

**Варианты**  
**Контрольной работы**  
**по курсу «Математические методы в экономике»**  
**для студентов заочной формы обучения**  
*( Преподаватель Лутошкин И.В.)*

Варианты контрольной работы определяются по третьей букве фамилии

| Значение третьей буквы | Задание 1 | Задание 2 | Задание 3 |
|------------------------|-----------|-----------|-----------|
| А                      | 1         | 15        | 12        |
| В                      | 2         | 16        | 13        |
| Д                      | 3         | 1         | 14        |
| Е, Ё                   | 4         | 2         | 15        |
| З                      | 5         | 3         | 16        |
| Й, И                   | 6         | 4         | 1         |
| Л                      | 7         | 5         | 2         |
| Н                      | 8         | 6         | 3         |
| П                      | 9         | 7         | 4         |
| С                      | 10        | 8         | 5         |
| У, Ю                   | 11        | 9         | 6         |
| Х, Я                   | 12        | 10        | 7         |
| Ч                      | 13        | 11        | 8         |
| Щ, Э                   | 14        | 12        | 9         |
| Ы, Ш                   | 15        | 13        | 10        |
| Б                      | 16        | 14        | 11        |
| Г                      | 1         | 15        | 12        |
| Ж                      | 2         | 16        | 13        |
| К                      | 3         | 1         | 14        |
| М                      | 4         | 2         | 15        |
| О                      | 5         | 3         | 16        |
| Р                      | 6         | 4         | 1         |
| Т                      | 7         | 5         | 2         |
| Ф, Ц                   | 8         | 6         | 3         |
| Ъ, Ъ                   | 9         | 7         | 4         |

## Задание 1.

1. При изготовлении изделий И1 и И2 используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется 300 и 200 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 10 и 20 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 6 руб. и от единицы изделия И2 – 16 руб. Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.
2. Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров – не менее 70 и витаминов – не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов П1 и П2 равно соответственно (0,2; 0,075; 0) и (0,1; 0,1; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта П1 – 2 руб., П2 – 3 руб. Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.
3. В районе лесного массива имеются лесопильный завод и фанерная фабрика. Чтобы получить 2,5 куб.м. коммерчески реализуемых комплектов пиломатериалов, необходимо израсходовать 2,5 куб.м. еловых и 7,5 куб.м. пихтовых лесоматериалов. Для приготовления листов фанеры по 100 кв.м требуется 5 куб.м еловых и 10 куб.м. пихтовых лесоматериалов. Лесной массив содержит 80 куб.м. еловых и 180 куб.м. пихтовых лесоматериалов. Согласно условиям поставок, в течение планируемого периода необходимо произвести по крайней мере 10 куб.м. пиломатериалов и 1200 кв.м фанеры. Доход с 1 куб.м. пиломатериалов составляет 160 руб., а со 100 кв.м фанеры – 600 руб. Постройте математическую модель для нахождения плана производства, максимизирующего доход.
4. Предприятию необходимо изготовить два вида продукции А и В, с использованием трех видов ресурсов  $R_1, R_2, R_3$  количество которых ограничено. Исходные данные задачи представлены в таблице:

| Вид ресурсов   | Количество ресурсов, идущих на изготовление единицы продукции |    | Запасы ресурсов |
|----------------|---|----|-----------------|
|                | А   | В  |                 |
| $R_1$          | 6   | 6  | 36              |
| $R_2$          | 4   | 2  | 20              |
| $R_3$          | 4   | 8  | 40              |
| Цена продукции | 12  | 15 |                 |

Требуется составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальный доход.

5. На птицеферме употребляются два вида кормов - I и II. В единице массы корма I содержатся единица вещества А, единица вещества В и единица вещества С. В единице массы корма II содержатся четыре единицы вещества А, две единицы вещества В и не содержится вещества С. В дневной рацион каждой птицы надо включить не менее единицы вещества А, не менее четырех единиц вещества В и не менее единицы вещества С. Цена единицы массы корма I составляет 3 рубля, корма II - 2 рубля. Составьте ежедневный рацион кормления птицы так, чтобы обеспечить наиболее дешевый рацион.
6. Для изготовления четырех видов продукции используется два вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цена каждого продукта приведены в таблице.

| Тип сырья    | Нормы расхода сырья на одно изделие |   |    |    | Запасы сырья |
|--------------|-------------------------------------|---|----|----|--------------|
|              | А                                   | Б | В  | Г  |              |
| I            | 1                                   | 2 | 1  | 0  | 18           |
| II           | 1                                   | 3 | 3  | 2  | 40           |
| Цена изделия | 12                                  | 7 | 18 | 10 |              |

Сформулируйте прямую оптимизационную задачу на максимум общей стоимости, составьте оптимальную производственную программу. Сформулируйте двойственную задачу и найдите ее оптимальное решение. Проанализируйте использование ресурсов в оптимальном плане.

7. Цех хлебозавода по производству муки заключил контракт с мини-пекарней о поставке ежедневно 300 кг ржаной и пшеничной муки, причем пшеничной - не менее 50%. Зерно, поступающее в цех, проходит в нем обмолот, помол и упаковку муки. Трудозатраты (в человеко-часах) на указанные операции представлены в таблице:

| Операция | Ржаная мука | Пшеничная мука | Имеющийся ресурс |
|----------|-------------|----------------|------------------|
| Обмолот  | 0,1         | 0,1            | 30               |
| Помол    | 0,1         | 0,08           | 27               |
| Упаковка | 0,05        | 0,05           | 200              |

Себестоимость одного килограмма ржаной муки составляет 14 рублей, а пшеничной - 18 рублей. Требуется найти оптимальный план производства продукции, позволяющий цеху выполнить условия контракта с наименьшими затратами.

8. Предприятие производит продукцию двух видов (А и Б), используя при изготовлении этой продукции ресурсы трех видов (первого, второго и третьего). Чтобы произвести одну единицу продукции А, нужно затратить по 1 единице первого и второго ресурсов и 2 единицы третьего ресурса. Для производства единицы продукции Б требуется 2 единицы первого ресурса и 1 единица второго ресурса. Запасы ресурсов у предприятия ограничены: на складах есть 90 единиц первого ресурса, 50 единиц второго и 80 единиц третьего ресурса. Рыночная цена продукции А составляет 800 руб. а цена продукции Б равна 1000 руб. Сколько продукции следует произвести, чтобы получить наибольшую выручку?
9. При изготовлении изделий И1 и И2 используются сталь и цветные металлы, а также токарные и фрезерные станки. По технологическим нормам на производство единицы изделия И1 требуется 350 и 250 станко-часов соответственно токарного и фрезерного оборудования, а также 20 и 10 кг соответственно стали и цветных металлов. Для производства единицы изделия И2 требуется 400, 100, 70 и 50 соответствующих единиц тех же ресурсов. Цех располагает 12400 и 6800 станко-часами соответственно токарного и фрезерного оборудования и 640 и 840 кг соответственно стали и цветных металлов. Прибыль от реализации единицы изделия И1 составляет 8 руб. и от единицы изделия И2 - 14 руб. Постройте математическую модель задачи, используя в качестве показателя эффективности прибыль и учитывая, что время работы фрезерных станков должно быть использовано полностью.
10. Для сохранения нормальной жизнедеятельности человек должен в сутки потреблять белков не менее 120 условных единиц (усл. ед.), жиров - не менее 70 и витаминов - не менее 10 усл. ед. Содержание их в каждой единице продуктов П1 и П2 равно соответственно (0,2; 0,01; 0) и (0,1; 0,2; 0,1) усл. ед. Стоимость 1 ед. продукта П1 - 5 руб., П2 - 4 руб. Постройте математическую модель задачи, позволяющую так организовать питание, чтобы его стоимость была минимальной, а организм получил необходимое количество питательных веществ.
11. В районе лесного массива имеются лесопильный завод и фанерная фабрика. Чтобы получить 3 куб.м. коммерчески реализуемых комплектов пиломатериалов, необходимо израсходовать 3 куб.м. еловых и 7 куб.м. пихтовых лесоматериалов. Для

приготовления листов фанеры по 100 кв.м требуется 6 куб.м еловых и 9 куб.м. пихтовых лесоматериалов. Лесной массив содержит 80 куб.м. еловых и 160 куб.м. пихтовых лесоматериалов. Согласно условиям поставок, в течение планируемого периода необходимо произвести по крайней мере 10 куб.м. пиломатериалов и 1200 кв.м фанеры. Доход с 1 куб.м. пиломатериалов составляет 160 руб., а со 100 кв.м фанеры – 600 руб. Постройте математическую модель для нахождения плана производства, максимизирующего доход.

12. Предприятию необходимо изготовить два вида продукции А и В, с использованием трех видов ресурсов  $R_1, R_2, R_3$  количество которых ограничено. Исходные данные задачи представлены в таблице:

| Вид ресурсов   | Количество ресурсов, идущих на изготовление единицы продукции |    | Запасы ресурсов |
|----------------|---|----|-----------------|
|                | А   | В  |                 |
| $R_1$          | 5   | 4  | 36              |
| $R_2$          | 2   | 3  | 20              |
| $R_3$          | 6   | 5  | 40              |
| Цена продукции | 12  | 15 |                 |

Требуется составить такой план выпуска продукции, чтобы при ее реализации получить максимальный доход.

13. На птицеферме употребляются два вида кормов - I и II. В единице массы корма I содержатся единица вещества А, единица вещества В и единица вещества С. В единице массы корма II содержатся четыре единицы вещества А, две единицы вещества В и не содержится вещество С. В дневной рацион каждой птицы надо включить не менее единицы вещества А, не менее четырех единиц вещества В и не менее единицы вещества С. Цена единицы массы корма I составляет 2 рубля, корма II - 3 рубля. Составьте ежедневный рацион кормления птицы так, чтобы обеспечить наиболее дешевый рацион.

14. Для изготовления четырех видов продукции используется два вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цена каждого продукта приведены в таблице.

| Тип сырья    | Нормы расхода сырья на одно изделие |   |    |    | Запасы сырья |
|--------------|-------------------------------------|---|----|----|--------------|
|              | А                                   | Б | В  | Г  |              |
| I            | 1                                   | 2 | 1  | 0  | 18           |
| II           | 1                                   | 1 | 2  | 1  | 30           |
| Цена изделия | 12                                  | 7 | 18 | 10 |              |

Сформулируйте прямую оптимизационную задачу на максимум общей стоимости, составьте оптимальную производственную программу. Проанализируйте использование ресурсов в оптимальном плане.

15. Цех хлебозавода по производству муки заключил контракт с мини-пекарней о поставке ежедневно 400 кг ржаной и пшеничной муки, причем пшеничной - не менее 50%. Зерно, поступающее в цех, проходит в нем обмолот, помол и упаковку муки. Трудозатраты (в человеко-часах) на указанные операции представлены в таблице:

| Операция | Ржаная мука | Пшеничная мука | Имеющийся ресурс |
|----------|-------------|----------------|------------------|
| Обмолот  | 0,1         | 0,08           | 27               |
| Помол    | 0,1         | 0,1            | 30               |
| Упаковка | 0,05        | 0,05           | 200              |

Себестоимость одного килограмма ржаной муки составляет 16 рублей, а пшеничной - 20 рублей. Требуется найти оптимальный план производства продукции, позволяющий цеху выполнить условия контракта с наименьшими затратами.

16. Предприятие производит продукцию двух видов (А и Б), используя при изготовлении этой продукции ресурсы трех видов (первого, второго и третьего). Чтобы произвести

одну единицу продукции А, нужно затратить по 1 единице первого и второго ресурсов и 2 единицы третьего ресурса. Для производства единицы продукции Б требуется 2 единицы первого ресурса и 1 единица второго ресурса. Запасы ресурсов у предприятия ограничены: на складах есть 100 единиц первого ресурса, 60 единиц второго и 80 единиц третьего ресурса. Рыночная цена продукции А составляет 750 руб. а цена продукции Б равна 1000 руб. Сколько продукции следует произвести, чтобы получить наибольшую выручку?

**Задание 2.** Для производственной функции  $Y = F(K, L)$  определить оптимальное соотношение факторов  $K, L$ ; найти эластичности выпуска  $Y$  по производственным факторам; найти нормы замещения одного фактора другим.

| № варианта | $F(K, L)$                | $C_K$ | $C_L$ |
|------------|--------------------------|-------|-------|
| 1          | $2K^{0,7} \cdot L^{0,5}$ | 3     | 4     |
| 2          | $4K^{0,5} \cdot L^{0,7}$ | 4     | 3     |
| 3          | $3K^{0,7} \cdot L^{0,4}$ | 2     | 3     |
| 4          | $2K^{0,6} \cdot L^{0,5}$ | 4     | 2     |
| 5          | $5K^{0,7} \cdot L^{0,6}$ | 5     | 2     |
| 6          | $2K^{0,8} \cdot L^{0,4}$ | 3     | 5     |
| 7          | $2K^{0,7} + 3L^{0,5}$    | 1     | 2     |
| 8          | $4K^{0,3} + 2L^{0,6}$    | 2     | 4     |
| 9          | $2K^{0,5} + 3L^{0,2}$    | 2     | 1     |
| 10         | $5K^{0,3} + L^{0,5}$     | 3     | 2     |
| 11         | $K^{0,7} + 3L^{0,4}$     | 2     | 3     |
| 12         | $2K^{0,2} + 3L^{0,9}$    | 3     | 6     |
| 13         | $4K^{0,9} \cdot L^{0,3}$ | 2     | 3     |
| 14         | $6K^{0,3} \cdot L^{0,8}$ | 4     | 5     |
| 15         | $2K^{0,7} + 5L^{0,5}$    | 5     | 6     |
| 16         | $4K^{0,6} + 3L^{0,5}$    | 2     | 1     |

**Задание 3.** Предпочтения некоторого потребителя описываются функцией полезности  $U(x_1, x_2)$ , где  $x_1$  – количество первого блага в потребительском наборе,  $x_2$  – количество второго блага в этом же наборе. Цена первого блага равна  $C_1$  денежных единиц, цена второго блага равна  $C_2$  денежных единиц, доход потребителя составляет  $M$  денежных единиц. В предположении, что потребитель весь доход расходует только на покупку этих двух благ, определить какое количество первого и второго блага следует покупать потребителю, чтобы достичь максимального уровня полезности?

| № варианта | $U(x_1, x_2)$                | $C_1$ | $C_2$ | $M$  |
|------------|------------------------------|-------|-------|------|
| 1          | $2x_1^{0,5} \cdot x_2^{0,5}$ | 3     | 4     | 1200 |

|    |                              |   |   |      |
|----|------------------------------|---|---|------|
| 2  | $4x_1^{0,5} \cdot x_2^{0,7}$ | 4 | 3 | 600  |
| 3  | $3x_1^{0,7} \cdot x_2^{0,4}$ | 2 | 3 | 2400 |
| 4  | $2x_1^{0,6} \cdot x_2^{0,5}$ | 4 | 2 | 1800 |
| 5  | $5x_1^{0,7} \cdot x_2^{0,6}$ | 5 | 2 | 3000 |
| 6  | $2x_1^{0,8} \cdot x_2^{0,4}$ | 3 | 5 | 2400 |
| 7  | $2x_1^{0,5} + 3x_2^{0,5}$    | 1 | 2 | 1200 |
| 8  | $4x_1^{0,6} + 2x_2^{0,6}$    | 2 | 4 | 5400 |
| 9  | $2x_1^{0,4} + 8x_2^{0,4}$    | 2 | 1 | 3600 |
| 10 | $5x_1^{0,5} + x_2^{0,5}$     | 3 | 2 | 1800 |
| 11 | $3\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$      | 2 | 3 | 3000 |
| 12 | $5\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$      | 3 | 6 | 4200 |
| 13 | $4x_1^{0,9} \cdot x_2^{0,3}$ | 2 | 3 | 4800 |
| 14 | $6x_1^{0,3} \cdot x_2^{0,8}$ | 4 | 5 | 1800 |
| 15 | $2x_1^{0,6} + 5x_2^{0,6}$    | 5 | 2 | 4800 |
| 16 | $4x_1^{0,4} + 3x_2^{0,4}$    | 1 | 6 | 3600 |