Федеральное государственное образовательное бюджетное

учреждение высшего профессионального образования

 «Сибирский государственный университет

телекоммуникаций и информатики»

Межрегиональный учебный центр

 переподготовки специалистов

**Зачтены задачи 1,4,7,8. Остальные задачи следует доработать. Работу над ошибками следует выполнять в том же файле другим цветом, сохраняя замечания преподавателя.**

# Контрольная работа

# По дисциплине: «Дискретная математика»

Выполнил:

Группа:

Вариант: 10

Проверил:

Новосибирск 2020

**Вариант 10**

**№1** Доказать равенства, используя свойства операций над множествами и определения операций. Проиллюстрировать при помощи диаграмм Эйлера-Венна. а)  (A\B) ∪ (A∩C) = A\(B\C) б)  (A∪B)(C∪D)=(AC)∪(BC)∪(AD)∪(BD).

**№2** Даны два конечных множества: А={a,b,c}, B={1,2,3,4}; бинарные отношения P1⊆ AB, P2⊆ B2. Изобразить P1, P2 графически. Найти P = (P2◦P1)–1. Выписать области определения и области значений всех трех отношений: P1, P2, Р. Построить матрицу [P2], проверить с ее помощью, является ли отношение P2 рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. P1= {(a,3),(a,2),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)}; P2= {(1,1),(1,2),(2,2),(3,3),(4,1),(4,4)}.

**№3** Задано бинарное отношение P; найти его область определения и область значений. Проверить по определению, является ли отношение Pрефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. P⊆ **R**2, P = {(x,y) | x2 ≥ y}.

**№4** Доказать утверждение методом математической индукции:
1·2 + 2·5 + 3·8 + … + n·(3·n–1) = n2·(n+1).

**№5** Десять студентов должны сдавать зачет по трем предметам: физике, английскому языку и истории. Все зачеты назначены на одно время и каждый может сдавать только один зачет, поэтому студентам нужно распределиться на группы, не менее чем по двое в каждой. Сколькими способами это можно сделать? Сколькими способами они могут разместиться после зачета за четырьмя совершенно одинаковыми столиками (не менее чем по одному) для того, чтобы отпраздновать результаты?

**№6** Сколько существует положительных трехзначных чисел: а) делящихся на числа 8, 20 или 25? б) делящихся ровно на одно из этих трех чисел?

**№7** Найти коэффициенты при a=x3·y2·z3, b=x2·y2·z2, c=x6·z4 в разложении (5·x3+3·y+2·z)6.

**№8** Найти последовательность {an}, удовлетворяющую рекуррентному соотношению 2·an+2 + 7·an+1 + 5·an = 0· и начальным условиям a1=6, a2=9.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№9** | Орграф задан матрицей смежности. Необходимо: а) нарисовать граф; б) выделить компоненты сильной связности; в) заменить все дуги ребрами и в полученном неориентированном графе найти эйлерову цепь (или цикл). | 100000 | 000001 | 101100 | 001010 | 101100 | 110001 |

**№10** Взвешенный граф задан матрицей длин дуг. Нарисовать граф. Найти: а) остовное дерево минимального веса;
б) кратчайшее расстояние от вершины *v6* до остальных вершин графа, используя алгоритм Дейкстры. 

***№1Доказать равенства, используя свойства операций над множествами и определения операций. Проиллюстрировать при помощи диаграмм Эйлера-Венна. а)(A\B) ∪ (A∩C) =A\(B\C) б)(A∪B)×(C∪D)=(A×C)∪(B×C)∪(A×D)∪(B×D).***

***Решение:***

а)(A\B) ∪ (A∩C) = A\(B\C)

Геометрическое доказательство.









Будем заштриховывать результаты соответствующих операций.

Правая часть:

А) В\С (желтый цвет)

Геометрическое доказательство.



Б) A\(B\C) (зеленый цвет)



Левая часть:

А) A\B (фиолетовый)



Б) A∩C (синий):



В) Итог (A\B) ∪ (A∩C) - объединение двух последних множеств, обозначим серым цветом:



Как легко заметить, закрашенные области для левой и правой частей тождества совпадают, т.е. тождество верно.

Теперь докажем аналитически

1. Используем выражение для разности: A\B=A∩B̅
2. По свойству дистрибутивности выражение примет вид: A∩(B̅∪С)

 \_\_\_\_

1. Используем выражение для разности в другую сторону: A\(B̅∪С)

 \_ \_

1. По закону де Моргана: A\(B̅∩С)
2. По закону снятия двойного отрицания и с помощью выражения для разности получаем правую часть: A\(B\C)

б)(A∪B)×(C∪D)=(A×C)∪(B×C)∪(A×D)∪(B×D)

Используем определение декартова произведения:

$$\left(AB\right)\left(CD\right)=\left\{ a\in A B, b\in CD\right\}=\left\{ \left(a\in A или a\in B\right), \left(b\in C или b\in D\right)\right\}=\left\{\left(a\in A, b\in С\right)или\left(a\in B,b\in C\right)или\left(a\in A,b\in D\right)или\left(a\in B,b\in D\right)\right\}=\left(AC\right)\left(BC\right)\left(AD\right)\left(BD\right)$$

Доказано.

Проиллюстрируем:


Множества на осях наоборот! Первое – по оси абсцисс, второе – по оси ординат.

***№2 Даны два конечных множества: А={a,b,c}, B={1,2,3,4}; бинарные отношения P1⊆ A× B, P2⊆ B2. Изобразить P1, P2графически. Найти P = (P2◦P1)–1. Выписать области определения и области значений всех трех отношений: P1, P2, Р. Построить матрицу [P2], проверить с ее помощью, является ли отношение P2рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. P1= {(a,3),(a,2),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)}; P2= {(1,1),(1,2),(2,2),(3,3),(4,1),(4,4)}.***

***Решение:***

P1и P2 представлены на рисунках.



Запишем P2◦P1 в виде пар.

P1= {(a,3),(a,2),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)}; P2= {(1,1),(1,2),(2,2),(3,3),(4,1),(4,4)}.

(a,3) (3,3) => (a,3)

(а,2) (2,2) => (a,2)

(b,2) (2,2) => (b,2)

(b,3) (3,3) => (b,3)

(c,1) (1,1) => (c,1)

(c,1) (1,2) => (c,2)

(c,4) (4,1) => (c,1)

(c,4) (4,4) => (c,4)

Убрав одинаковые пары, получим

P2◦P1={(a,3), (a,2), (b,2), (b,3), (c,1), (c,2), (c,4)}

Обратное отношение

(P2◦P1)–1={(3,a), (2,a), (2,b), (3,b), (1,c), (2,c), (4,c)}

Областью определения отношения  называется множество

.

Областью значений называется множество:



В нашем случае:

δP1={a,b,c} δP2={1,2,3,4} δP={1,2,3,4}

ρP1={1,2,3,4} ρP2={1,2,3,4} ρP={a,b,c}

Матрица отношения P2:

$$\left(1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 \right)$$

Бинарное отношение  на называется рефлексивным, если

.

На главной диагонали матрицы такого отношения стоят единицы.

Отношение P2 рефлексивно.

Отношение называется симметричным, если

, т. е.  или .

Поскольку матрица не симметрична, отношение тоже не является симметричным.

Отношение называется антисимметричным, если , т. е. в матрице  вне главной диагонали все элементы равны нулю.

P2◦P2T$=\left(1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 \right)$ $\left(1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 \right)$=$\left(1 1 0 1 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 \right)$

Неверно взято пересечение матриц.

Отношение P2 не является антисимметричным.

Отношение называется транзитивным, если

, т. е. .

P2◦P2$=\left(1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 \right)$ $\left(1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 1 \right)$=$\left(1 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 1 1 0 1 \right)$

Отношение P2 не транзитивно.

***№3 Задано бинарное отношение P; найти его область определения и область значений. Проверить по определению, является ли отношение Pрефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным. P⊆ R2, P = {(x,y) | x2 ≥ y}.***

***Решение:***

Бинарное отношение P перепишем в эквивалентной форме

P⊆ **R**2, P = {(x,y) | x2 -y≥ 0}

и изобразим графически:



По сути x2 -y≥ 0 есть область плоскости, которая находится справа, слева и ниже от параболы y=x2 и включает ее в себе.

Очевидно, что область определения и область значения – это все действительные числа, не составляющие комбинаций «внутри» параболы.

Бинарное отношение *R* на множестве *А* называется *симметричным*, если из его выполнения для *a, b* следует выполнение для *b, a*: ∀ *a, b* ∈ A *aRb⇒* *bRa.*

По определению это отношение не является симметричным, т.к. отношению

P = {(y,x) | y2 ≥ x} соответствует совсем другой график (отношения не равные).

Теперь проверим антисимметричность.

Бинарное отношение P на множестве Х называется *антисимметричным*, если для пары элементов множества x,y выполнение отношений aPb и bPa влечет x=y. Очевидно, что антисимметричность выполняется только при значениях равных 0, в остальных случаях нет.

Антисимметричность по сути – отсутствие симметричных пар, за исключением пар х=у. Если нет свойства – приведите пример симметричных пар.

Бинарное отношение *R* на множестве *А* называется *рефлексивным*, если для любого его элемента *a* выполняется*aRa*:€∀ *a* ∈€ A *aRa*.. В нашем случае неравенство x2≥x не выполняется при x(0;1), Это что означает?? Знак принадлежности подразумевается? значит P не рефлексивно.

Бинарное отношение P на множестве Х называется транзитивным, если для любых трёх элементов множества a,b,c выполнение отношений aRb и bRc влечёт выполнение отношения aRc.

В нашем случае необходимо найти такое z, что P = {(x,z) | x2 ≥ z} и P = {(z,y) | z2 ≥ y}, отсюда следует P = {(x,y) | x2 ≥ y}.Но такое число нельзя найти. Таким образом, P не является транзитивным.

Контрпример?

***№4 Доказать утверждение методом математической индукции:***

***1·2 + 2·5 + 3·8 + … + n·(3·n–1) = n2·(n+1).***

***Решение:***

1) Проверим справедливость утверждения для n =1.

При n =1 сумма состоит из одного члена, т. е. 1\*2 = 1(1+1), S(1) =2 ,

2) Предположим справедливость формулы для n=k, т.е.

1\*2+2\*5+3\*8+…+к(3к-1) = к2 (к+1)

3) докажем справедливость формулы для n=k+1

Т. е. 1\*2+2\*5+3\*8+…+к(3к-1) + (к + 1)(3(к+1) -1) = (к + 1) 2 (к + 2)

к2 (к+1) + (к + 1)(3(к+1) -1) = (к + 1)( к2 + 3к +2) = (к + 1)( к2 + к + 2к + 2) =

(к + 1)(к(к + 1) + 2(к + 1)) = (к + 1) 2 (к + 2).

Доказано.

***№5 Десять студентов должны сдавать зачет по трем предметам: физике, английскому языку и истории. Все зачеты назначены на одно время и каждый может сдавать только один зачет, поэтому студентам нужно распределиться на группы, не менее чем по двое в каждой. Сколькими способами это можно сделать? Сколькими способами они могут разместиться после зачета за четырьмя совершенно одинаковыми столиками (не менее чем по одному) для того, чтобы отпраздновать результаты?***

***Решение:***

Чтобы найти, сколькими способами студенты могут разделиться на группы не менее чем по двое, чтобы сдать зачёт, поступим следующим образом. Составим таблицу из четырёх столбцов. В первом столбце запишем количество студентов, которые будут сдавать зачёт по физике, во втором - по английскому языку, в третьем - по истории, а в четвёртом - количество способов, которыми можно сформировать соответствующий список студентов. Получим следующий результат:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Физика | Англ. яз. | История | Кол. способов |
| 2 | 2 | 6 | C102C82C66 = 45 · 28 · 1 = 1260 |
| 2 | 3 | 5 | C102 C83C55 = 45 · 56 · 1 = 2520 |
| 2 | 5 | 3 | C102C85C33 = 45 · 56 · 1 = 2520 |
| 2 | 6 | 2 | C102C86C22 = 45 · 28 · 1 = 1260 |
| 3 | 2 | 5 | C103C72C55 = 120 · 21 · 1 = 2520 |
| 3 | 3 | 4 | C103C73C44 = 120 · 35 · 1 = 4200 |
| 3 | 4 | 3 | C103C74C33 = 120 · 35 · 1 = 4200 |
| 3 | 5 | 2 | C103C75C22 = 120 · 21 · 1 = 2520 |
| 4 | 2 | 4 | C104C62C44 = 210 · 15 · 1 = 3150 |
| 5 | 2 | 3 | C105C52C33 = 252 · 10 · 1 = 2520 |
| 5 | 3 | 2 | C105C53C22 = 252 · 10 · 1 = 2520 |
| 6 | 2 | 2 | C106C42C22 = 210 · 6 · 1 = 1260 |
|  |  |  | ∑ = 30450 |

4,3,3 и 4,4,2 – не все варианты. Вообще-то следует умножать один вариант на число перестановок, а не перебирать все варианты поштучно!

Чтобы найти, сколькими способами те же студенты могут разместиться за четырьмя столиками не менее чем по одному, составим таблицу из семи столбцов. В первом столбце запишем количество студентов в первой "бригаде", во втором - во второй "бригаде", в третьем - в третьей "бригаде", в четвёртом - в четвёртой "бригаде", в пятом - количество способов, которыми можно сформировать соответствующий список студентов, в шестом - количество повторяющихся способов, которыми "бригады" можно рассадить по столикам, в седьмом - частное от деления числа в пятом столбце на число в шестом столбце. При заполнении пятого столбца руководствуемся теми же соображениями, что и при ответе на первый вопрос задачи. Получим следующий результат:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Бригада 1 | Бригада 2 | Бригада 3 | Бригада 4 | Кол. списков студентов | Кол. повтор. | Кол. способов |
| 1 | 1 | 1 | 7 | С101С91С81С77 =720 | 3! = 6 | 120 |
| 1 | 1 | 2 | 6 | С101С91С82С66 =2520 | 2! = 2 | 1260 |
| 1 | 1 | 3 | 5 | С101С91С83С55 =5040 | 2! = 2 | 2020 |
| 1 | 1 | 4 | 4 | С101С91С84С74 =220500 | 2!2! = 4 | 55125 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | С101С92С73С44 = 12600 | 0 | 12600 |
| 1 | 3 | 3 | 3 | С101С93С63С33 = 16800 | 3! = 6 | 2800 |
| 2 | 2 | 3 | 3 | С102С82С63С33 = 25200 | 2!2! = 4 | 6300 |
|  |  |  |  |  |  | ∑ = 80225 |

Ответ: 30450 способами; 80225 способами.
С максимальной 5 и с 4 есть еще по набору. Но число в ответе у Вас больше, чем нужно – где-то неверно сосчитали. Считали бы через разбиения, меньше бы ошибок было.

***№6 Сколько существует положительных трехзначных чисел: а) делящихся на числа 8, 20 или 25? б) делящихся ровно на одно из этих трех чисел?***

***Решение:***

а) Трехзначные числа, делящиеся на 25:

$\frac{999}{25}=39,96$

Округляем и вычитаем три двухзначных 25, 50, 75.

Итого чисел, делящихся на 25: 36.

Аналогично определяем:

Трехзначные числа, делящиеся на 20:45

Трехзначные числа, делящиеся на 8:112

Количество чисел, которые делятся на 8 и на 20: НОК – наименьшее общее кратное = 40.

$\frac{999}{40}=24,975$0 Округляем и вычитаем 40,80. Итого 22.

Количество чисел, которые делятся на 8 и на 25: НОК – наименьшее общее кратное = 200. Итого 4.

Количество чисел, которые делятся на 20 и на 25: НОК – наименьшее общее кратное = 100. Итого 9.

Количество чисел, которые делятся на 8, на 20 и на 25:

НОК – наименьшее общее кратное = 200. Итого 4.

И где ответ на первый вопрос? Сколько чисел делится на любое из заданных?

б) По формуле вычисления числа N(r) элементов, обладающих ровно r свойствами:

N(1)=(36+45+112)-2(22+4+9)+12=135

***№7 Найти коэффициенты при a=x3·y2·z3, b=x2·y2·z2, c=x6·z4 в разложении (5·x3+3·y+2·z)6.***

***Решение:***

Для решения данной задачи воспользуемся полиномиальной теоремой.

Коэффициент перед а:

x3·y2·z3: (5·x3) 1 (3·y) 2 (2·z) 3

R(6;1,2,3) · 5 1 3 2 2 3 =$\frac{6!}{1!2!3!}$· 5 1 3 2 23=21600

Коэффициент перед b:

x2·y2·z2 : 0 (т.к. минимальная степень x равна 3)

Коэффициент перед c:

x6·z4: (5·x3) 2 (2·z) 4

R(6;2,4)·5 22 4=$\frac{6!}{2!4!}$· 5 2 24=6000

Ответ. Коэффициенты 21600,0,6000.

***№8 Найти последовательность {an}, удовлетворяющую рекуррентному соотношению 2·an+2 + 7·an+1 + 5·an = 0· и начальным условиям a1=6, a2=9.***

***Решение:***

Составим характеристический многочлен

P(λ)=2· λ2+7· λ+5

Найдем корни характеристического уравнения 2· λ2+7· λ+5 = 0

λ1= -1; λ2=$ \frac{-5}{2}$
Следовательно, общее решение рекуррентного соотношения имеет вид

an=(-1)n·C1+$(\frac{-5}{2})$n·C2

 Используя начальные условия, получим систему:

$\{\left(-1\right)·C1+\left(\frac{-5}{2}\right)·C2=6, C1+\frac{25}{4}·C2=9, $ из которой находим $C1$=-16, $C2$=4

Тогда общий вид рекуррентного соотношения:

an=(-1)n·(-16)+$(\frac{-5}{2})$n·4;

Разложим его и составим в более удобном виде:

an=(-1) n · (-1) 1·24+(-1) n ·(5) n·2-n·22;

an=(-1) n · 22-n·( 5 n-2n+2);

Ответ. an=(-1) n · 22-n·( 5 n-2n+2).

***№9 Орграф задан матрицей смежности. Необходимо:
а) нарисовать граф;
б) выделить компоненты сильной связности;
в) заменить все дуги ребрами и в полученном неориентированном графе найти Эйлерову л).***



***Решение:***

а) нарисовать граф;
На рисунке изображен наш пример: направленный орграф с петлями, при этом длины ребер считаются равными.

б) выделить компоненты сильной связности;

Пары вершин V3 и V4, V4 и V5 связаны парами дуг. Значит, вершины V3, V4, V5 взаимодостижимы. Они образуют первую компоненту сильной связности {V3, V4, V5}. Из этих вершин нельзя попасть ни в вершину V2, ни в вершину V1, ни в вершину V6. Вершина V1 недостижима ни из одной из остальных вершин орграфа и образует компоненту сильной связности {V1}. Вершины V2 и V6 связаны парами дуг и образуют тоже компоненту сильной связности {V2, V6}

в) заменить все дуги ребрами и в полученном неориентированном графе найти Эйлерову цепь (или цикл).



Эйлеровым путем в графе называется произвольный путь, проходящий через каждое ребро графа в точности один раз. Замкнутый эйлеров путь называется эйлеровым циклом (или цепью).

Критерий Эйлера: В связном графе существует эйлеров путь тогда и только тогда, когда в нем не более 2-х нечетных вершин, а эйлеров цикл - тогда и только тогда, когда в нем все вершины четные. В несвязном графе очевидно, что эйлерова пути существовать не может (но он существует в тех компонентах связности, которые удовлетворяют критерию).

В этом графе вершины V1 и V6 имеют нечётные степени, равные 5, поэтому эйлерова цикла нет. Число вершин с нечётными степенями равно двум, поэтому эйлеров путь есть, например: V1 - V1 – V3 – V3 – V4 – V3 – V5 – V4 – V5 – V1 – V6 – V6.

Пронумеруйте ребра на графе в порядке их прохождения.

***№10 Взвешенный граф задан матрицей длин дуг. Нарисовать граф. Найти: а) остовное дерево минимального веса;
б) кратчайшее расстояние от вершины v6 до остальных вершин графа, используя алгоритм Дейкстры.***



***Решение:***

Рисуем взвешенный граф согласно матрице смежности.



Для нахождения остовного дерева минимального веса используем алгоритм Краскала.
Минимальное остовное дерево (или минимальное покрывающее дерево) в связанном, взвешенном, неориентированном графе — это остовное дерево этого графа, имеющее минимальный возможный вес, где под весом дерева понимается сумма весов входящих в него рёбер. Решаем поставленную задачу методом минимального элемента, т.е. выбираем ребра между вершинами с минимальным значением так, чтобы все вершины графа были охвачены:

1. ребра с весом 1: <V1,V5>, <V2,V4>, <V2,V3>;
2. ребра с весом 2: <V1,V2>, <V4,V6>.

Таким образом, все вершины графа охвачены ребрами с минимальными значениями.

Вес остова W=1+1+2+1+2=7

На рисунке остов выделен ребрами красного цвета.

б) Теперь находим кратчайшее расстояние от вершины *v6* до остальных вершин графа. Мы не решаем заново, а находим кратчайшее расстояние от вершины *v6* до остальных вершин графа. Это для кого замечание???

Примечание. Алгори́тм Де́йкстры (Dijkstra’s algorithm) — алгоритм на графах, изобретённый нидерландским ученым Э. Дейкстрой в 1959 году. Находит кратчайшее расстояние от одной из вершин графа до всех остальных. Поэтому и есть сравнение расстояний (эквивалентно весов или суммы весов ребер).

Вершины снабжаем пометками, и в графе будут присутствовать метки (∞,0), пока не найден путь. Вершины, которые будут становиться постоянными и их выделяем заливкой. Вершина A стала постоянной (Рис 10 а).



Первый шаг. Смежные вершины с А - В, С и D.

Для них нашли расстояния (это 3, 2 и 4), заменили метки на (3,А), (2,А) и (4,A). Минимальное из расстояний 2.Вершина D(2,А) становится постоянной. Вершина D становится постоянной (Рис 10 а).

Зачем дважды одно и то же писать?

Второй шаг. С вершины D вычислим расстояния до смежных вершин (кроме А) B,C,E. До вершины B: 2+4=6, Это расстояние больше текущего. Поэтому метка вершины не меняется До вершины C: 2+1=3, Это расстояние меньше текущего. Поэтому метка вершины меняется на C(3,D).До вершины E: 2+5=7, Поставим метку E(5,D) (Рис. 10 б). ???? Вычислили расстояние 7, поэтому поставили метку 5????????

Третий шаг. Посещаем вершину С:

С вершины C вычислим расстояния до смежных вершин (кроме постоянных) E,F. До вершины E: 3+1=4, Это расстояние меньше текущего. Поэтому метка вершины меняется на E(4,C) (Рис. 10 в). До вершины F: 3+2=5, Метка вершины будет F(5,C). Вершина C становится постоянной (рис. 10 в).
Четвертый шаг. Помешаем вершину Е: Чем помешаем?? Или кому помешаем??



С вершины E вычислим расстояния до смежных вершин (кроме постоянных) F. До вершины F: 4+3=7, Это расстояние больше текущего. Поэтому метка вершины не меняется. Вершина C становится постоянной (рис. 10 в). Еще раз?? У меня возникают сильные сомнения в разумности автора, уж извините…

Пятый шаг. Помешаем вершину B. С вершины B вычислим расстояния до смежных вершин (кроме постоянных) F. До вершины F: 3+1=4, Это расстояние меньше текущего. Поэтому метка вершины меняется на F(4,B). Вершины F и B становятся постоянными (рис. 10 г).

Таким образом, все вершины пройдены.

Наикротчайшее расстояние от вершины до:

1. Вершины B: 3, путь AB;

2. Вершины C: 3, путь ADC;

3. Вершины D: 2, путь AD;

4. Вершины E: 4, путь ACE;

5. Вершины F: 4, путь ABF;