

**Дано:**  $N_1 = 5 \text{ кВт}$ ;  $N_2 = 2,5 \text{ кВт}$ ;  $N_3 = 7,5 \text{ кВт}$ ;  $[\tau_k] = 30 \text{ МПа}$ ;  $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ ;

$[\varphi_0] = 0,02 \frac{\text{рад}}{\text{м}} = 0,02 \cdot 10^{-3} \frac{\text{рад}}{\text{мм}}$ ;  $\omega = 25 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$   $c = 0,9$

**Определить:** 1) значения внешних моментов;  
 2) уравновешенный момент;  
 3) построить эпюру крутящих моментов по длине вала;  
 4) определить диаметры вала по сечениям из расчетов на прочность и жесткость (круг, кольцо).

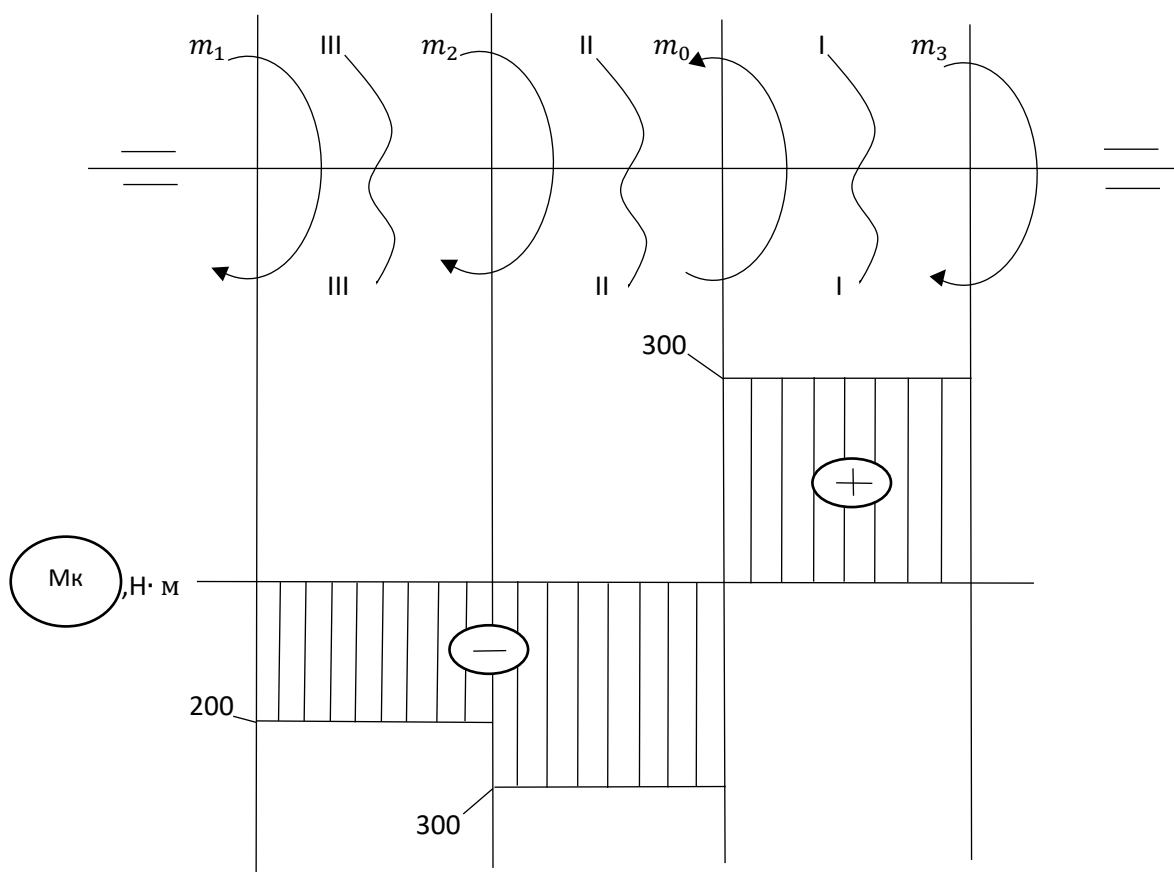


Рисунок 1 – Эпюра крутящих моментов по длине вала

1. Определяем значение внешних моментов, соответствующих предельным мощностям:

$$M = \frac{N}{\omega}, \quad (1)$$

где  $M$  – внешний момент,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;

$N$  – предельная мощность,  $\text{Вт}$ ;

$\omega$  – угловая скорость,  $\frac{\text{рад}}{\text{с}}$ .

$$M_1 = \frac{5 \cdot 10^3}{25} = 200 (\text{Н} \cdot \text{м});$$

$$M_2 = \frac{2,5 \cdot 10^3}{25} = 100 (\text{Н} \cdot \text{м});$$

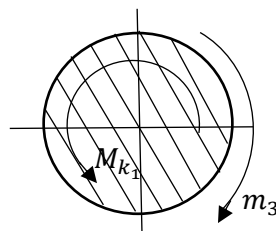
$$M_3 = \frac{7,5 \cdot 10^3}{25} = 300 (\text{Н} \cdot \text{м}).$$

2. Определяем уравнивающий момент  $M_0$ :

$$M_0 = M_1 + M_2 + M_3 = 200 + 100 + 300 = 600 (\text{Н} \cdot \text{м}).$$

3. Определяем крутящие моменты  $M_k$  в поперечных сечениях вала с помощью метода сечений.

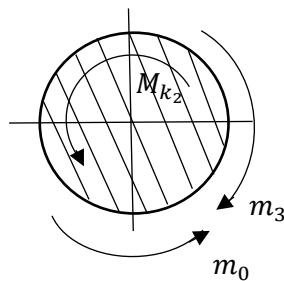
Участок I-I:



$$m_3 - M_{k1} = 0$$

$$M_{k1} = m_3 = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

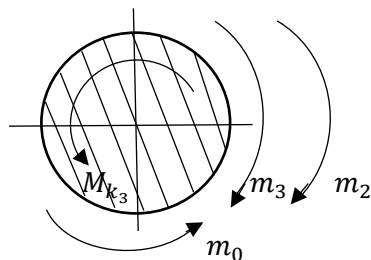
Участок II-II:



$$m_3 - m_0 - M_{k2} = 0$$

$$M_{k2} = -m_0 + m_3 = -600 + 300 = -300 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Участок III-III:



$$m_2 + m_3 - m_0 - M_{k_3} = 0$$

$$M_{k_3} = -m_0 + m_2 + m_3 = -600 + 100 + 300 = -200 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

4. Строим эпюру крутящих моментов по длине вала, при этом заметим, что скачок на эпюре всегда численно равен приложенному вращающему моменту (рис.1).

Выбираем соответствующий масштаб. Откладываем значения моментов, штрихуем эпюру поперек, обводим по контуру, записываем значения моментов. Максимальный крутящий момент  $M_k = 300 \text{ Н} \cdot \text{м}$ .

5. Определяем диаметры вала по сечениям из расчетов на прочность и жесткость.

#### 5.1 Сечение – круг:

– из условия прочности:

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k], \quad (2)$$

где  $\tau_k$  – напряжение при кручении, Н/мм<sup>2</sup>, Н/м<sup>2</sup>;

$W_p$  – момент сопротивления при кручении, мм<sup>3</sup>, м<sup>3</sup>.

Для круга  $W_p$  определяем по формуле (3):

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3 \quad (3)$$

Таким образом,

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2[\tau_k]}} \quad (4)$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{300 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} = 36,8(\text{мм})$$

– из условия жесткости:

$$\varphi_0 = \frac{M_k}{GI_p} \leq [\varphi_0], \quad (5)$$

где  $\varphi_0$  – относительный угол закручивания,  $\frac{\text{рад}}{\text{мм}}$ ,  $\frac{\text{рад}}{\text{м}}$ ;

$G$  – модуль упругости при сдвиге, Н/мм<sup>2</sup>, Н/м<sup>2</sup>;

$I_p$  – полярный момент инерции в сечении, мм<sup>4</sup>, м<sup>4</sup>;

$[\varphi_0]$  – допускаемый относительный угол закручивания,  $\frac{\text{рад}}{\text{мм}}$ ,  $\frac{\text{рад}}{\text{м}}$ .

Для круга  $I_p$  определяем по формуле (6):

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4 \quad (6)$$

Таким образом,

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{M_k}{G \cdot 0,1[\varphi_0]}} \quad (7)$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{300 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}}} = 37(\text{мм})$$

Принимаем  $d = 38$  мм.

Площадь сечения – круг  $S_{\text{круг}}$  определяем по формуле (8):

$$S_{\text{круг}} = \frac{\pi d^2}{4} \quad (8)$$

$$S_{\text{круг}} = \frac{3,14 \cdot 38^2}{4} = 1133,54 (\text{мм}^2)$$

## 5.2 Сечение – кольцо:

– **из условия прочности (2)**, с учетом того, для кольца  $W_p$  определяем по формуле (9):

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2d^3(1 - c^4), \quad (9)$$

получаем

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2(1 - c^4)[\tau_k]}} \quad (10)$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{300 \cdot 10^3}{0,2(1 - 0,9^4) \cdot 30}} = 52,6(\text{мм})$$

– **из условия жесткости (5)**, с учетом того, что для кольца  $I_p$  определяем по формуле (11):

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 d^4 (1 - c^4), \quad (11)$$

получаем

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{M_k}{G \cdot 0,1(1-c^4)[\varphi_0]}} \quad (12)$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{300 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 0,1(1-0,9^4) \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}}} = 48,3(\text{мм})$$

Принимаем  $d = 54$  мм.

Площадь сечения – кольцо  $S_{\text{кольцо}}$  определяем по формуле (13):

$$S_{\text{круг}} = \frac{\pi d^2}{4} - \frac{\pi d_{\text{вн}}^2}{4}, \quad (13)$$

где  $d_{\text{вн}}$  – внутренний диаметр кольца, мм

$$d_{\text{вн}} = c \cdot d \quad (14)$$

$$d_{\text{вн}} = 0,9 \cdot 54 = 48,6(\text{мм})$$

$$S_{\text{круг}} = \frac{3,14 \cdot 54^2}{4} - \frac{3,14 \cdot 48,6^2}{4} = 434,9 (\text{мм}^2)$$

**Вывод:** целесообразно использовать сечение – кольцо (экономия материала).