3}{2} - \frac{m \cdot z_2}{2}.$$

Откуда

$$z_3 = z_1 + 2z_2 = 17 + 2 \cdot 28 = 73.$$

Подставляя значения чисел зубьев в уравнение (3), получим значение передаточного отношения первой ступени

$$i_{1H_1}^{(3)} = 1 + z_3/z_1 = 1 + 73/17 = 5,29. \quad (5)$$

Передаточное отношение второй планетарной ступени

$$i_{4H_2}^{(7)} = 1 - i_{47}^{(H_2)}, \quad (6)$$

где $i_{47}^{(H_2)}$ – передаточное отношение обращенного механизма – при неподвижном водиле H_2 .

Данный обращенный механизм представляет собой ступенчатую передачу (зацепление колес 4 – 5 – внешнее, колес 6 – 7 – внутреннее), передаточное отношение которой

$$i_{47}^{(H_2)} = i_{45}^{(H_2)} \cdot i_{67}^{(H_2)} = -\frac{z_5}{z_4} \cdot \frac{z_7}{z_6}.$$

Подставляем в уравнение (6), получим

$$i_{4H_2}^{(7)} = 1 - i_{47}^{(H_2)} = 1 + \frac{z_5}{z_4} \cdot \frac{z_7}{z_6}. \quad (7)$$

Незаданное значение числа зубьев z_7 определим из условия соосности второй ступени механизма. Так как колеса нулевые, то

$$\frac{d_4}{2} + \frac{d_5}{2} = \frac{d_7}{2} - \frac{d_6}{2}, \quad (8)$$

где d_4, d_5, d_6, d_7 – делительные диаметры соответствующих колес.

Делительные диаметры:

$$d_i = m \cdot z_i,$$

где m – модуль зубьев.

Тогда уравнение (8) примет вид:

$$\frac{m \cdot z_4}{2} + \frac{m \cdot z_5}{2} = \frac{m \cdot z_7}{2} - \frac{m \cdot z_6}{2}.$$

Откуда

$$z_7 = z_4 + z_5 + z_6 = 18 + 36 + 20 = 74.$$

Подставляя значения чисел зубьев в уравнение (7), получим значение передаточного отношения второй ступени

$$i_{4H_2}^{(7)} = 1 + \frac{z_5}{z_4} \cdot \frac{z_7}{z_6} = 1 + \frac{36}{18} \cdot \frac{74}{20} = 8,4. \quad (9)$$

Передаточное отношение третьей планетарной ступени

$$i_{H_3-11}^{(8)} = \frac{1}{i_{11-H_3}^{(8)}} = \frac{1}{1 - i_{11-8}^{(H_3)}}, \quad (10)$$

где $i_{11-8}^{(H_3)}$ – передаточное отношение обращенного механизма – при неподвижном водиле H_3 .

Данный обращенный механизм представляет собой ступенчатую передачу (зацепление колес 11 – 10 и 9 – 8 – внешнее), передаточное отношение которой

$$i_{11-8}^{(H_3)} = i_{11-10}^{(H_3)} \cdot i_{98}^{(H_3)} = \left(-\frac{z_{10}}{z_{11}} \right) \cdot \left(-\frac{z_8}{z_9} \right).$$

Подставляем в уравнение (10), получим

$$i_{H_3-11}^{(8)} = \frac{1}{1 - i_{11-8}^{(H_3)}} = \frac{1}{1 - \frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{z_8}{z_9}}. \quad (11)$$

Незаданное значение числа зубьев z_{11} определим из условия соосности третьей ступени механизма. Так как колеса нулевые, то

$$\frac{d_8}{2} + \frac{d_9}{2} = \frac{d_{11}}{2} + \frac{d_{10}}{2}, \quad (12)$$

где d_8, d_9, d_{10}, d_{11} – делительные диаметры соответствующих колес.

Делительные диаметры:

$$d_i = m \cdot z_i,$$

где m – модуль зубьев.

Тогда уравнение (12) примет вид:

$$\frac{m \cdot z_8}{2} + \frac{m \cdot z_9}{2} = \frac{m \cdot z_{11}}{2} + \frac{m \cdot z_{10}}{2}.$$

Откуда

$$z_{11} = z_8 + z_9 - z_{10} = 56 + 32 - 31 = 57.$$

Подставляя значения чисел зубьев в уравнение (11), получим значение передаточного отношения третьей ступени

$$i_{H_3-11}^{(8)} = \frac{1}{1 - \frac{z_{10}}{z_{11}} \cdot \frac{z_8}{z_9}} = \frac{1}{1 - \frac{31}{57} \cdot \frac{56}{32}} = 20,73. \quad (13)$$

Передаточное отношение четвертой планетарной ступени

$$i_{H_4-15}^{(12)} = \frac{1}{i_{15-H_4}^{(12)}} = \frac{1}{1 - i_{15-12}^{(H_4)}}, \quad (14)$$

где $i_{15-12}^{(H_4)}$ – передаточное отношение обращенного механизма – при неподвижном водиле H_4 .

Данный обращенный механизм представляет собой ступенчатую передачу (зацепление колес 15 – 14 и 13 – 12 – внутреннее), передаточное отношение которой

$$i_{15-12}^{(H_4)} = i_{15-14}^{(H_4)} \cdot i_{13-12}^{(H_4)} = \frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}}.$$

Подставляем в уравнение (14), получим

$$i_{H_4-15}^{(12)} = \frac{1}{1 - i_{15-12}^{(H_4)}} = \frac{1}{1 - \frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}}}. \quad (15)$$

Незаданное значение числа зубьев z_{151} определим из условия соосности четвертой ступени механизма. Так как колеса нулевые, то

$$\frac{d_{12}}{2} - \frac{d_{13}}{2} = \frac{d_{15}}{2} - \frac{d_{14}}{2}, \quad (16)$$

где $d_{12}, d_{13}, d_{14}, d_{15}$ – делительные диаметры соответствующих колес.

Делительные диаметры:

$$d_i = m \cdot z_i,$$

где m – модуль зубьев.

Тогда уравнение (16) примет вид:

$$\frac{m \cdot z_{12}}{2} - \frac{m \cdot z_{13}}{2} = \frac{m \cdot z_{15}}{2} - \frac{m \cdot z_{14}}{2}.$$

Откуда

$$z_{15} = z_{12} - z_{13} + z_{14} = 65 - 45 + 47 = 67.$$

Подставляя значения чисел зубьев в уравнение (15), получим значение передаточного отношения четвертой ступени

$$i_{H_4-15}^{(12)} = \frac{1}{1 - \frac{z_{14}}{z_{15}} \cdot \frac{z_{12}}{z_{13}}} = \frac{1}{1 - \frac{47}{67} \cdot \frac{65}{45}} = -75,38. \quad (17)$$

Передаточное отношение пятой ступени (простой зубчатой передачи внешнего зацепления)

$$i_{16-17} = -\frac{z_{17}}{z_{16}} = -\frac{30}{25} = -1,2. \quad (18)$$

Подставляя значения (5), (9), (13), (17) и (18) передаточных отношений ступеней в формулу (1) получим искомое значение общего передаточного отношения механизма

$$i_{1-17} = i_{1H_1}^{(3)} \cdot i_{4H_2}^{(7)} \cdot i_{H_3-11}^{(8)} \cdot i_{H_4-15}^{(13)} \cdot i_{16-17} = 5,29 \cdot 8,4 \cdot 20,73 \cdot (-75,38) \cdot (-1,2) = 83324. \quad (19)$$

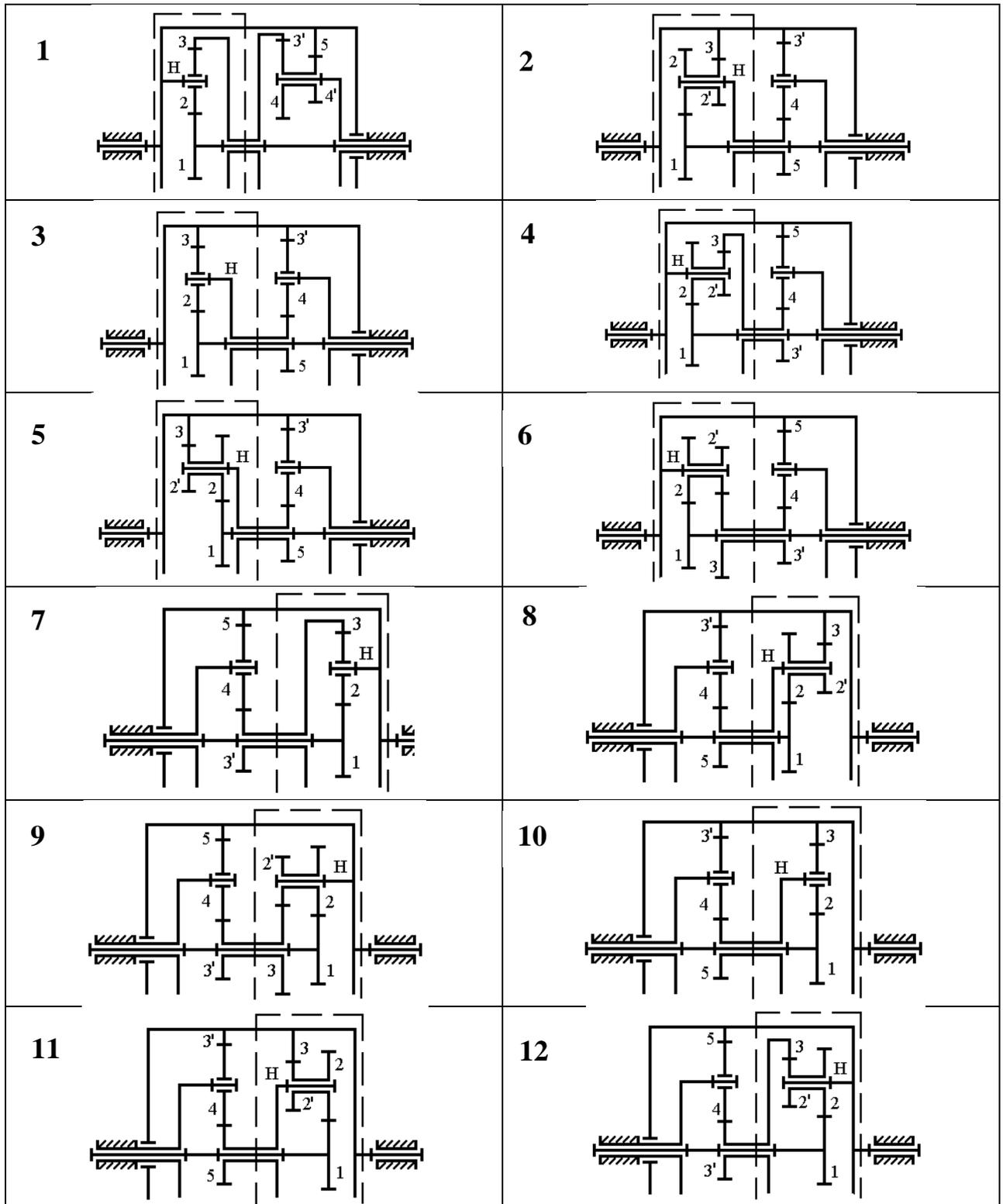
Угловая скорость выходного звена

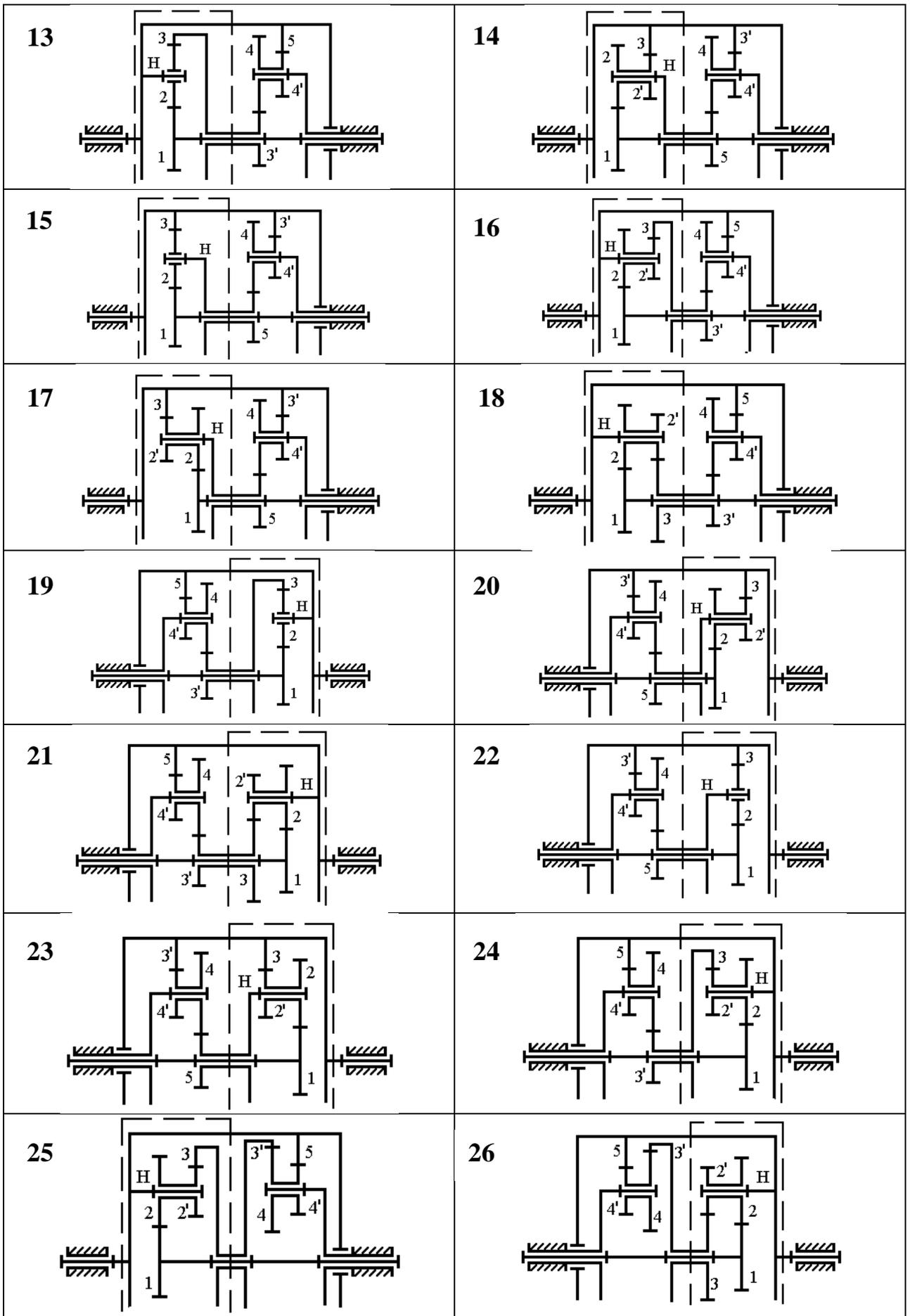
$$\omega_{17} = \frac{\omega_1}{i_{1-17}} = \frac{150}{83324} = 0,0018 \text{ рад/с.}$$

Положительное значение общего передаточного отношения, а, следовательно, угловой скорости выходного звена означает, что входное звено 1 и выходное звено 17 имеют одинаковое направление вращения.

3.3. Кинематический анализ замкнутого дифференциального зубчатого механизма

Для замкнутого дифференциального зубчатого соосного механизма (рис. 21) определить передаточное отношение от входного вала 1 к валу подвижного корпуса – барабана и угловую скорость барабана. Незаданные значения чисел зубьев определить из условий соосности механизма, считая все колеса нулевыми, а их модули зацепления одинаковыми.





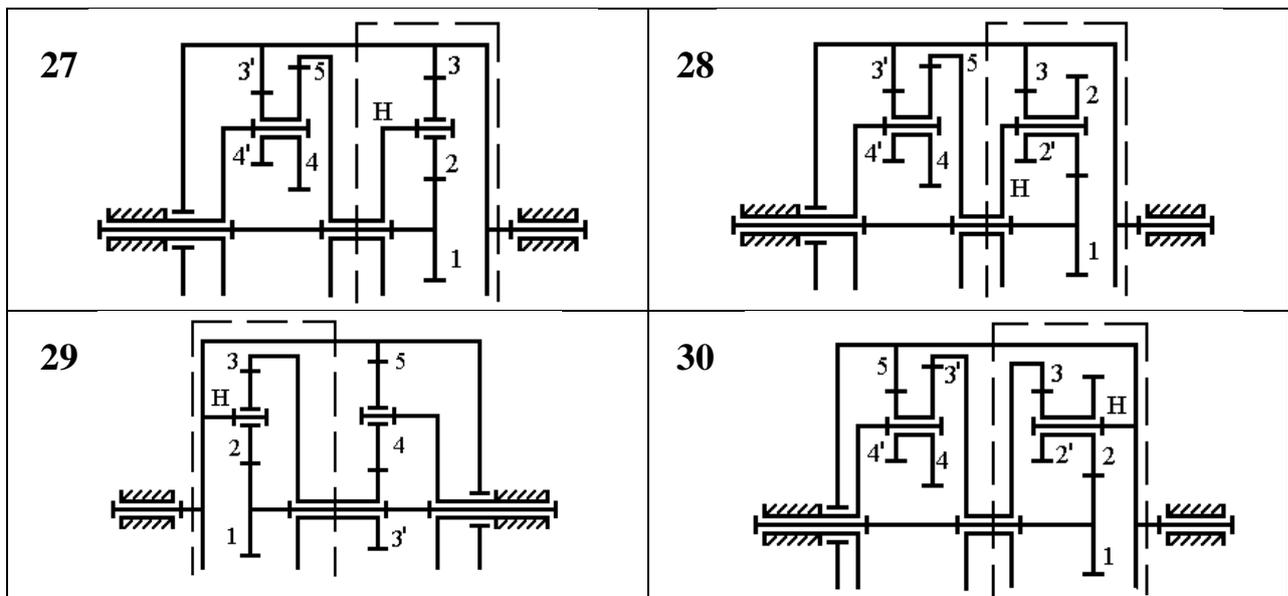


Рис. 21. Схемы замкнутых дифференциальных зубчатых механизмов

Таблица 4 – Исходные данные

№ схемы	Величина								
	z_1	z_2	$z_{2'}$	z_3	$z_{3'}$	z_4	$z_{4'}$	z_5	ω_1 , рад/с
1	15	32	-	-	79	32	15	-	145
2	14	35	14	-	-	35	-	14	155
3	15	28	-	-	-	28	-	15	165
4	12	30	12	-	12	30	-	-	175
5	13	29	13	-	-	29	-	13	205
6	11	33	11	-	11	33	-	-	215
7	10	18	-	-	10	18	-	-	225
8	13	28	13	-	-	28	-	13	235
9	15	40	15	-	15	40	-	-	245
10	14	26	-	-	-	26	-	14	255
11	12	28	12	-	-	28	-	12	290
12	11	31	11	-	11	31	-	-	280
13	14	25	-	-	14	25	14	-	270
14	16	30	16	-	-	16	30	16	260
15	10	22	-	-	-	22	10	10	250
16	11	25	11	-	11	25	11	-	240
17	12	26	12	-	-	26	12	12	230
18	13	34	13	-	-	34	13	13	220
19	16	28	-	-	16	28	16	-	210
20	15	27	15	-	-	27	15	15	200
21	14	28	14	-	14	28	14	-	190
22	10	24	-	-	-	24	10	10	180
23	13	32	13	-	-	32	13	13	170
24	12	20	12	-	12	20	12	-	160
25	11	28	11	-	67	28	11	-	150
26	14	30	14	-	74	30	14	-	140
27	13	26	-	-	-	26	13	65	130
28	12	32	12	-	-	32	12	76	120
29	14	27	-	-	14	27	-	-	110
30	11	24	11	-	59	24	11	-	100

Исходные данные:

числа зубьев колес

$$z_1 = z_{3'} = 15; \quad z_2 = z_4 = 30;$$

угловая скорость вращения вала 1 $\omega_1 = 250$ рад/с.

Определить передаточное отношение i_{15} и угловую скорость ω_5 .

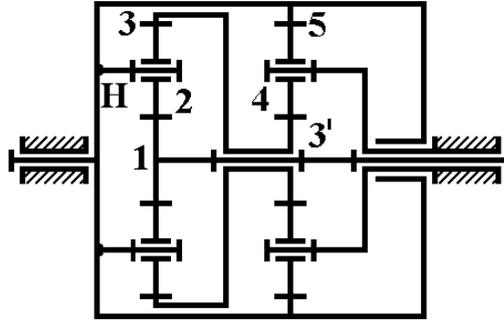


Рис. 22. Схема замкнутого дифференциального зубчатого механизма

Передаточное отношение от входного вала 1 к валу подвижного корпуса – барабана 5:

$$i_{15} = \omega_1 / \omega_5,$$

где ω_1, ω_5 – угловые скорости вращения входного вала 1 и выходного вала корпуса – барабана 5 соответственно.

Выделим в механизме планетарную ступень, состоящую из колес 1, 2, 3 и водила Н, соединенного с подвижным корпусом барабана 5, и рядовую зубчатую передачу обратной связи (или просто обратную связь), состоящую из колес 3', 4, 5.

Для планетарной ступени по формуле Виллиса:

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_3 - \omega_H}, \quad (1)$$

где ω_H – угловая скорость водила Н;

$i_{13}^{(H)}$ – передаточное отношение фиктивного механизма (при остановленном водиле Н).

Из рисунка видно, что $\omega_H = \omega_5$. Тогда уравнение (1) примет вид:

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 - \omega_5}{\omega_3 - \omega_5}, \quad (2)$$

Передаточное отношение обратной связи:

$$i_{3'5} = \frac{\omega_{3'}}{\omega_5} = \frac{\omega_3}{\omega_5}, \quad (3)$$

где $\omega_{3'} = \omega_3$, так как колеса 3' и 3 находятся на одном валу.

Разделим числитель и знаменатель правой части уравнения (2) на ω_5 :

$$i_{13}^{(H)} = \frac{\omega_1 / \omega_5 - \omega_5 / \omega_5}{\omega_3 / \omega_5 - \omega_5 / \omega_5} = \frac{i_{15} - 1}{i_{3'5} - 1}. \quad (4)$$

Откуда

$$i_{15} = 1 + i_{13}^{(H)} \cdot (i_{3'5} - 1). \quad (5)$$

Выразим передаточные отношения через числа зубьев.

Передаточное отношение обратной связи:

$$i_{3'5} = -\frac{z_5}{z_{3'}}. \quad (6)$$

Передаточное отношение фиктивного механизма:

$$i_{13}^{(H)} = \left(-\frac{z_2}{z_1} \right) \cdot \frac{z_3}{z_2} = -\frac{z_3}{z_1}. \quad (7)$$

Подставляем полученные значения (6) и (7) в уравнение (5):

$$i_{15} = 1 - \frac{z_3}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_5}{z_{3'}} - 1 \right). \quad (8)$$

Незаданные значения чисел зубьев z_3 и z_5 определим из условия соосности механизма. Так как колеса нарезаны без смещения, то

$$\frac{d_1}{2} + d_2 = \frac{d_3}{2}, \quad (9)$$

$$\frac{d_{3'}}{2} + d_4 = \frac{d_5}{2}, \quad (10)$$

где $d_1, d_2, d_3, d_{3'}, d_4, d_5$ – делительные диаметры соответствующих колес.

Делительные диаметры:

$$d = m \cdot z,$$

где m – модуль зубьев.

Тогда уравнение (9) и (10) примут вид:

$$\frac{m \cdot z_1}{2} + m \cdot z_2 = \frac{m \cdot z_3}{2}.$$

$$\frac{m \cdot z_{3'}}{2} + m \cdot z_4 = \frac{m \cdot z_5}{2}.$$

Откуда

$$z_3 = z_1 + 2 \cdot z_2 = 15 + 2 \cdot 30 = 75.$$

$$z_5 = z_{3'} + 2 \cdot z_4 = 15 + 2 \cdot 30 = 75.$$

Подставляя значения чисел зубьев в уравнение (8), окончательно иско-
мое передаточное отношение:

$$i_{15} = 1 - \frac{z_3}{z_1} \cdot \left(-\frac{z_5}{z_{3'}} - 1 \right) = 1 - \frac{75}{15} \cdot \left(-\frac{75}{15} - 1 \right) = 31.$$

Угловая скорость вращения барабана

$$\omega_5 = \frac{\omega_1}{i_{15}} = \frac{250}{31} = 8,06 \text{ рад/с}.$$

Положительное значение передаточного отношения, а, следовательно, угловой скорости выходного вала означает, что входной вал 1 и выходной вал корпуса – барабана 5 имеют одинаковое направление вращения.

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Цель кинематического анализа зубчатых механизмов?
2. Основные виды зубчатых механизмов.
3. Что называют передаточным отношением зубчатой передачи?
4. Максимальные значения передаточных отношения простых зубчатых передач. Почему их ограничивают?
5. Как определяется знак передаточного отношения для плоских механизмов?
6. Записать формулу для общего передаточного отношения многосвязного зубчатого механизма.
7. С какой целью применяют промежуточные колеса в рядовой зубчатой передаче?
8. Для чего используют ступенчатые зубчатые передачи?
9. В чем особенность планетарных зубчатых механизмов?
10. Как называются звенья, входящие в состав планетарного механизма?
11. Цель установки нескольких сателлитов в планетарном механизме?
12. Сущность метода обращенного движения.
13. Какой механизм называется обращенным?
14. Как определить передаточное отношение обращенного механизма?
15. Какой механизм называется дифференциальным?
16. В чем заключается функциональное назначение дифференциального зубчатого механизма, имеющего две степени свободы?
17. Записать формулу, связывающую угловые скорости звеньев дифференциального механизма.
18. Число степеней свободы рядового, ступенчатого, планетарного, дифференциального и замкнутого дифференциального зубчатых механизмов.
19. Как изменится передаточное отношение планетарного механизма с ведущим водилом, если ведущим звеном будет центральное колесо?
20. Как на практике определить передаточное отношение зубчатого механизма?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов. – 5-е изд., стер. – М. : Альянс, 2008. – 640 с.
2. Теория механизмов и машин : учеб. для вузов / К. В. Фролов, С. А. Попов, А. К. Мусатов и др. ; под ред. К. В. Фролова. – 3-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2001. – 496 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин : учеб. пособие для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, 1990. – 592 с.
4. Оформление учебных отчетных документов: Общие требования. Текстовые документы : метод. указания / сост. А. В. Арон, С. Б. Будрин, С. Н. Зиборов и др. – 2-е изд., перераб. и доп. – Владивосток : Мор. гос. ун-т, 2008. – 58 с.